

ΠΟΙΟΣ ΕΚΑΝΕ ΤΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗ ΧΩΡΑ ΜΟΥ

από Andreas Ulovec*

Εισαγωγή

Η ιδέα που διατρέχει αυτή την ενότητα είναι να χρησιμοποιηθεί η ιστορία των μαθηματικών για να αναδειχθεί η συνεισφορά πολλών πολιτισμών στην ανάπτυξη των μαθηματικών ως επιστήμης. Οι μαθητές, δουλεύοντας σε μικρές ομάδες, ανακαλύπτουν μαθηματικά που αναπτύχθηκαν στη χώρα καταγωγής τους ή στην κουλτούρα τους, και/ή για διάσημους μαθηματικούς του πολιτισμού τους. Αυτές οι μικρές ομάδες σχεδιάζουν αφίσες με τα αποτελέσματα της εργασίας τους, τις οποίες τις παρουσιάζουν στην τάξη. Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές θα αναγνωρίσουν ότι η συμβολή κάθε ατόμου στην τάξη τους, ειδικά των μαθητών μειονοτικής ή μεταναστευτικής προέλευσης, μπορεί να συνεισφέρει με διαφορετικές απόψεις και ιδέες και πρέπει, συνεπώς, να είναι ευπρόσδεκτη και σε κάθε περίπτωση να ενθαρρύνεται. Μέσω της διδακτικής αυτής ενότητας θα καταδειχθεί ότι τα μαθηματικά αποτελούν ένα διαπολιτισμικό γνωστικό αντικείμενο, και ότι τα σημερινά μαθηματικά οφείλουν την ύπαρξή τους στη συμβολή πολλών διαφορετικών πολιτισμικών καταβολών. Η υλοποίηση της θα επιτρέψει επίσης στους μαθητές μειονοτικής ή μεταναστευτικής καταγωγής να παρουσιάσουν με ενεργό τρόπο ένα μικρό έστω μέρος των επιτευγμάτων που έχει να επιδείξει η δική τους κουλτούρα, και έτσι να αντιληφθούν την καταγωγή τους ως προσόν και όχι ως βάρος ή εμπόδιο. Όσον αφορά στους εκπαιδευτικούς, η εργασία και τα ευρήματα των μαθητών μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως παραδείγματα για τη διαπολιτισμικότητα των μαθηματικών σε επόμενα μαθήματα και με άλλους μαθητές, ακόμη και χωρίς να επαναληφθεί ακριβώς η ίδια ενότητα. Μπορεί επίσης να οδηγήσει στην αύξηση της επίγνωσης των εκπαιδευτικών και την ευαισθητοποίησή τους σε ζητήματα διαπολιτισμικότητας.

* Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Βιέννης, Αυστρία

Βασική πιλοτική εφαρμογή

από τους Andreas Ulovec και Therese Tomiska

Σχεδιασμός της δραστηριότητας

Η διδακτική ενότητα υλοποιείται σε 5 μαθήματα, 45-50 λεπτά το καθένα.

Στο 1^ο *Μάθημα*, ο καθηγητής κάνει μια σύντομη γενική εισαγωγή στην ιστορία των μαθηματικών (σύντομη επισκόπηση του χρονοδιαγράμματος, συμπεριλαμβανομένων και των εποχών ανάπτυξης των πιο σημαντικών εννοιών [των μαθηματικών θεμάτων του σχολείου], και των πιο σημαντικών ονομάτων, π.χ. Πυθαγόρας, Νεύτωνα, Λάιμπνιτς..., ανάλογα με ποια ονόματα είναι εξοικειωμένοι οι μαθητές. Είναι σημαντικό να επιλεγούν ονόματα από διαφορετικό πολιτισμικό υπόβαθρο).

Στη συνέχεια, οι μαθητές χωρίζονται σε μικρές ομάδες (περίπου των 3 ατόμων η κάθε μια). Αν το επιτρέπει η κατάσταση στην τάξη, κάθε ομάδα πρέπει να έχει τουλάχιστον ένα μαθητή μεταναστευτικής καταγωγής. Ιδανικά, αυτοί οι μαθητές πρέπει να είναι διαφορετικής μεταναστευτικής καταγωγής για την κάθε ομάδα. Εδώ δεν είναι σημαντικό αν οι μαθητές έχουν πρόσφατη μεταναστευτική προέλευση ή όχι, αρκεί να υπάρχει κάποια σχέση με άλλη κουλτούρα και/ή χώρα. Εάν αυτό δεν είναι δυνατόν, κάθε ομάδα είτε διαλέγει μια χώρα είτε της αναθέτει μια χώρα ο καθηγητής. Σε κάθε περίπτωση, στο τέλος αυτού του μέρους, κάθε ομάδα επιφορτίζεται με μια συγκεκριμένη χώρα.

Οι μαθητές λαμβάνουν τις ακόλουθες οδηγίες: “Βρείτε είτε έναν μαθηματικό της χώρας, είτε ένα θέμα μαθηματικών που έχει εφευρεθεί, αναπτυχθεί στη χώρα ή έστω έχει στενή σχέση μ’ αυτή. Μετά σχεδιάστε μια αφίσα που παρουσιάζει τις πιο σημαντικές πληροφορίες για αυτό το πρόσωπο ή θέμα, και ετοιμάστε μια σύντομη παρουσίαση (5 λεπτών) για αυτό. Η αφίσα πρέπει επίσης να περιέχει βασικές πληροφορίες για τη χώρα”.

Στο 2^ο και το 3^ο *μάθημα* γίνεται η ουσιαστική ομαδική εργασία η οποία ενδεχόμενα υλοποιείται έξω από την αίθουσα (βιβλιοθήκη, εργαστήριο υπολογιστών). Οι μαθητές αρχίζουν την έρευνά τους χρησιμοποιώντας τη σχολική βιβλιοθήκη, το ίντερνετ ή άλλα υλικά που μπορεί να παρέχει ο καθηγητής. Ο καθηγητής επίσης ελέγχει την ομαδική εργασία, και ειδικότερα φροντίζει να τηρείται το χρονικό πλαίσιο.

Στο 4^ο *Μάθημα*, οι μαθητές σχεδιάζουν την αφίσα και ετοιμάζουν την παρουσίαση. Ο καθηγητής πρέπει να τους καθοδηγεί, ειδικά όσον αφορά το περιεχόμενο της αφίσας, ποιες πληροφορίες θα χορηγούνται εκεί και πώς θα παρουσιάζονται.

Στο 5^ο *Μάθημα*, οι μαθητές δείχνουν τις αφίσες τους σε όλη την τάξη και κάνουν μια παρουσίαση 5 λεπτών για τις πιο σημαντικές τους ανακαλύψεις. Κάθε παρουσίαση τελειώνει με μια σύντομη περίοδο ερωτήσεων-απαντήσεων. Η τελική αξιολόγηση αυτής της δραστηριότητας δεν πρέπει να επικεντρώνεται στον τέλειο σχεδιασμό της

αφίσας ούτε στην ποιότητα της παρουσίασης ή στην επιλογή του μαθηματικού που παρουσίασαν οι μαθητές ή/και του θέματος. Η αξιολόγηση των παρουσιάσεων παρέχει ανατροφοδότηση στην ετοιμότητα των μαθητών να προσεγγίσουν τα μαθηματικά ως ένα διεθνές γνωστικό αντικείμενο, να γνωρίσουν τα σημαντικά επιτεύγματα που έγιναν από άλλους πολιτισμούς, και- ειδικά για τους μαθητές από την πλειονότητα- να αποδεχθούν τη συνεισφορά των συμμαθητών τους που προέρχονται από μειονότητες.

Η πιλοτική εφαρμογή

Γενικές πληροφορίες

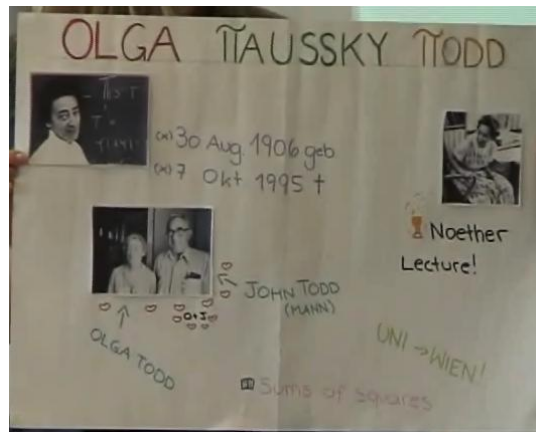
Η ενότητα εφαρμόστηκε πιλοτικά στην 7η τάξη (ηλικία των μαθητών: 16-17) ενός σχολείου Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης σε ένα προάστιο της Βιέννης. Η εκπαιδευτικός ήταν γυναίκα, με 5 χρόνια διδακτική εμπειρία στο αντικείμενο των μαθηματικών. Περιστασιακά συνήθιζε να κάνει αναφορές στην ιστορία των μαθηματικών στις συνηθισμένες εκπαιδευτικές της δραστηριότητες. Η ενότητα υλοποιήθηκε κατά τη διάρκεια των κανονικών μαθημάτων, και συμμετείχαν 10 μαθητές. Η πιλοτική αυτή εφαρμογή βιντεοσκοπήθηκε και η ανατροφοδότηση έγινε με συνέντευξη της εκπαιδευτικού και ανάλυση των βιντεοσκοποημένων μαθημάτων από τον συγγραφέα της ενότητας.

Η πιλοτική εφαρμογή στην τάξη

Η εκπαιδευτικός εισήγαγε το θέμα και έδωσε τις οδηγίες όπως προέβλεπε ο σχεδιασμός της πρότασης, δηλαδή κάλεσε τους μαθητές να σχηματίσουν μικρές ομάδες από 2-3 άτομα, στη συνέχεια να βρουν έναν μαθηματικό από μια από τις χώρες τους και να ετοιμάσουν μια αφίσα και μια σύντομη παρουσίαση για αυτόν τον μαθηματικό. Όλη η εισαγωγή όπως περιγράφεται στην πρόταση δεν έγινε σε χωριστό μάθημα, επειδή οι μαθητές ήξεραν ήδη ιστορικές περιόδους των μαθηματικών και σημαντικές φιγούρες από το χώρο των μαθηματικών.

Οι μαθητές διάλεξαν τους ακόλουθους μαθηματικούς: Olga Taussky-Todd (τότε Μοραβία, σήμερα Τσεχία), Gottfried Leibniz (Γερμανία), Archimedes von Syrakus (τότε Ελλάδα, σήμερα Ιταλία), Kurt Goedel (Αυστρία, αργότερα Η.Π.Α.).

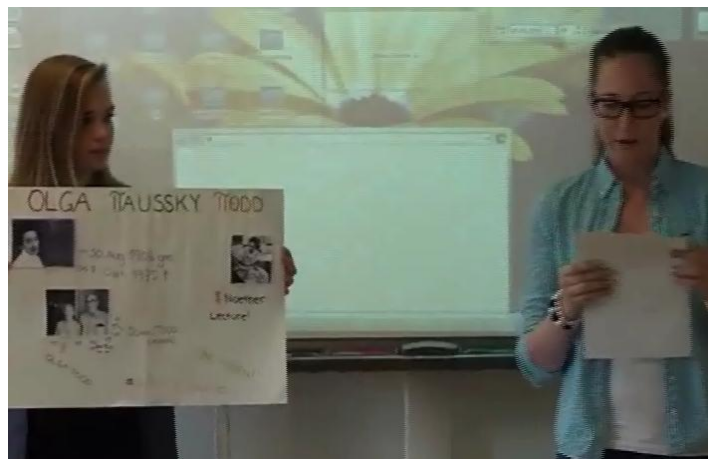
Το 2^ο και το 3^ο μάθημα έγιναν εκτός τάξης. Οι μαθητές είχαν μια εβδομάδα για να ετοιμάσουν τις παρουσιάσεις τους. Χρησιμοποίησαν κυρίως το διαδίκτυο και την τοπική βιβλιοθήκη ως πηγές. Δε χρειάστηκε να δώσει η δασκάλα συμπληρωματικό υλικό. Καθώς η χρονική στιγμή που έγινε η πιλοτική αυτή εφαρμογή, ήταν περίοδος εξετάσεων για τους μαθητές, η δασκάλα και οι μαθητές αποφάσισαν να μην κατασκευαστούν οι αφίσες, αλλά να ετοιμαστεί μια προφορική παρουσίαση της βιογραφίας των μαθηματικών υποκειμένων που είχαν επιλεγεί από τις ομάδες. Μια μόνο ομάδα μαθητών αποφάσισε να φτιάξει την αφίσα έτσι κι αλλιώς.



Φωτογραφία 1. Η αφίσα της Olga Taussky-Todd (προσέξτε το σύμβολο π που αντικαθιστά όλα τα T)

Η γενική απουσία των αφισών έκανε το 4^ο Μάθημα να μην χρειάζεται, οπότε η υλοποίηση συνεχίστηκε στην τάξη με το 5ο Μάθημα. Σε αυτό το μάθημα, ζητήθηκε οι μαθητές να επιλέξουν τον εκπρόσωπο της ομάδα τους και να κάνουν τις παρουσιάσεις.

Η πρώτη ομάδα (2 μαθητές) επέλεξε η παρουσίαση να γίνει και από τους δυο μαθητές. Ο ένας μαθητής ήταν υπεύθυνος για την παρουσίαση της αφίσας και ο άλλος παρουσίαζε προφορικά την βιογραφία της Olga Taussky-Todd, χρησιμοποιώντας ένα χαρτί με σημειώσεις.



Φωτογραφία 2. Παρουσίαση της ομάδας 1 για την Olga Taussky-Todd

Η επιλογή του μαθηματικού που έγινε από την ομάδα αυτή ήταν ενδιαφέρουσα για αρκετούς λόγους. Πρώτον, γιατί ήταν η μόνη γυναίκα μαθηματικός που επιλέχθηκε στο πλαίσιο των παρουσιάσεων. Δεύτερον, γιατί ήταν μια σχετικά σύγχρονη μαθηματικός σε σημαντικό βαθμό άγνωστη σε πλατύ κοινό. Και τρίτον, γιατί πρόκειται για μαθηματικό που είχε μεταναστευτική καταγωγή και η ίδια.

Η δεύτερη ομάδα αποτελούταν από τρεις μαθητές. Διάλεξαν έναν εκπρόσωπό τους για να παρουσιάσει την βιογραφία του Gottfried Leibniz. Ο μαθητής χρησιμοποίησε κάρτες με σημειώσεις και έδειξε έναν κλασικό πίνακα του Leibniz με έναν προβολέα.



Φωτογραφία 3. Παρουσίαση της ομάδας 2 για τον Gottfried Leibniz

Αυτή η ομάδα δήλωσε ότι δυσκολεύτηκαν να βρουν ένα θέμα μαθηματικών, που ανέπτυξε ο Leibniz, και το οποίο θα μπορούσε να εξηγηθεί ώστε να γίνει κάπως κατανοητό σε μαθητές που πηγαίνουν σχολείο.

Η τρίτη ομάδα αποτελούνταν από τρεις μαθητές που διάλεξαν τον κλασσικό Έλληνα μαθηματικό Αρχιμήδη. Χρησιμοποίησαν την ίδια προσέγγιση με την ομάδα 2, δηλαδή μια προφορική παρουσίαση με σημειώσεις σε χαρτί και μια εικόνα του Αρχιμήδη στον προβολέα.



Φωτογραφία 4. Παρουσίαση της ομάδας 3 για τον Αρχιμήδη τον Συρακούσιο

Αυτή η ομάδα έδωσε ιδιαίτερη προσοχή στη διεπιστημονική φύση των μαθηματικών και της φυσικής και επίσης στο γεγονός ότι η έρευνα για ανθρώπους του πιο μακρινού παρελθόντος είναι αρκετά δύσκολη, καθώς τα γεγονότα είναι δύσκολο να βρεθούν όπως επίσης και να διαχωριστούν από το θρύλο.

Η τέταρτη ομάδα, με δυο μαθητές, διάλεξε τον Αυστρο-Αμερικανό μαθηματικό Kurt Goedel. Ήταν η μόνη ομάδα που χρησιμοποίησε παρουσίαση με PowerPoint.



Φωτογραφία 5. Παρουσίαση της ομάδας 4 για τον Kurt Goedel

Αυτή η ομάδα έκανε επίσης αναφορά στην αναγκαστική μετανάστευση του Goedel και επεσήμανε την αποδοχή του και την επιστημονική του καθιέρωση στις Η.Π.Α.

Επειδή δεν υπήρξαν ερωτήσεις μετά το τέλος της πρώτης παρουσίασης, η δασκάλα αποφάσισε να αφήσει τη συνεδρία με τις ερωτήσεις - απαντήσεις για το τέλος του μαθήματος. Οι μαθητές ενδιαφέρθηκαν ιδιαίτερα για την ιστορία της αναγκαστικής μετανάστευσης του Goedel εξαιτίας της Εβραϊκής του καταγωγής, όπως και για τις αιτίες που η Olga Taussky-Todd αποφάσισε να μεταναστεύσει. Η δασκάλα είχε την ευκαιρία να μιλήσει για τις αιτίες της μετανάστευσης και να τονίσει τη σημασία της αποδοχής που και η Taussky-Todd και ο Goedel είχαν στην χώρα που μετανάστευσαν.

Συνέντευξη με τη δασκάλα

Μια μέρα μετά την πιλοτική εφαρμογή της διδακτικής ενότητας, διεξήχθη μια συνέντευξη με τη δασκάλα που την είχε υλοποιήσει. Η συνέντευξη έγινε στην αίθουσα συνεδριάσεων του σχολείου που πραγματοποιήθηκε η πιλοτική εφαρμογή και κράτησε περίπου 30 λεπτά. Η δασκάλα εκτίμησε την δυνατότητα που της έδωσε η ενότητα να αναπτύξει τη διδασκαλία της βασισμένη σε ζητήματα διαπολιτισμικότητας των μαθητών με μεταναστευτική καταγωγή. Ανέφερε ότι όσον αφορά στην αξιοποίηση γενικών κοινωνικών θεμάτων στη διδασκαλία, στο παρελθόν είχε αξιοποιήσει αρκετές ευκαιρίες για να μιλήσει για θέματα φύλου, καθώς και έμφυλα στερεότυπα, αλλά μέχρι τότε δεν είχε ποτέ δοθεί μια καλή ευκαιρία για να συζητήσει πολιτισμικά, μεταναστευτικά και μειονοτικά θέματα. Από τις παρατηρήσεις της στην μικρή ομάδα εργασίας, είδε ότι οι μαθητές με μεταναστευτική καταγωγή ήταν πολύ πρόθυμοι να συνεισφέρουν με την ιστορία του “δικού τους” μαθηματικού (ειδικά αυτοί που διάλεξαν την Taussky-Todd και τον Leibniz) και ότι αυτή τη συνεισφορά την αποδέχθηκαν ιδιαίτερα θετικά τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας. Επίσης ανέφερε ότι η ομάδα που αποφάσισε να παρουσιάσει έναν Αυστριακό μαθηματικό (χωρίς να ξέρει ποιος μπορεί να ήταν αυτός) δυσκολεύτηκε να βρει ένα “κατάλληλο” πρόσωπο, κυρίως επειδή στην αρχή περιόρισαν την αναζήτησή τους στην Κλασσική και Μεσαιωνική περίοδο, όπως και σε “διάσημα” ονόματα. Μόνο αφού τους είπε η δασκάλα ότι δεν ήταν απαραίτητο το άτομο που θα

επέλεξαν να είναι διάσημο με την έννοια ότι θα ξέρουν όλοι το όνομά του, και ότι θα μπορούσαν να κοιτάξουν και στη σύγχρονη εποχή, οι μαθητές αυτή της ομάδας μπόρεσαν να συνεχίσουν. Σε μια από τις συζητήσεις τους (αφού διάλεξαν τον Geodel), οι μαθητές αυτοί αναρωτήθηκαν επίσης για ποιόν λόγο -παρά τη σημαντική συνεισφορά του Geodel στα μαθηματικά- σχεδόν κανένας δεν τον ξέρει. Η δασκάλα επίσης ανέφερε ότι στην συγκεκριμένη τάξη ποτέ δεν είχε πρόβλημα με τους μαθητές μεταναστευτικής καταγωγής και ότι είχαν ενταχθεί πολύ καλά στην κοινότητα της τάξης.

Δεύτερη πιλοτική εφαρμογή

από Barbro Grevholm^{**}, Kari-Sofie Holvik και Camilla Norman Justnes

Η πιλοτική εφαρμογή

Γενικές πληροφορίες

Η διδακτική ενότητα δοκιμάστηκε από δυο γυναίκες μαθηματικούς με αρκετά χρόνια διδακτική εμπειρία που δούλευαν σε ένα Γυμνάσιο στο Kristiansand και στο Trondheim, αντίστοιχα. Η Νορβηγική ομάδα του προγράμματος έστειλε το υλικό στις δασκάλες περίπου 3 μήνες πριν τη σχεδιασμένη διδακτική δραστηριότητα. Οι δασκάλες είχαν την 5η (11-12) και 8η (14-15) τάξη διαθέσιμες για τη δοκιμαστική εφαρμογή της ενότητας. Μετά από μια συνάντηση με την ομάδα του προγράμματος, η πρώτη δασκάλα επέλεξε υλοποιήσει την ενότητα κατά τη διάρκεια των κανονικών μαθημάτων των μαθηματικών (40 λεπτά) στην 8η τάξη. Αρκετοί μαθητές στην τάξη ήταν μετανάστες. Η δεύτερη δασκάλα έκανε την ενότητα στην 5η τάξη. Μετά τη δοκιμή, οι δασκάλες έγραψαν αναφορές και αξιολογήσεις της δουλειάς τους. Αυτές οι αναφορές είναι η βάση της περίληψης εδώ.

Η πιλοτική εφαρμογή στην τάξη

Από το σχολείο Karuss school στο Kristiansand:

Η δασκάλα έκανε την πρώτη συνεδρία με τη μορφή σύντομης εισαγωγής στην ιστορία των μαθηματικών (υποστηριζόμενη από μια παρουσίαση PowerPoint) και ειδικά για τον Fibonacci.

Μετά από αυτό, οι μαθητές οργανώθηκαν σε ομάδες των τριών ατόμων, όπου τουλάχιστον ένας μαθητής είχε μεταναστευτική καταγωγή από άλλη χώρα, για παράδειγμα Τουρκία, Εριθραία, Ινδία, Τσεχία, Βιετνάμ, πρώην Γιουγκοσλαβία και Κίνα. Τους ζητήθηκε να βρουν κάτι για την ιστορία των μαθηματικών από αυτές τις χώρες.

Στη δεύτερη συνεδρία οι μαθητές συνέχισαν να δουλεύουν για να βρουν υλικό στο διαδίκτυο. Για αρκετές από τις ομάδες ήταν δύσκολο να βρουν σημαντικούς

^{**} Faculty of Engineering and Science - Department of Mathematical Sciences - University of Agder, Norway.

μαθηματικούς ή σημαντική ιστορία των μαθηματικών από την χώρα που ήθελαν. Σε αυτή την περίπτωση τους δόθηκε η άδεια να ψάξουν σχετικό υλικό και από γειτονικές χώρες.

Στην τρίτη συνεδρία οι μαθητές επέλεξαν τα πιο σημαντικά ευρήματά τους και ετοίμασαν μια παρουσίαση για την οποία έγραψαν τα βασικά σημεία σε αφίσες.

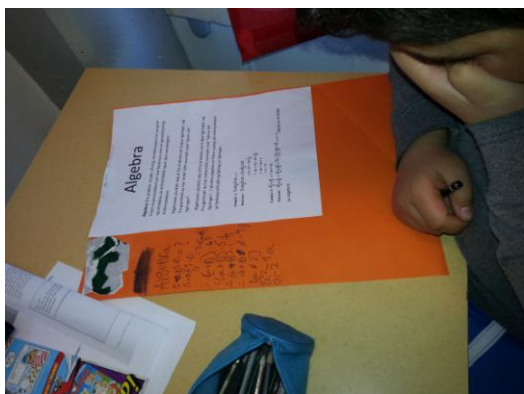
Στην τέταρτη συνεδρία οι ομάδες έκαναν παρουσιάσεις στην τάξη.

Από το σχολείο Saupstad στο Trondheim:

Οι δασκάλες χρειάστηκαν μια βδομάδα για αυτή τη διδακτική ενότητα και τα μαθήματα των μαθηματικών και Νορβηγικών. Η συνεδρία 1 άρχισε δείχνοντας το τηλεοπτικό πρόγραμμα Siffer, που είναι διαθέσιμο στην ιστοσελίδα του nrk (το βασικό Νορβηγικό τηλεοπτικό κανάλι). Επιπροσθέτως, οι δασκάλες παρήγγειλαν βιβλία από την κεντρική βιβλιοθήκη της πόλης. Πήραν περίπου 20 βιβλία, κυρίως για ενήλικες. Οι μαθητές δούλεψαν στην κανονική τους τάξη. Υπολογιστές ήταν διαθέσιμοι σε περιστρεφόμενα τραπέζια. Οι μαθητές δούλεψαν σε ζευγάρια, όπου ένας μαθητής είχε μη Νορβηγική καταγωγή. Καθώς μόνο μερικές χώρες αντιπροσωπεύονταν από τους μαθητές, όπως η Τουρκία (40% των μαθητών) και η Γκάνα, οι δασκάλες έγραψαν τα ονόματα από κάποιες άλλες χώρες σε χαρτάκια και οι μαθητές μπορούσαν να πάρουν μια άλλη χώρα από αυτά. Οι συνεδρίες κατά τα άλλα ακολούθησαν το σχεδιάγραμμα της διδακτικής ενότητας. Οι οδηγίες της ενότητας μοιράστηκαν στους μαθητές σε γραπτή μορφή και δόθηκαν και στους γονείς μαζί με το εβδομαδιαίο πρόγραμμα. Αφού οι μαθητές είχαν διαλέξει το αντικείμενο ή το μαθηματικό, οι δασκάλες τους βοήθησαν με φωτοτυπίες από σχετικά σημεία των βιβλίων. Επίσης χρησιμοποίησαν την ιστοσελίδα www.matematikk.org (αλλιώς οι μαθητές έχουν την τάση να χρησιμοποιούν την Wikipedia ως τη βασική πηγή τους). Οι παρουσιάσεις έγιναν με τη μορφή αφισών. Βλέπε τις φωτογραφίες παρακάτω. Χρησιμοποιήθηκε ένα χρονοδιάγραμμα και σε αυτό προστέθηκαν διάφορα κείμενα. Οι δασκάλες ετοίμασαν μια ιστορική παρουσίαση και την εξέθεσαν μαζί με την παρουσίαση των ευρημάτων των μαθητών.



Η αφίσα που παρουσιάζει την Ελλάδα και το Πυθαγόρειο Θεώρημα



Οι μαθητές ετοιμάζουν το κείμενο για την Άλγεβρα / Οι μαθητές δουλεύοντας με τα ευρήματα για τον Pascal

ABACUS/KULERAMME!

Kuleramme kalles abacus på matematikkspråket

Kulerammen er et hjelpemiddel for å regne.

For lenge siden brukte man kulerammen.

Den vi bruker i dag er kinesisk og er fra år 200.

Slik kan en kuleramme se ut



Αυτό που έγραψε η Sofie στην αφίσα για τον άβακα



Το χρονοδιάγραμμα και οι αναφορές από πολλές διαφορετικές κουλτούρες.

Γραπτές αναφορές και αξιολογήσεις από τις δασκάλες

Σχολείο Karuss: Οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον και να κινητοποιούνται πολύ στα αρχικά στάδια της ενότητας. Ήταν διασκεδαστικό να κάνουν κάτι άλλο στο μάθημα των μαθηματικών και ενδιαφέρθηκαν να ανακαλύψουν κάτι για τις χώρες καταγωγής τους. Οι μαθητές έχασαν για λίγο το κουράγιο τους όταν δεν έβρισκαν πληροφορίες για μαθηματικούς από τις χώρες καταγωγής τους, αλλά ξαναβρήκαν το ενδιαφέρον τους όταν τους επιτράπηκε να συμπεριλάβουν κι άλλες χώρες. Η δασκάλα συχνά έπρεπε να τους βοηθήσει να καταλάβουν τι διάβάζαν, για παράδειγμα, μαθηματική

ανάλυση, διανυσματικός λογισμός και τα λοιπά. Ήταν πολύ ωραίο που μια ομάδα εξήγησε το Πυθαγόρειο θεώρημα για τα ορθογώνια τρίγωνα, που θα το μελετούσαν αργότερα την ίδια τη σχολική χρονιά.

Οι μαθητές βρήκαν πιο ενδιαφέρουσες και σημαντικές τις ανακαλύψεις στην Ελλάδα, στην Ιταλία, στην Αίγυπτο και στην Κίνα. Η δασκάλα έγραψε: “ Πριν υλοποιήσουμε τη δραστηριότητα νόμιζα ότι οι μαθητές θεωρούσαν ότι οι ανακαλύψεις των μαθηματικών έγιναν στη Νορβηγία, αλλά αυτό δεν ήταν έτσι για πολλούς μαθητές, ίσως ακριβώς επειδή πολλοί από αυτούς έχουν καταγωγή από άλλες χώρες. Νομίζω ότι είναι δύσκολο να αποφανθούμε αν οι μαθητές, εμφανώς, βίωσαν τα μαθηματικά—και ειδικά την ιστορία των μαθηματικών—ως διεθνές αντικείμενο μέσω αυτού του προγράμματος.

Είμαστε μια τάξη (και ένα σχολείο) με πολλούς μαθητές με μειονοτικές γλώσσες, αλλά στην καθημερινή μας εργασία ούτε οι ενήλικες ούτε και τα παιδιά το σκέφτονται. Είναι το ίδιο συνηθισμένο ή σπάνιο να μας πει κάποιος κάτι από την Ερυθραία ή από την Vennesla (μικρό μέρος της Νορβηγίας). Οι προκλήσεις που αντιμετωπίζουν οι μαθητές είναι να καταλάβουν κομμάτια κειμένων στα μαθηματικά με πολλές, για αυτούς, άγνωστες λέξεις”.

Σχολείο Saupstad: Οι μαθητές αυτού του σχολείου ενεπλάκησαν πολύ στο δεδομένο πρόγραμμα. Ένα πρόβλημα ήταν το γεγονός ότι παρόλο που υπάρχουν πολλοί μετανάστες μαθητές, οι χώρες καταγωγής τους είναι τελικά λίγες. Έτσι οι δασκάλες έπρεπε να βρουν μια μέθοδο για να συμπεριλάβουν περισσότερες χώρες. Αυτό έγινε με κλήρωση από μια λοταρία χωρών που είχαν επιλέξει οι δασκάλες. Οι δασκάλες βοήθησαν τους μαθητές με τις πληροφοριακές πηγές για να περιορίσουν την συνηθισμένη χρήση της Wikipedia. Συμπεριέλαβαν τηλεοπτικά προγράμματα, βιβλία, τη βιβλιοθήκη και ποιοτικές ιστοσελίδες. Από τις φωτογραφίες που πήραν οι δασκάλες, φαίνεται πόση προσπάθεια κατέβαλαν οι μαθητές για να παρουσιάσουν τα ευρήματά τους. Το χρονοδιάγραμμα δίνει τη δυνατότητα να έχουν την εμπειρία της ιστορικής εξέλιξης των μαθηματικών.

Τρίτη πιλοτική εφαρμογή

από Χαρούλα Σταθοπούλου^{***}, Ελένη Γκανά^{***} και Ιωάννη Φόβο

Η πιλοτική εφαρμογή

Γενικές πληροφορίες

Η διδακτική ενότητα εφαρμόστηκε στο σχολείο που είναι μέσα στο Ειδικό Κέντρο Κράτησης Ανηλίκων στο Βόλο (Ελλάδα), και απευθύνθηκε σε κρατούμενους μαθητές από όλες τις τάξεις του Γυμνασίου. Η ηλικία των μαθητών ήταν από 17 μέχρι 21 ετών. Στην τάξη υπήρχε σημαντικός αριθμός μαθητών που προέρχονταν από χώρες της Ασίας, της Αφρικής και της Ευρώπης (Αλβανία, Ρουμανία, Μαρόκο και Πακιστάν). Η υλοποίησή της σχεδιάστηκε από το μαθηματικό εκπαιδευτικό, με 25 χρόνια εμπειρία στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, και 12 χρόνια στο περιβάλλον του κέντρου κράτησης. Εφαρμόστηκε σε συνεργασία με τη φιλόλογο του σχολείου, η οποία είχε προηγουμένως ενημερωθεί και προετοιμαστεί γι' αυτή τη διδακτική παρέμβαση.

Η πιλοτική εφαρμογή στην τάξη

Στο 1^ο μάθημα:

Οι μαθητές ενημερώθηκαν για τη θεματική περιοχή και το σκοπό του μαθήματος, τις βασικές διαδικασίες που θα υιοθετούσε η διδασκαλία- μάθηση και τους τρόπους αξιολόγησης.

Ο δάσκαλος άρχισε τη συζήτηση για το διεθνή και διαπολιτισμικό χαρακτήρα της επιστημονικής σκέψης, και ειδικότερα των μαθηματικών. Προσκάλεσε τους μαθητές να συνεισφέρουν στην συζήτηση αναφέροντας έναν διάσημο μαθηματικό, ένα μαθηματικό θέμα ή μια μαθηματική θεωρητική κατασκευή που πιθανόν ήξεραν ότι σχετίζεται με τη χώρα τους.

Οι μαθητές έδειξαν πολύ ενδιαφέρον για το θέμα και προθυμία να εμπλακούν στην αλληλεπίδραση της τάξης, αλλά όλοι οι συμμετέχοντες διαπίστωσαν ότι μόνο ένας μαθητής ήταν σε θέση να συνεισφέρει στη συζήτηση, αναφέροντας μια μαθηματική εφεύρεση που σχετιζόταν με τη χώρα καταγωγής του.

1^η δραστηριότητα: “η προσέγγιση ερωτήματος-σκέψης”

Ο δάσκαλος εισήγαγε στην τάξη μια προσέγγιση ερωτήματος-σκέψης, προβάλλοντας στην ολομέλεια της τάξης ένα φύλλο εργασίας με ερωτήματα που αφορούσαν την ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών. Η τάξη συζήτησε, σχημάτισε υποθέσεις και διαπίστωσε την ανάγκη για πληροφοριακές πηγές που θα επιβεβαίωναν ή θα διέψευδαν τις υποθέσεις που συζητήθηκαν. Αυτή η δραστηριότητα λειτούργησε σαν

^{***} Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

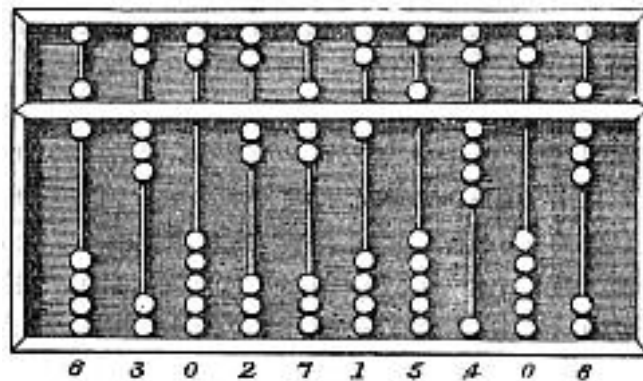
προ-οργανωτής των δραστηριοτήτων που θα ακολουθούσαν στο πλαίσιο της υλοποίησης της διδακτικής ενότητας.

2^η δραστηριότητα: “*Μαθηματικές εφευρέσεις σε διάφορες ηπείρους*”

Επειδή οι μαθητές προέρχονταν από τρεις γειτονικές ηπείρους, Ευρώπη, Ασία και Αφρική, ο εκπαιδευτικός προέβαλε σε πρόγραμμα παρουσίασης (power-point) μια ιστορική ανασκόπηση της συμβολής διαφόρων πολιτισμών στην ανάπτυξη των μαθηματικών, ανάλογα με την ήπειρο στην οποία ανήκαν.

Η παρουσίαση περιλάμβανε:

Για την Ασία: ιστορικά γεγονότα από τα Βαβυλωνιακά και Κινέζικα Μαθηματικά. Οι μαθητές πήραν μέρος στη συζήτηση αναφέροντας τα ελάχιστα πράγματα που γνώριζαν για την ύπαρξη του Βαβυλωνιακού πολιτισμού. Για τα Κινέζικα μαθηματικά είχαν παντελή άγνοια.

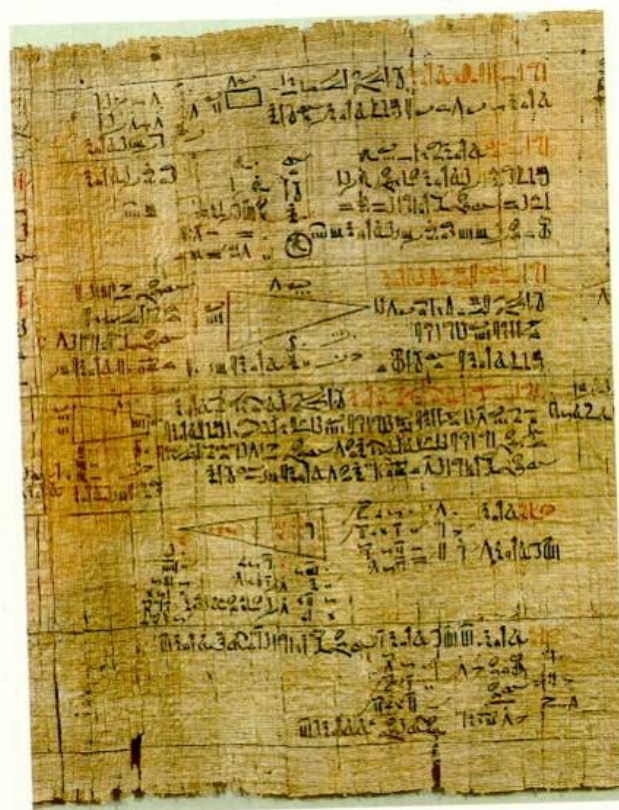


Παράδειγμα Κινέζικων μαθηματικών κατορθωμάτων από την Παρουσίαση

Στο 2^ο μάθημα: (συνέχιση της 2^{ης} δραστηριότητας)

Το μάθημα ασχολείται με τα Ινδικά και Ισλαμικά Μαθηματικά, και γίνεται ειδική αναφορά στον Πέρση μαθηματικό Al Khwarizmi. Οι μαθητές γνώριζαν πολύ λίγα για τα Ισλαμικά Μαθηματικά. Μόνο ένας μαθητής από το Μαρόκο αναγνώρισε τον Πέρση μαθηματικό Al Khwarizmi.

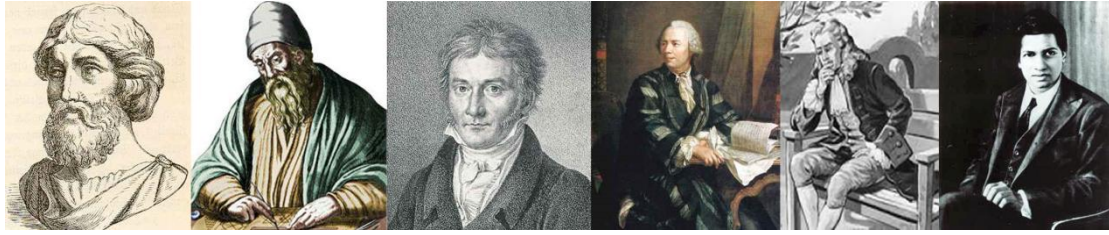
Για την Αφρική: Αναφέρονται τα Αιγυπτιακά Μαθηματικά. Οι μαθητές γνώριζαν την ύπαρξη των Αιγυπτιακών Μαθηματικών, χωρίς όμως να μπορούν να κάνουν συγκεκριμένες αναφορές σχετικά με τα πεδία της ανάπτυξής τους (π.χ. τον Πάπυρο του Rhind).



Παράδειγμα Αιγυπτιακών μαθηματικών επιτευγμάτων από την Παρουσίαση

Για την Ευρώπη: Τα Ελληνικά Μαθηματικά αναγνωρίστηκαν από όλους τους μαθητές ως ορόσημο για την μαθηματική επιστήμη χωρίς όμως να είναι σε θέση να εντοπίσουν τα μαθηματικά πεδία στα οποία διακρίθηκαν (π.χ. τη μαθηματική απόδειξη, τη λογική και την ακρίβεια). Η περιήγηση της συνεισφοράς των ηπείρων στην ανάπτυξη της μαθηματικής επιστήμης ολοκληρώθηκε με μια αναφορά στην εποχή της Αναγέννησης.

Στη συνέχεια του μαθήματος η τάξη ασχολήθηκε με έξι από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς όλων των εποχών: τον Πυθαγόρα, τον Ευκλείδη, τον Gauss, τον Euler, τον Νεύτωνα and τον Ramanujan. Παρουσιάστηκαν κάποια γεγονότα από τη ζωή τους, όπως επίσης η συμβολή τους στη μαθηματική επιστήμη. Επίσης, προβλήθηκε ένα βίντεο για τον Πυθαγόρα. Οι μαθητές συμμετείχαν ενεργά στη συζήτηση που πλαισίωσε την παρουσίαση. Αναγνώρισαν ορισμένα ονόματα και προσπάθησαν να τα συνδέσουν με προσωπικές τους εμπειρίες, δηλαδή κάτω από ποιες συνθήκες πρωτοάκουσαν για τους μαθηματικούς αυτούς ή και για ορισμένες σχετικές μαθηματικές έννοιες. Γενικά, είχαν ακουστά τους προαναφερθέντες μαθηματικούς, με εξαίρεση τον Euler. Εκτός όμως από το Πυθαγόρειο Θεώρημα δεν διέθεταν άλλες γνώσεις για μαθηματικές έννοιες.



Οι έξι μαθηματικοί που επιλέχθηκαν

3^η δραστηριότητα: “Ποιος έκανε στη χώρα μου και τι στα μαθηματικά έκανε;”

Εξαιτίας της απαγόρευσης στη χρήση του διαδικτύου από τους μαθητές στη φυλακή, ο εκπαιδευτικός ανέλαβε την αναζήτηση πληροφοριών, βασιζόμενος όμως σε υποδείξεις των μαθητών. Οι μαθητές δηλαδή χωρίστηκαν σε 4 ομάδες και κάθε ομάδα έδωσε στον εκπαιδευτικό οδηγίες και λέξεις κλειδιά, οι οποίες θα χρησιμοποιούνταν για να γίνει η αναζήτηση. Ο επικεφαλής της 1ης ομάδας ήταν ένας Ρουμάνος μαθητής και ζήτησε πληροφορίες για έναν συγκεκριμένο Ρουμάνο επιστήμονα, που ήταν πρωτοπόρος στην αεροδυναμική. Η 2η ομάδα αποτελούνταν από μαθητές Αλβανικής καταγωγής, οι οποίοι μη γνωρίζοντας κάποιον Αλβανό μαθηματικό ζήτησαν η αναζήτηση του εκπαιδευτικού να επικεντρωθεί στο εντοπιστούν μαθηματικοί Αλβανικής καταγωγής. Το ίδιο είδος αναζήτησης προτάθηκε και από την 3^η ομάδα που αποτελούνταν από Πακιστανούς μαθητές και οι οποίοι επίσης δεν ήξεραν κανέναν Πακιστανό μαθηματικό. Στην 4η ομάδα, ο επικεφαλής μαθητής έχοντας καταγωγή από το Μαρόκο ζήτησε να βρεθούν κάποιοι μεγάλοι Μαροκινοί μαθηματικοί, όπως επίσης στοιχεία για τον Πέρση μαθηματικό Al Khwarizmi. Το κοινό χαρακτηριστικό και των τεσσάρων ομάδων ήταν το γεγονός ότι οι πληροφορίες που θα τους δίνονταν στο επόμενο μάθημα θα ήταν στη μητρική τους γλώσσα.

Στο 3^ο μάθημα: “Μελετώντας πληροφορίες για τα μαθηματικά στη χώρα καταγωγής μας”

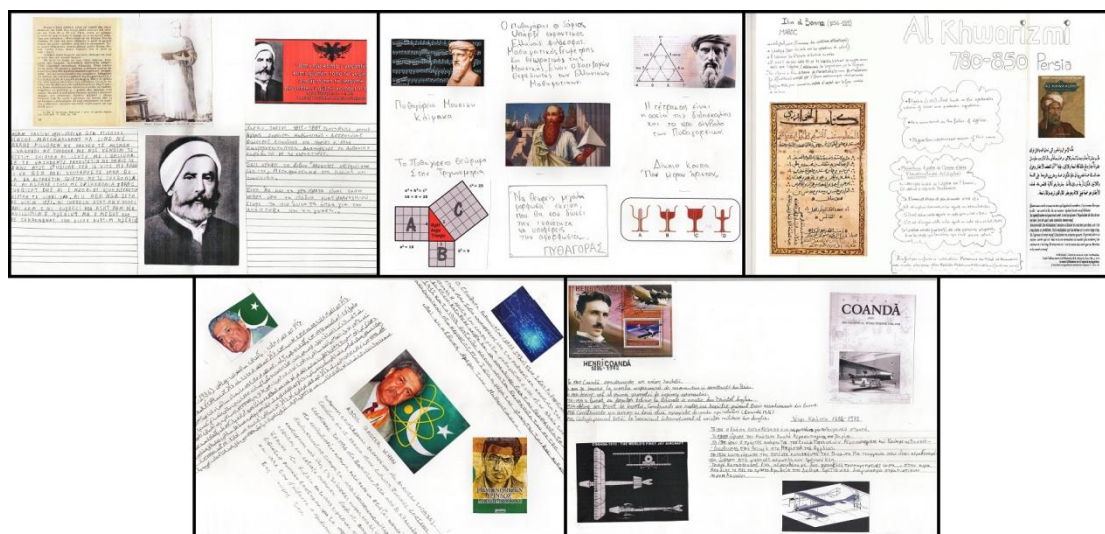
Βασιζόμενοι στις οδηγίες των μαθητών, οι δάσκαλοι έψαξαν και αποθήκευσαν ιστοσελίδες που περιείχαν τις σχετικές πληροφορίες στη μητρική γλώσσα των μαθητών τις οποίες παρουσίασαν με τη βοήθεια ενός προβολέα. Κάθε ομάδα επέλεξε τις πληροφορίες εκείνες που της ήταν χρήσιμες. Το υλικό τυπώθηκε και μοιράστηκε στα μέλη της ομάδας, ώστε να μπορούν να το μελετήσουν για την τελική επιλογή των στοιχείων που θα χρησιμοποιούσαν στην αφίσα που θα έφτιαχναν.

Στο τέλος της 3ης διδακτικής ενότητας, δόθηκε επίσης το ίδιο φύλλο εργασίας που είχε δοθεί την 1η ώρα και το οποίο περιείχε ερωτήσεις σχετικά με όλα τα ζητήματα που ήδη παρουσιαστεί και συζητηθεί αναφορικά με την ιστορία των μαθηματικών και τις ιστορικές της προσωπικότητες. Οι μαθητές, συνολικά, απάντησαν 14 από τις 15 ερωτήσεις σωστά, εκτός από 4 μαθητές, οι οποίοι, στην 6η ερώτηση για τη χρήση του Δεκαδικού Συστήματος Ταξινόμησης Θέσης, απάντησαν “Ελληνικά μαθηματικά” αντί για “Κινέζικα μαθηματικά”.

Στο 4^ο μάθημα: “Σχεδιασμός-δημιουργία της αφίσας και παρουσίαση σε ολόκληρη την τάξη”

Όλοι οι μαθητές πήραν τα χαρτόνια και τα μολύβια τους και άρχισαν να σχεδιάζουν πώς θα τοποθετούσαν τις φωτογραφίες και τις εικόνες που είχαν διαλέξει με κατάλληλο τρόπο και παράλληλα αντάλλασσαν απόψεις για το κείμενο που θα έγραφαν. Η τάξη μετατράπηκε σε ένα εργαστήριο, όπου οι 4 ομάδες δούλευαν πυρετωδώς και οι δάσκαλοι (ο μαθηματικός και η φιλόλογος που συμμετείχε στη διαδικασία) πήγαιναν από τη μια ομάδα στην άλλη, επιβλέποντας την πρόοδό τους. Εξαιτίας των ειδικών περιστάσεων που επικρατούν στα σωφρονιστικά ιδρύματα, η χρήση κάποιων υλικών απαγορεύεται, οπότε οι μαθητές έπρεπε να χρησιμοποιήσουν ό,τι παρέχονταν. Η ομάδα με τους Αλβανούς μαθητές, επειδή ήταν η μεγαλύτερη, έφτιαξε δυο αφίσες, μια για έναν Αλβανό μαθηματικό, και μια για τον Έλληνα μαθηματικό Πυθαγόρα.

Επειδή ο χρόνος που είχαν στη διάθεσή τους δεν ήταν αρκετός ώστε να ολοκληρώσουν οι μαθητές τις εργασίες τους και καθώς ο κανονισμός των φυλακών απαγόρευε να πάρουν οι μαθητές τα συγκεκριμένα υλικά στα κελιά τους, η κατασκευή των αφισών συνεχίστηκε στο 5ο μάθημα. Οι ομάδες αφού ολοκλήρωσαν την κατασκευή τους, έκαναν σύντομες παρουσιάσεις του περιεχομένου της αφίσας τους.



Οι ολοκληρωμένες εργασίες

Γενικά, οι συγκεκριμένοι μαθητές, μην έχοντας ουδεμία εκπαιδευτική εμπειρία αναφορικά με την ιστορία των μαθηματικών, βρήκαν τη διδακτική αυτή πρόταση ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα. Στη διάρκεια του μαθήματος ήταν απόλυτα συγκεντρωμένοι στις διαδικασίες και δούλεψαν πολύ πρόθυμα για να φτιάξουν τις αφίσες που παρουσίαζαν την συμβολή της δικής τους χώρας και κουλτούρας στην ανάπτυξη της επιστήμης.

Συμπεράσματα από τις τρεις πιλοτικές εφαρμογές

από Andreas Ulovec

Συμπεράσματα

Η πιλοτική υλοποίηση της διδακτικής αυτής ενότητας έδειξε ξεκάθαρα ότι οι μαθητές ενδιαφέρονται για την ιστορία των μαθηματικών, τους μαθηματικούς και το μαθηματικό περιεχόμενο από διαφορετικές κουλτούρες και ιστορικές περιόδους. Η ενεργός συμμετοχή των μεταναστών μαθητών και η χρήση του πολιτισμικού τους υπόβαθρου μπορεί σίγουρα να εμπλουτίσει τη μάθηση. Η προτεινόμενη διδακτική ενότητα μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να χρησιμοποιηθεί από δασκάλους με μαθητές διαφορετικών ηλικιακών ομάδων. Οι επιμέρους δραστηριότητες που περιλαμβάνει ενισχύουν το μαθησιακό υπόβαθρο των μαθητών για τα μαθηματικά μέσα από μια ποικιλία πηγών που διευρύνουν τις τυπικές σχολικές πρακτικές της μαθηματικής εκπαίδευσης.