Lifelong Learning Programme

Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language

Project Number: 526333-LLP-1-2012-1-IT-COMENIUS-CMP

SYMMETRIE MIT ORNAMENTEN LEHREN

von Hana Moraová* und Jarmila Novotná*

EINLEITUNG

Die folgende Einheit ist ein Teil des vielseitigen Projektes M³EaL: Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language (Multikulturalismus, Migration, Mathematik-Unterricht und Sprache) (526333-LLP-1-2012-1-IT-COMENIUS-CMP). Die Einheit bezieht sich auf das Potential multikultureller Inhalte von Ornamenten verschiedener Kulturen und deren potentieller Verwendung im Mathematik-Unterricht. Welche mathematischen Strukturen können mit dem kulturellen Inhalt von Ornamenten praktiziert werden? Welche Verbindungen zum Lehrplan bestehen in der Einheit? Wie kann sie dabei helfen, Schüler Innen mit Migrationshintergrund in die Klasse zu integrieren?

Ausführung mit Auszubildenden

Die Einheit wurde erstmals in einem Seminar mit tschechischen,angehenden und amtierenden LehrerInnen ausgeführt. Im Seminar wurde eine Einleitung zu Problemen im Mathematikunterricht in multikulturellen Klassen gegeben. Das Ziel dieser Ausführung war es 1) angehenden und amtierenden LehrerInnen zu zeigen, wie leicht es ist, multikulturelle Inhalte in ihre Mathematikstunden zu integrieren, 2) um mehr Ideen zu bekommen, welche mathematischen Themen in Ornamenten versteckt sind.

Folglich präsentierten die Vortragenden einige Ornamente von verschiedenen Kulturen und beauftragten die Teilnehmer Innenso viele mathematische Probleme wie möglich damit aufzuwerfen.

---

* Faculty of Education - Charles University in Prague, Czech Republic.

Erwartete mathematische Themen zur Entwicklung

Symmetrie, Rotationen, Translationen, Geometrie in der Ebene, Flächenschluss

Andere Themen, die von den Auszubildenden vorgeschlagen wurden: Proportionalität, Lineare Funktionen, Verhältnisse, Kombinatorik, kleinstes gemeinsames Vielfaches

Ziel des Seminars

Für die Auszubildenden:

- Lösungs/Lern-Strategien untersuchen
- Probleme darstellen
- Diese Probleme in Gruppen diskutieren

Für die Lehrenden:

- Vermehrung des mathematischen Inhalts, der mit Ornamenten verwendet werden kann.
- Vermehrung des Repertoires von möglichen multikulturellen Problemen für Mathematik-Stunden.

Hauptausführung

von Hana Moraová und Jarmila Novotná

1. Beschreibung der Aktivität

Die Aktivität beruht auf dem Konzept von bedeutenden Lernumgebungen – SLE (substantial learningenvironments), das von Erich Wittmann (1995) entwickelt wurde, und zwar dem Konzept: „Gutes Lehrmaterial für LehrerInnen und Schüler Innen sollte einen einfachen Startpunkt und viele Erkundungsmöglichkeiten oder Erweiterungen haben.“ Den einfachen Startpunkt bildeten in diesem Fall einige Ornamente verschiedener Kulturen (mit der Absicht, Schüler Innen mit Migrationshintergrund Gehör zu schenken, die Möglichkeit zu geben typische Ornamente ihrer Kultur oder ihres Heimatlandes zu präsentieren, um die Barriere zwischen Schule und zu Hause zu durchbrechen und um die im Alltag verwendete Mathematik und die Schulmathematik gegenüberzustellen – Meany, Lange, 2013). Die Auszubildenden wurden eingeladen, so viele Probleme wie möglich aufzuwerfen. Das Aufstellen von Problemen ist ein wichtiger Bestandteil des Lehrplanes und wird als ein essentieller Teil des mathematischen Handelns betrachtet (NCTM, 2000; Tichá, Hošpesová, 2010). Dies ist eine Aktivität, die Mathematik LehrerInnen alltäglich verwenden, wenn sie Probleme aus den Schulbüchern ergänzen.

Abschnitt 1 Die Auszubildenden

- Einführung in multikulturelle Probleme und interkulturelle Psychologie und ihre Folgen für den Mathematik-Unterricht.
- Diskussion traditioneller Unterrichtsmethoden und typische Aufgaben in der Symmetrielehre.
- Tätigkeit – Symmetrie in Buchstaben verschiedener Alphabete, Klein- und Großbuchstaben, Symmetrie in Wörtern.

Abschnitt 2 Die Auszubildenden

- Tätigkeit – Ornamente von verschiedenen Kulturen
- Arten von Ornamenten – symmetrisch vs. asymmetrisch, natürlich, geometrisch, linear, Flächenschluss, Rosette
- Tätigkeit: Stelle ein Problem auf und/oder entwickle einen Unterrichtsplan und Aktivitäten für dein (oder ein anderes ausgesuchtes) Ornament. Welche mathematischen Inhalte sind vorhanden?
- Präsentiere dein Problem/deinen Unterrichtsplan den anderen Auszubildenden.
- Diskussion der Pläne, Auswahl der besten Aktivitäten.

Abschnitt 3a Die Auszubildenden

- Bereite den endgültigen Entwurf des Unterrichtsplans, die dazu benötigten Unterrichtsmaterialien und Hilfsmittel für die Ausführung vor.

oder

Abschnitt 3b Die Auszubildenden

- Wähle eine der vorgeschlagenen Aktivitäten
- Bereite einen endgültigen Entwurf für eine größere didaktische Einheit (mehrere Stunden) vor, der flexibel und für verschiedene Leistungsgruppen und Altersstufen adaptierbar ist.
- Passe die Einheit der gewählten Klasse an, bereite die benötigten Unterrichtsmaterialien und Hilfsmittel vor.

(Dies ist der ideale Plan im Fall von Lehrer Innenbildung für angehende und amtierende Leher Innen. In dieser Ausführung wurde der endgültige Entwurf vom Forschungsteam/den Lehrenden zusammengestellt, da zu viel Zeit zwischen dem Seminar und der Ausführung an der Schule lag. Siehe dazu den folgenden Text.)

Abschnitt 4 Ausführung in der Schule

- Der endgültige Entwurf wird an einer ausgewählten Schule der Sekundarstufe I unterrichtet.
- Unmittelbare Rückmeldung der Lernenden. (ca. 5 Minuten)
- Interview mit der Lehrperson nach der Einheit.
- Schriftliche Reflexion der Lehrperson über die Aktivitäten.

2. Anweisungen

a) Von den Auszubildenden aufgestellte Probleme

- Der Satz des Pythagoras: messe und berechne anhand der Dreiecke in den vorgegebenen Ornamenten.
- Vergleiche Linien-Symmetrie, Rotation und Translation. Was ist typisch für welche Ornamente?
- Finde alle verschiedenen geometrischen Formen in einem Ornament, benenne und beschreibe sie.
- Untersuche das Konzept des Flächenschlusses, untersuche, welches Ornament dazu fähig ist.
- Kopiere die Ornamente auf ein quadratisches Raster und achte auf ihren Bereich. Benutze nun quadratische Raster mit verschiedenen Größen und untersuche die Proportionalität.
- Berechne den Anteil eines Bereiches einer Farbe.
- Wie viel Stoff mit diesem Ornament würdest du benötigen, um z.B. einen Kilt zu fertigen (zu Tartan)?
- Finde das erzeugende Element.
- Wie viele Symmetrielinien sind in einem speziellen Ornament?
- Das kleinste gemeinsame Vielfache (im Fall indischer Linien-Ornamente)
- Wie viele Perlen werden benötigt, um ein Segment des indianischen Ornamentes zu fertigen?
- Wie viel des Bandes wird benötigt, um eine Wand mit bestimmten Dimensionen zu dekorieren?
- Patchwork und Ornamente: Welche geometrischen Formen sind bei der Herstellung von Patchwork möglich?
- Wie viel Zwirn benötigen wir von jeder Farbe, um einen Teil des Tartans zu fertigen?
- Zeichne symmetrische Ornamente, kopiere diese vom Original, oder erfinde eigene (Schüler Innen) Ornamente.

b) Stundenplan

Die Auszubildenden betrachteten die Ideen und einigten sich darauf, die folgende didaktische Einheit zu erstellen. Die Einheit wurde entwickelt und sorgfältig im Detail ausgearbeitet, aber später von der Lehrperson auf die Bedürfnisse des Bildungsziels der Schule, des Lehrplans für Mathematik der Schulstufe und den Bedürfnissen der Kinder angepasst.

Bemerkung: Für die während der Einheit verwendeten Materialien siehe Anhang 1.

*Stunde 1*

- Titel der Stunde: ORNAMENTE

- Wiederholung der Symmetrie: Suche Symmetrielinien in verschiedenen Buchstaben (Anhang 1) [keine Buchstaben im Anhang] – 10 Minuten
- Einführung: Präsentation verschiedener Arten von Ornamenten in verschiedenen Kulturen. (Anhang 1) [im Original nicht erwähnt, aber Ornamente im Anhang] – 10 Minuten
- Hauptaktivität
    - Zeigen von Ornamenten verschiedener Kulturen.
    - An einem oder zwei sollen die verschiedenen Arten von Symmetrie und Transformationen gezeigt werden.
    - Alle Schüler Innen bekommen je ein Ornament und werden aufgefordert alle Symmetrielinien zu finden.
    - Alle symmetrischen, geometrischen Figuren in einem Ornament sollen von den Schüler Innen benannt und kopiert werden.
    - Die Schüler Innen sollen Rückschlüsse über typische Ornamente einer bestimmten Kultur ziehen.
- Hausübung: Bringe ein Objekt, das mit Ornamenten verziert ist von zu Hause mit. Bringe Bilder aus dem Urlaub mit, die verschiedene Ornamente zeigen.

Stunde 2

- Einführung: Stelle deine Ornamente vor. Welche Arten von Ornamenten sind sie, welche Symmetrielinien konntest du finden?
- Hauptaktivität:
    - Alle Schüler Innen bekommen eines der drei Ornamente (keltisch, indianisch, arabische Rosette) und ein quadratisches Raster in verschieden Skalierungen.
    - Die Schüler Innen sollen alle Symmetrielinien ihres Ornamentes finden.
    - Die Schüler Innen sollen das Ornament in das quadratische Raster kopieren
    - Die Schüler Innen sollen die Anzahl der Quadrate zählen, die ganz, bzw. teilweise färbig sind.
    - Die Schüler Innen sollen die Fläche des Ornamentes berechnen (teilweise farbige Quadrate zählen als vollkommen färbig)
- Nachbereitung: Übertrage die folgende Tabelle auf die Tafel.

Größe	0,5 cm	0,75 cm	1 cm	1,25 cm	1,5 cm	2 cm
Fläche						

Welche Proportionalität besteht zwischen der Größe der Quadrate und der Fläche des Ornaments?

Ausführung in der Schule

Die tschechische Aktivität wurde an der ZŠ Fr. Plamínkové s RVJ in Prag, in einer 5. Klasse durchgeführt.

Das Forschungsteam untersuchte gründlich die Rahmenbedingungen und die Lehrpläne für Grundschulen in der Tschechischen Republik (MŠMT 2013, http://www.plaminkova.cz/skolni-vzdelavaci-program), um herauszufinden, welche Themen im oben beschriebenen Vorschlag für diese Gruppe geeignet sind. TschechischeFünftklässler Innen haben noch kein Wissen von Symmetrie und arbeiten auch nicht explizit damit, aber haben voraussichtlich instinktive Ahnung davon. In der fünften Klasse lernen sie mit quadratischen Rastern zu arbeiten und können ein Vorverständnis von Geometrie in der Ebene (Fläche und Umfang) bilden. Ihnen wurde das Konzept der Proportionalität noch nicht vorgestellt.

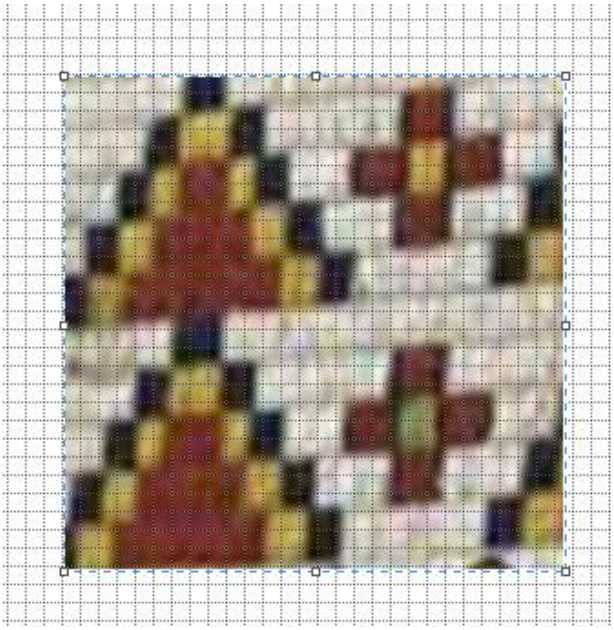
Die Entscheidung, die Einheit anzupassen und zwei Unterrichtseinheiten durchzuführen, wurde vom Team getroffen.

Stunde 1

Einführung zu Ornamenten, Diskussion von Ornamenten, Arten, Form, Unterschiede zwischen den Kulturen, Basiselemente, Diskussion ursprünglicher indianischer Ornamente (mit Perlen hergestellt);

Den Kindern wurde ein quadratisches Raster (0,5 cm) und ein ursprüngliches indianisches Ornament gegeben. Sie wurden gebeten das Muster, Quadrat für Quadrat (akkurat), zu übertragen. Danach sollten sie die Anzahl der blauen Quadrate, die Größe des Blauen Kreuzes und der blau-gelben Figur berechnen. Allerdings konnte dies aufgrund der Skalierung nicht als Einleitung für Flächen verwendet werden.

Den Kindern wurde ein 1cm-Quadrat Raster und ein weiteres Beispiel eines ursprünglichen indianischen Ornaments gegeben, welches nicht aus Perlen gemacht war, sondern gestickt wurde. Z.B. bestand es aus rechteckigen anstelle von Quadratischen Elementen. Zwei Teile des Ornaments wurden auf ein quadratisches Raster kopiert (ein Rechteck bestand aus drei Mal zwei [drei Mal drei im Original] Quadraten). Die Kinder wurden gebeten, die Figuren auf das 1x1 cm Raster zu übertragen.

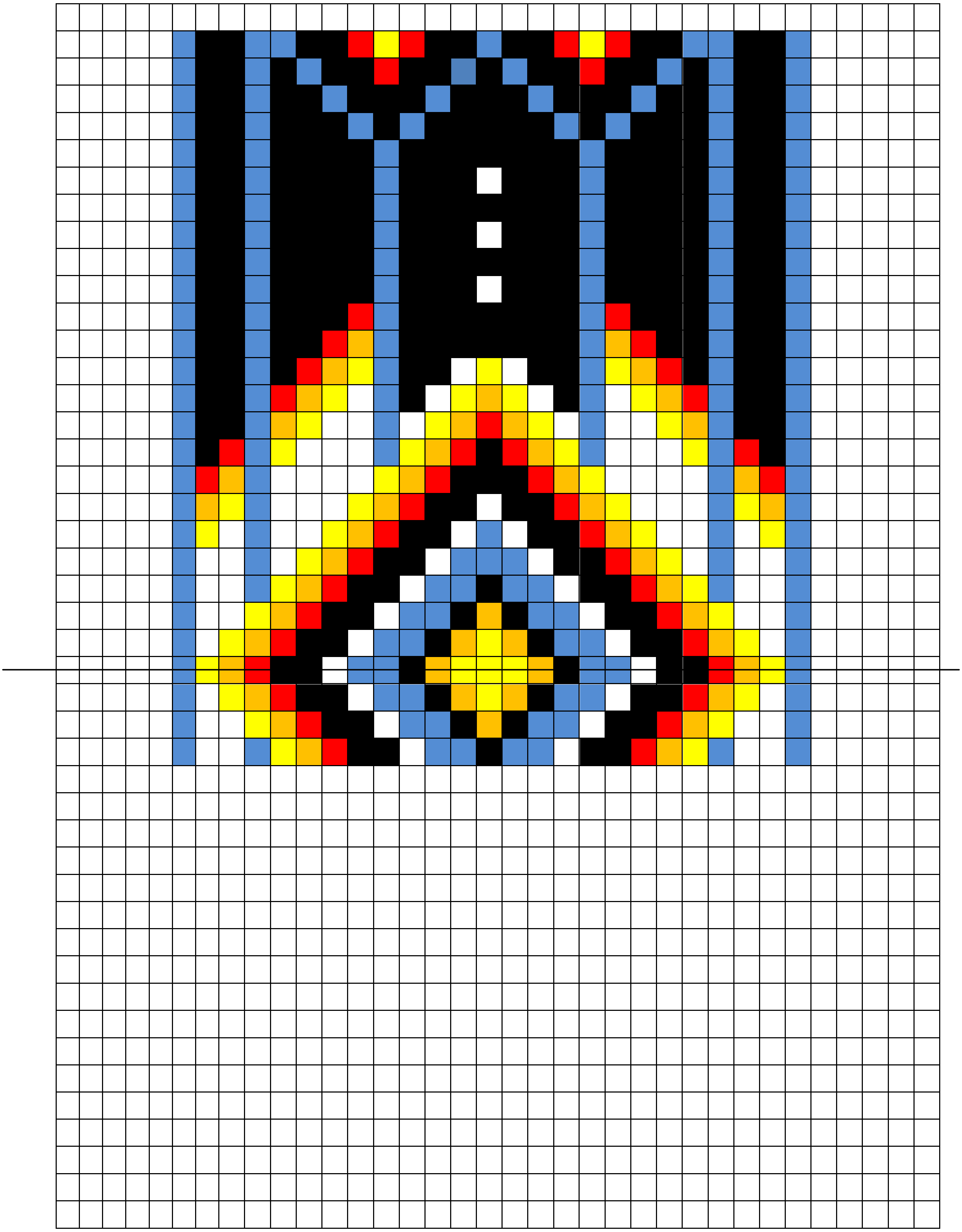


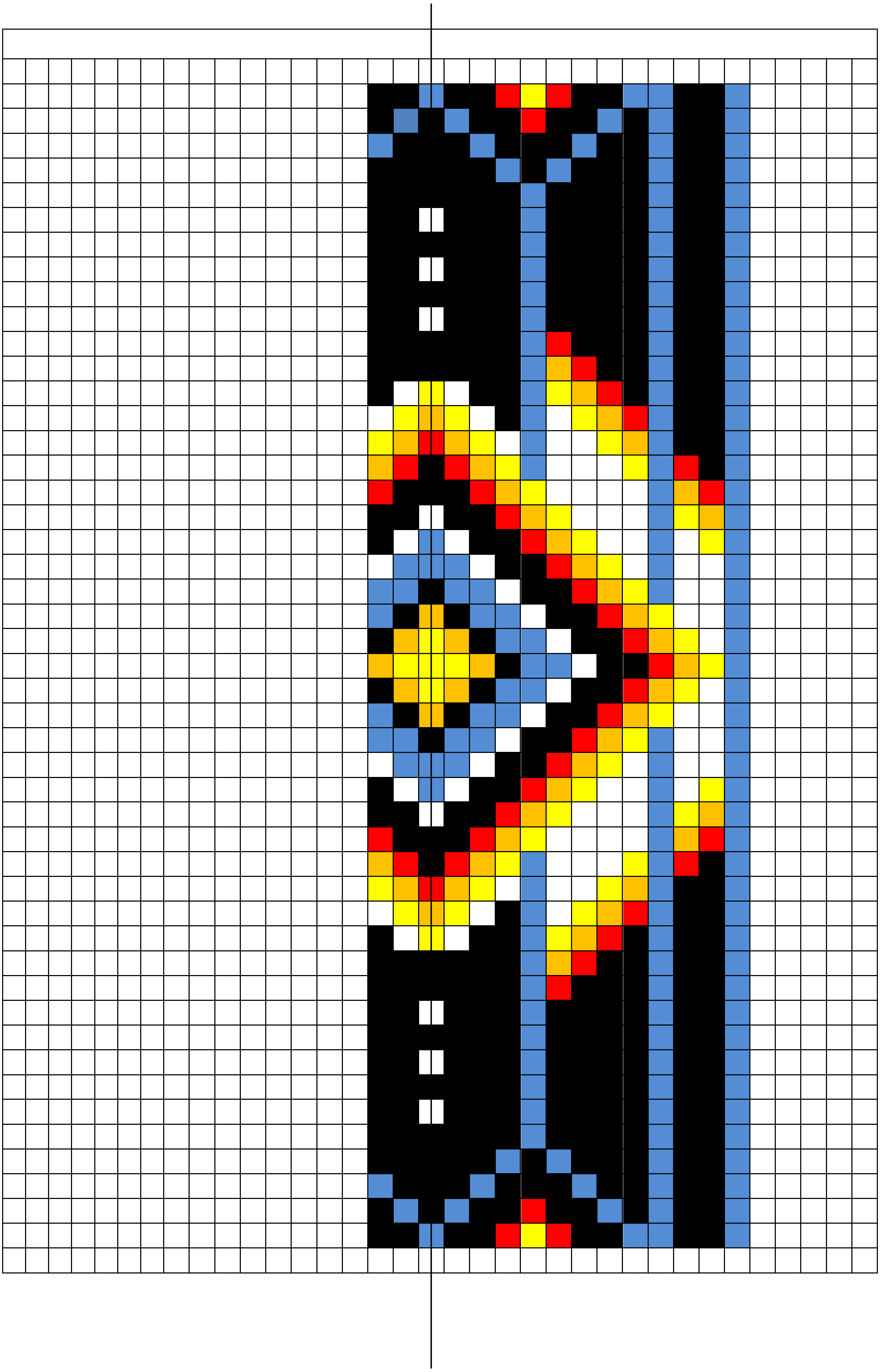
Da die Fläche jedes Quadrates $1 cm^2$ betrug, konnten die Schüler Innen die Fläche von verschiedenen geometrischen Figuren, die sie gezeichnet hatten leicht bestimmen. (Rechteck, 2 Rechtecke, Kreuz, Pyramide, usw.). Das Gleiche wurde mit dem Umfang durchgeführt.

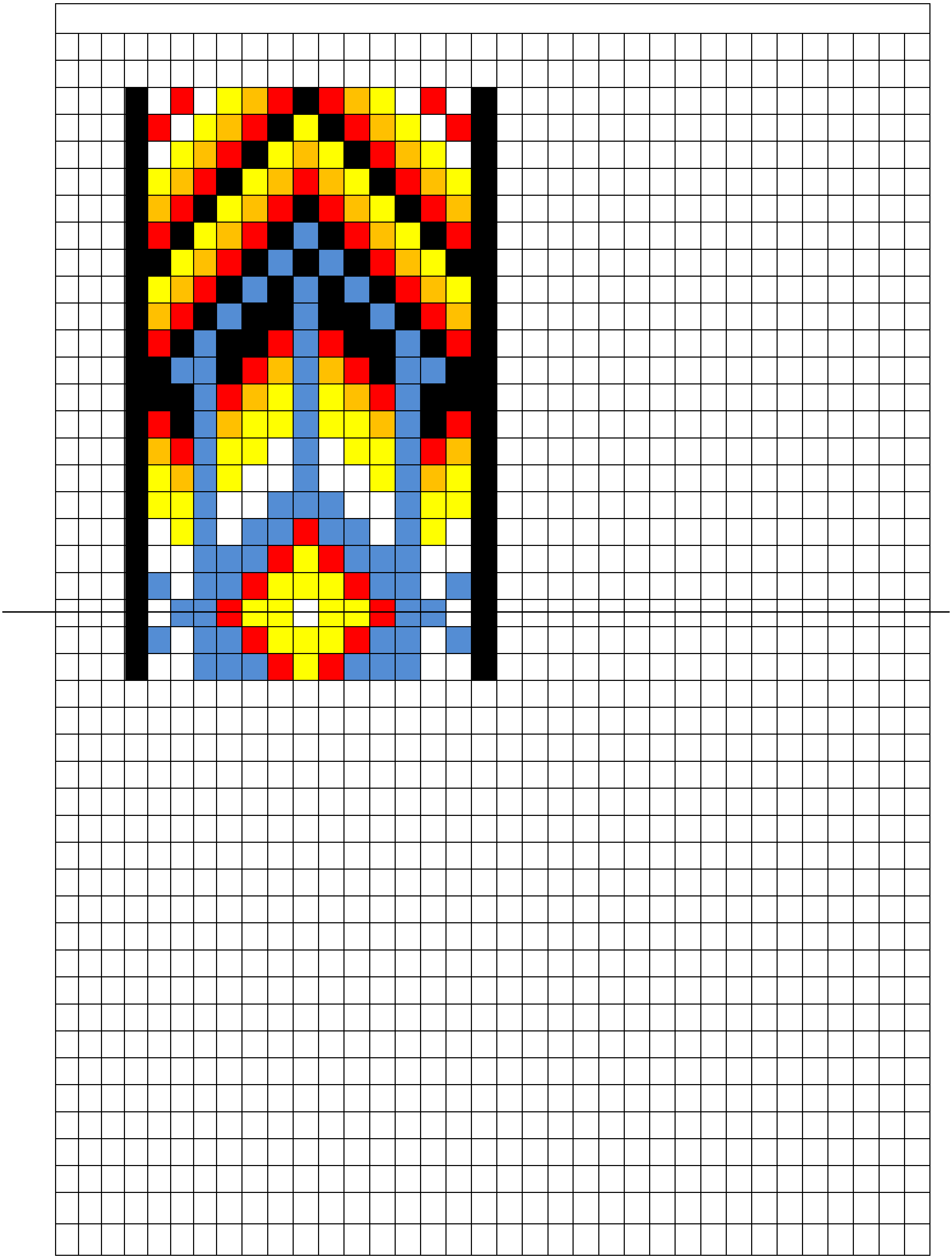
Stunde 2 – Arbeit mit Symmetrie (eine kombinierte Mathematik-Kunst-Stunde)

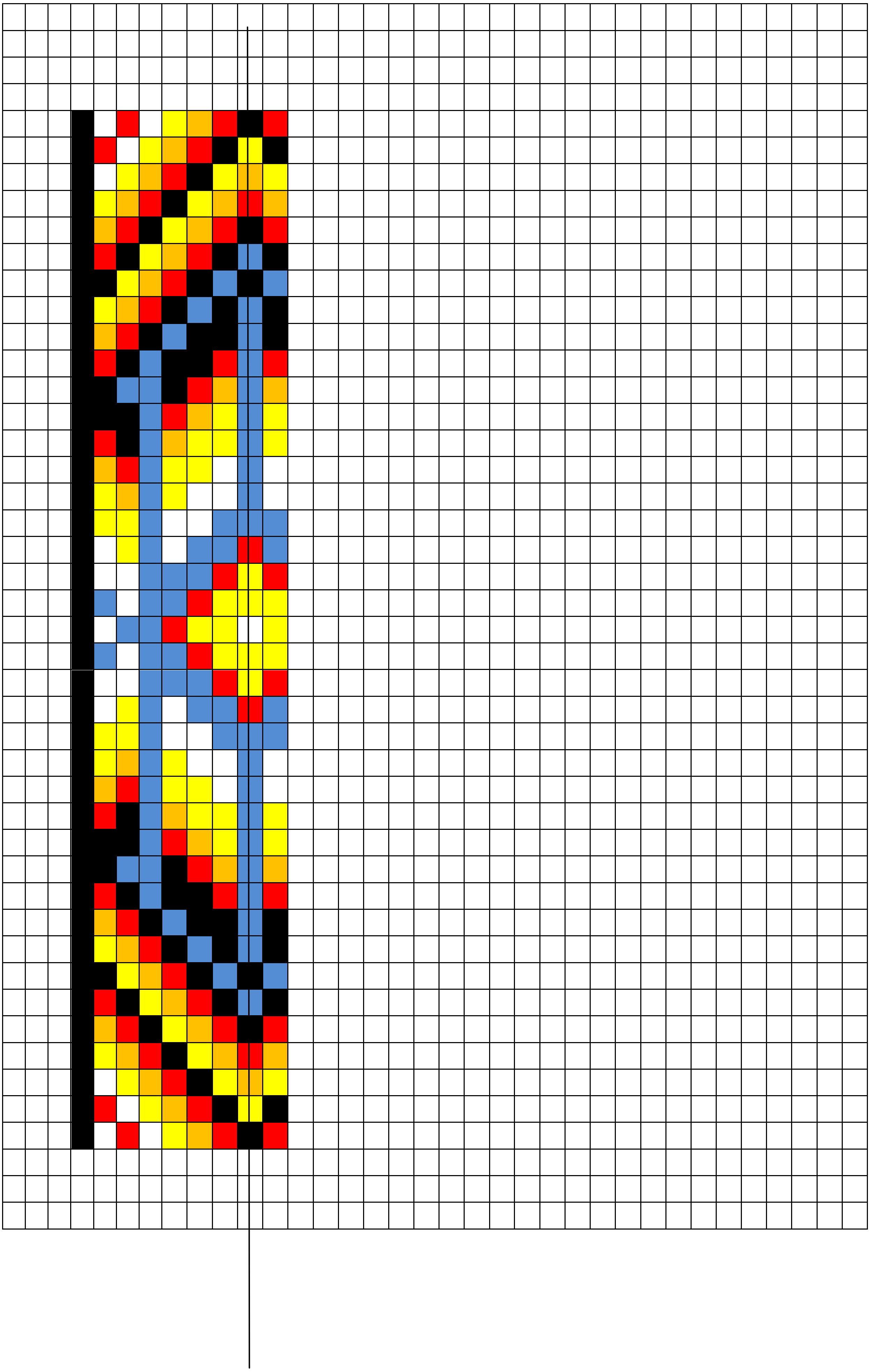
Den Kindern wurden zwei originale, ursprüngliche, indianische Ornamente gezeigt. Sie sprachen über die Formen, die sie dort sehen konnten.

Sie bekamen ein Modell eines Ornamentes mit einer vorgegebenen Symmetrielinie und wurden angewiesen, das Ornament fertigzustellen.









Sie benutzten Buntstifte, Perlen, Fäden, usw. um Modelle von Ornamenten herzustellen.

Hausaufgabe: Sehe dich zu Hause nach Ornamenten um. Wo sind sie? Welche Arten, Formen, Farben, Materialien, usw. haben die Ornamente? Kopiere, oder fotografiere sie. Wir werden nächste Stunde mit ihnen arbeiten.

Kommentare der ausführenden Lehrperson:

Die Lehrerin, die die Tätigkeiten durchführte, befand die Unterrichtseinheit motivierend für ihre Schüler Innen. Die Schüler Innen waren für den Großteil der beiden Stunden beschäftigt und arbeiteten hart. Die Materialien erlaubten eine Differenzierung innerhalb der Stunde (Auswahl von mehr oder weniger schwierigen Formen, Anzahl der Formen um die Fläche und den Umfang zu bestimmen).

Die Lehrerin schlug für diese Altersgruppe vor, für alle Aktivitäten, nur 1cm-Quadrat Raster zu benutzen, da dann das Zählen von Quadraten von Beginn an sinnvoller wäre. Sie wies darauf hin, dass die Schüler Innen darauf aufmerksam gemacht werden sollten, nicht mit der zentralen blauen Form zu beg Innen, sondern zuerst die Anzahl der Roten Quadrate zu zählen und die Begrenzung des roten Rechteckes zu zeichnen. Sie fänden oft erst sehr spät heraus, dass ihre gewählte Begrenzung nicht korrekt war und sie keinen Platz für das zentrale Blaue Kreuz hätten. War dies der Fall, waren die betroffenen Schüler Innen nicht sehr motiviert wieder von vorne zu beg Innen.

Zweite Ausführung

von Antonella Castellini, Lucia Alfia Fazzino und Franco Favilli[**]

Die Analyse a priori

Der Kontext

Die Einheit wurde für eine Gruppe von Schüler Innen aus zwei verschiedenen Klassen der Istituto Comprensivo 1 von Poggibonsi (Provinz von Siena) entworfen und für eine Durchführung während der Wochen mit flexiblem Unterricht entwickelt. In diesen Wochen steht es den Klassen frei, sich mit verschiedenen fachlichen oder fächerübergreifenden Tätigkeiten zu beschäftigen und Projekte außerhalb der Schule zu verwirklichen. Die Gruppe bestand aus 15 bis 18 Schüler Innen der zweiten Klassen der Sekundarstufe I.

Die Ziele

Die Themen der Unterrichtseinheit erlaubten es vorhergegangenes Wissen zu wiederholen, und auch aus einem anderen, sicherlich kreativerem Blickwinkel zu

[**] CAFRE – University of Pisa, Italy.

betrachten. Eine signifikante Wertsteigerung wurde durch die Befindlichkeit repräsentiert, da die Tätigkeit zu Referenzen mit kulturellen Aspekten und Charakteristika des Herkunftslandes der Schüler Innen drängte. Die Themen der Unterrichtseinheit erlauben die Einführung von Unterrichtsmethoden, wie das Aufstellen von Problemen, was noch nicht für die Entwicklung mancher mathematischer Fähigkeiten benutzt wurde.

Es gab vier Gründe für die Wahl:

- um die Realität mit mathematischen Augen zu sehen;
- um interkulturelle Bildung, in Begleitung mit dem Verlangen Schüler Innen über andere kulturelle Ursprünge aufzuklären zu entwickeln;
- um eine positive Einstellung zur Mathematik, durch sinnvolle Erfahrungen zu entwickeln (wie von den nationalen, italienischen Richtlinien 2012 vorgeschlagen);
- um Geometrische Figuren zu beschreiben, zu benennen und zu klassifizieren, ihre relevanten Elemente und Symmetrien zu identifizieren, auch um alle Schüler Innen dazu zu befähigen die Figuren zu reproduzieren (wie von den nationalen, italienischen Richtlinien 2012 beschrieben);

Das Design

Die angenommene Methode war im Stil des Seminars. Das Seminar wurde nicht nur als physischer Ort gedacht, sondern als Aktivität der Klasse, wo denken und tun nahe beieinanderliegen sollten, eine Lehrsituation, wo die Bedeutung mathematischer Objekte durch Erfahrungen, die für Schüler Innenbereichernd und motivierend sein sollten, aufgefasst.

Alle Aktivitäten der Lehreinheit wurden in Bezug auf isometrische Transformationen, ein Thema, das zum Teil im vergangenen Schuljahr behandelt wurde, kreiert. Das Thema wurde mit Hilfe eines Spiegels eingeleitet: Indem eine Zeichnung, oder ein Objekt vor einen Spiegel gelegt wurde und die Schüler Innen das reflektierte Bild untersuchten, konnten sie die Hauptmerkmale der Achsensymmetrie erkennen. (Foto 1)

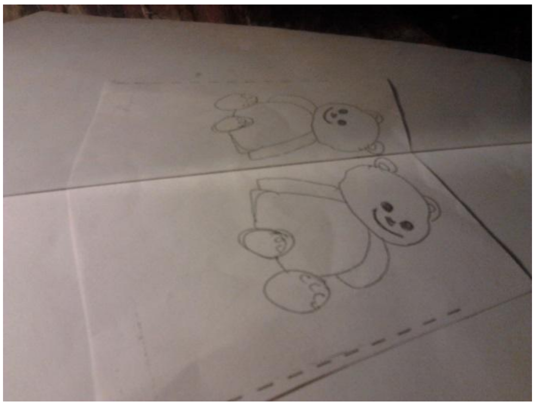


Foto 1

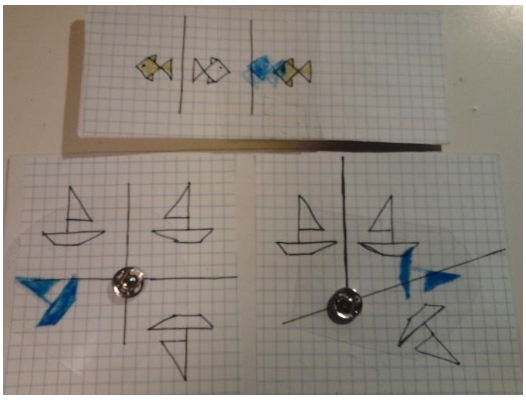


Foto 2

Im nächsten Schritt wurde eine Zusammensetzung von Symmetrien mit parallelen oder senkrechten Achsen, den anderen isometrischen Transformationen – Translationen und Rotationen – konstruiert und deren Hauptmerkmale identifiziert. Danach fertigten die Schüler Innen dynamische Modelle, welche diese geometrischen Transformationen repräsentieren. (Foto 2)

Die objektbezogene Tätigkeit gibt den Schüler Innen die Freiheit selbst zu gestalten und zu interpretieren. Aus diesem Grund ist es wichtig, ein dynamisches, nicht stehendes Objekt zu sehen, zu beobachten und damit zu interagieren.

Die statischen Begrenzungen zwingen die Schüler Innen, das Objekt nur von einer Seite zu sehen und helfen nicht dabei, die Situation von verschieden Perspektiven zu analysieren. Außerdem stimuliert es nicht die Neugier der Schüler Innen und erlaubt erst recht keine Spekulationen, oder noch weniger dasArgumentieren. So wird ein substantieller Teil, der fundamental für die Formung mathematischen Denkens ist, vom Lernprozess ausgeschlossen. Deshalb wurde im Entwurf neben der Benützung dynamischer Modelle, die den Schüler Innen bereits bekannt sind, eine Tätigkeit geplant, die das „Spiegelkabinett“ benutzt und eine neue Erfahrung für die Schüler Innen liefert.

Die Entwicklung in der Lehreinheit

Stunde 1

In Stunde 1 wurden die Schüler Innen in 4 Gruppen zu je 4-5 Mitgliedern geteilt. Zwei Ornamente – ein Fries und eine Rosette – wurden ausgeteilt. Die Schüler Innen wurden aufgefordert, die Ornamente mit Hilfe eines flachen Spiegels zu untersuchen, um herauszufinden, welche Art von isometrischer Transformation bei der Herstellung der Ornamente benutzt wurde.

Nach einer kurzen, allgemeinen Untersuchung mussten die Schüler Innen eine/n GruppensprecherIn wählen, welche/welcher die in der Gruppe gefundenen geometrischen Transformationen den anderen Gruppen präsentieren sollte. Der Zweck dieser Tätigkeit ist es, bestehendes Wissen zu überdenken und die Ergebnisse der verschiedenen Gruppen zu vergleichen, mit dem Hauptziel, Vermutungen aufzustellen und zu lernen diese mit anderen zu diskutieren.

Fries Gruppe

Die Schüler Innen begannen damit, das Fries mit einem flachen Spiegel zu untersuchen: „Zuerst haben wir den Spiegel horizontal zum Dekor gestellt (Foto 3), aber durch Beobachtung realisierten wir, dass es wahrscheinlich nicht durch diese Symmetrie hergestellt wurde, da ein Fries normalerweise sehr lang ist. So haben wir den Spiegel vertikal zur Zeichnung angesetzt (Foto4) und konnten beobachten, dass eine Achsensymmetrie mit Quadrat a als Modul vorliegt. Wenn wir aber die Quadrate a, b und c in Betracht ziehen, kann man leicht sehen, dass es sich um eine doppelte Achsensymmetrie mit parallelen Achsen handelt. Nach näherer Betrachtung haben wir festgestellt, dass wenn wir die Figuren a und b als eine Ganze betrachten, eine Translation nach rechts vorhanden ist. (Foto 5, 6, 7)

Foto 3

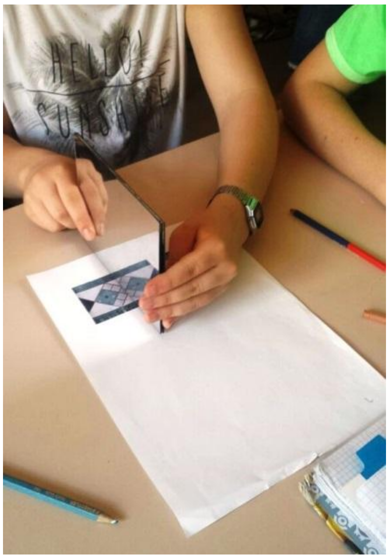


Foto 4

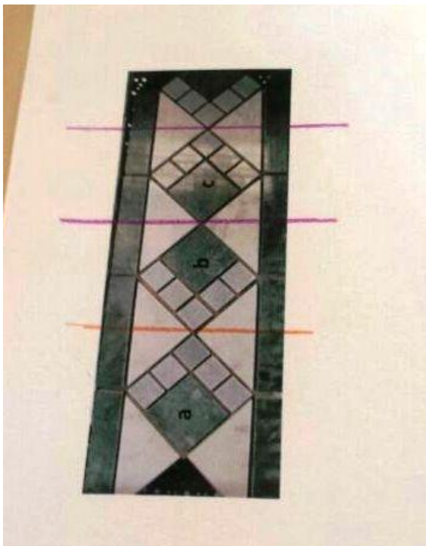


Foto 5

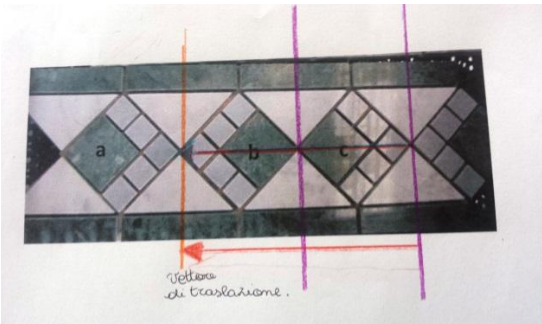


Foto 6

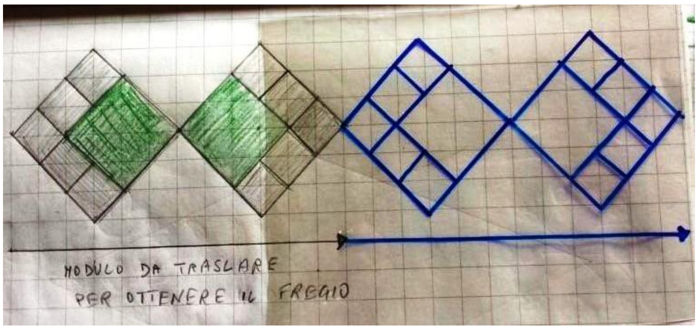


Foto 7

An diesem Punkt stellten sie sich die Frage: „Aber wie lang ist der Translationsvektor?“

Mit Hilfe des dynamischen Modells konnten sie bestätigen, dass die Länge des Translationsvektors genau zwei Mal die Distanz zwischen den beiden Parallelachsen, die die Bewegung hervorrufen, ist.

<u>Dekor Gruppe</u>

Schüler Innen-Kommentare werden direkt zitiert: „In diesem Muster sahen wir sofort, dass eine inzidente Achsensymmetrie vorliegt. (Foto 8) Dann machte uns A. darauf aufmerksam, dass es sich auch um eine Rotation handelt, da es durch die Zusammensetzung zweier Symmetrien mit inzidenten Achsen erzeugt wird. So entschieden wir uns dafür, die Symmetrieachsen einzuzeichnen und fanden den Mittelpunkt der Rotation. Um die Rotation zu überprüfen nahmen wir die Folie und hatten unser dynamisches Modell.“ (Foto 9)

Foto 8

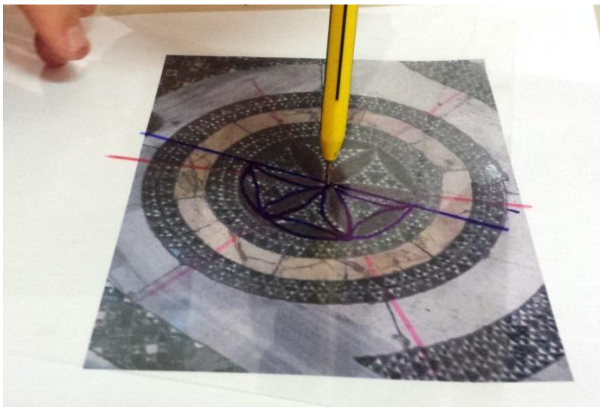


Foto 9

Es ist interessant, das die Schüler Innen das Modul und die Symmetrieachsen am Dekor gezeigt haben, um ihre Folgerungen zu erklären und erneut auf das dynamische Modell zurückgegriffen haben, um mögliche Zweifel aufzulösen.

Um die Beobachtungen von Stunde 1 zu bestätigen, war die Verwendung des Spiegels und des dynamischen Modells, welches die Schüler Innen konstruiert hatten, sehr hilfreich.

Nachdem die verschiedenen isometrischen Transformationen überprüft worden waren, wurden die Schüler Innen gebeten, zu Hause eine individuelle Zusammenfassung der geleisteten Arbeit der Stunde zu schreiben (Protokollheft) und in ihrem Haus/Wohnung nach Objekten und/oder Stoffen zu suchen, welche Dekorationen aufweisen, die typisch für ihr Heimatland, oder ein von ihnen besuchtes Land sind, und diese in die nächste Stunde mitzubringen.

Stunde 2

Die Objekte und Stoffe werden den Schüler Innen zur Verfügung gestellt. Jede Gruppe sucht sich ein Stück aus, das bevorzugt wird. Ein Stoff aus Senegal (der gelungenste in den Augen der Schüler Innen, vielleicht da er sehr bunt und mit verschiedenen Arten von Dekorationen versehen ist) und ein weiterer Stoff, den eine Schülerin zu Hause benutzt, um Ihr Sofa abzudecken, der auch sehr farbenfroh und mit sehr regelmäßigem Muster versehen ist, waren die Favoriten. Schüler Innen verworfen verschiedene Spitzen (viele davon von Großmüttern gehäkelt…) und auch Keramikteller und Schachteln, die in kleinerer Anzahl und nicht sehr farbig vorhanden waren.

Diese Tätigkeit wird jeder Gruppe aufgetragen:

1. begründet die Wahl des Objektes;
2. identifiziert die isometrischen Transformationen mit Hilfe der Spiegelebene;
3. vervielfältigt das ausgewählte Ornament auf den zwei quadratischen Papieren, die ihr bekommen habt;
4. findet das erzeugende Muster des Ornamentes;
5. präsentiert den anderen Gruppen das ausgewählte Dekor, stellt jeder von ihnen das erzeugende Muster und eine Anleitung zur Erzeugung zur Verfügung;

Klee Gruppe

Die Mitglieder der Gruppe wählten das Ornament mit dem Klee (Foto 10) und begründeten ihre Wahl damit, dass es „leicht und schön“ sei. Sie schrieben später in ihr Protokoll, dass sie sich ursprünglich geirrt hatten: „Wir dachten nur an leichte Symmetrien im Blatt und im Ornament, von Quadrat zu Quadrat, aber dann, als wir mit dem Spiegel genauer hingesehen hatten, haben wir realisiert, dass ein kleiner Blumenstängel da war, und es sich nicht um eine Achsensymmetrie handelte, sondern um eine zentrale Symmetrie. (…) Dafür benutzten wir die Folie mit dem Druckknopf, um besser zu verstehen.“

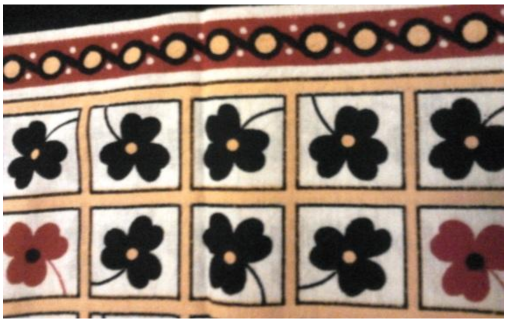


Foto 10

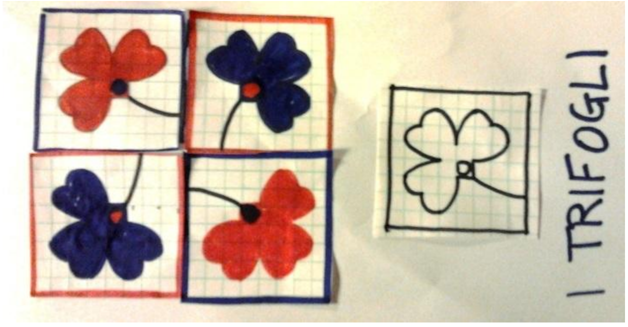


Foto 11

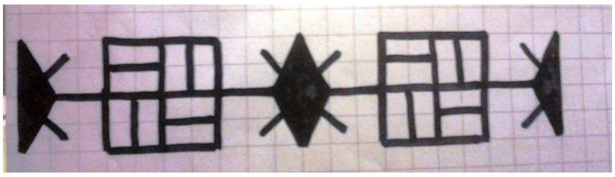
Foto 12

Die geleistete Arbeit (Foto 11, 12) gibt klare Beweise ihrer Recherche und zeigt, wie ihnen der Spiegel half, um die isometrischen Transformationen im Dekor besser identifizieren zu können, aber auch wie nützlich die Verwendung von dynamischen Mustern für die Betrachtungen von Veränderungen ist.

Ausgehend vom Grundmuster, durch sukzessives rotieren um 90 Grad, konnten sie das Dekor des Stoffes darstellen. Es ist interessant über die Farbwahl, die von der Gruppe gewählt wurde, um die beiden Figuren, die in der zentralen Symmetrie zusammengehören, nachzudenken.

Kleiner-Rahmen Gruppe

Foto 13



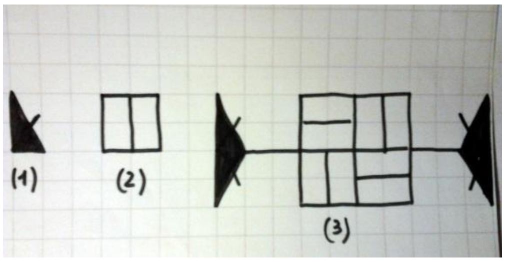


Foto 14

Foto 15

Die Gruppe, die das Dekor mit den kleinen Rahmen (Foto13) wählte,gab an dies wegen folgendem getan zu haben: „Es sah wie einer der kleinen Rahmen aus, die wir während der Volksschulzeit gemacht haben.“ Schüler Innen konnten das Muster leicht wiedergeben und hoben sofort die Translation hervor (Foto 14), was ihnen eine Rekonstruktion des gesamten Dekors erlaubte. Aber auch hier wurde nach einem Moment der Euphorie über die Geschwindigkeit ihrer Ausführung dem zentralen Muster „das aus kleinen Rechtecken gemacht ist“ Aufmerksamkeit geschenkt. Die Schüler Innen realisierten, dass hier andere Symmetrien vorherrschten: im Speziellen ein Paar zentraler Symmetrien, oder eine Serie von vier 90 Grad Rotationen. Sie waren nach dieser Entdeckung sicher, dass nichts mehr anderes zu finden war und begannen eine Reihenfolge an Anleitungen zu schreiben, um ihre Kameraden zur Reproduktion des kleinen Rahmens zu befähigen. Während des Schreibens erkannten sie, dass auch das andere Dekor – „von der Art schwarzer Stern“ – dieselbe Eigenschaft einer doppelten zentralen Symmetrie zu haben schien. Dadurch entstanden viele Diskussionen: „Wie sollen wir das machen? Müssen wir drei verschiedene Anleitungen schreiben? Eine für jede der zwei Muster und gleichzeitig eine für den kleinen Rahmen? Und was ist das erzeugende Muster?“ Die Schüler Innen entschieden sich dafür diesen Weg einzuschlagen und drei verschiedene Anleitungen zu geben und ihren Kamerad Innen diese drei Muster vorzulegen. Sie sind am Foto gezeigt: zwei, um die zentralen Motive mit den Rotationen zu erzeugen und eines um die Translation durchzuführen (Foto 15)

<u>Raute Gruppe</u>

Wieder war die Wahl dadurch motiviert, dass die Schüler Innenfolgendes angaben:„Sie sind sehr farbenfroh, aber es sind Kurven und gerade Linien, was zwei verschiedene Arten von Dekorationen gibt.” Aber diese Situation machte es sehr schwierig für die Gruppe, das Stoffdesign auf Papier zu reproduzieren (Foto 16) und sie benötigten ein wenig Hilfe von der Lehrperson. Die Schüler Innen realisierten wieder, dass nur vier Rotationen von 90 Grad benötigt wurden, um das Ornament zu erstellen und konnten das Basismuster leicht identifizieren und herstellen. (Foto 17, 18)

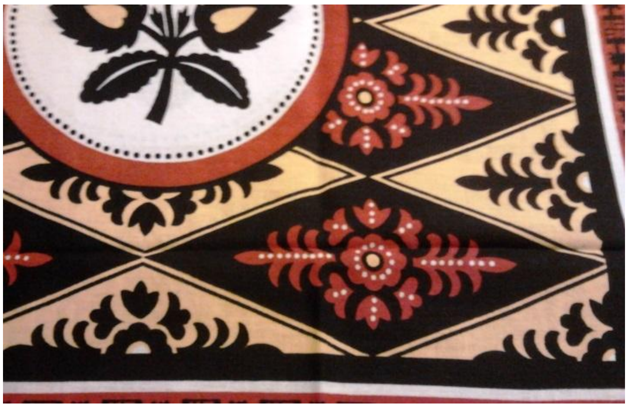


Foto 16

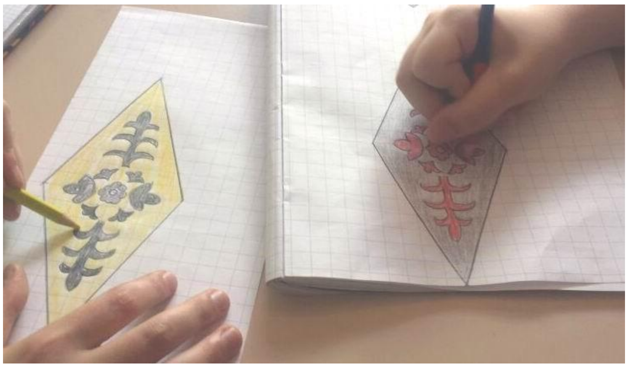


Foto 17

Foto 18

<u>RosettenGruppe</u>

Die Gruppe begründete ihre Wahl der Rosette (Foto 19) mit der Aussage, dasssie diese an Weihnachtszeichnungen erinnere. Das Ornament täuschte die Schüler Innen: sie konnten das Startmuster nicht identifizieren, konnten Symmetrien erkennen, aber nur in zwei Paaren des Ornamentes die erzeugenden Elemente, konnten die Rotationen erkennen, aber nicht erklären wie sie diese verwenden sollten. Sie diskutierten viel über „separieren der beiden Muster, das eine mit dem kleinen Quadrat vom anderen“, sie versuchten Gebrauch von einem Muster zu machen, dann von einem anderen und entschieden schlussendlich, „wir können mit drei Mustern arbeiten, um die gesamte Rosette zu reproduzieren: zwei davon müssen vier Mal um 90 Grad rotiert werden, das dritte muss acht Mal um 45 Grad rotiert werden.“ (Foto 20, 21)

Foto 19

Foto 20

Foto 21

Stunde 3

Eine neue Tätigkeit wird vorgestellt und kann wie folgt betitelt werden:

Vom Spiegelkabinett zur Proportionalität

Beachte die Muster, die aus dem Rosetten-Ornament hervorgegangen sind, die du in den vorherigen Stunden hergestellt hast.(Foto 22)

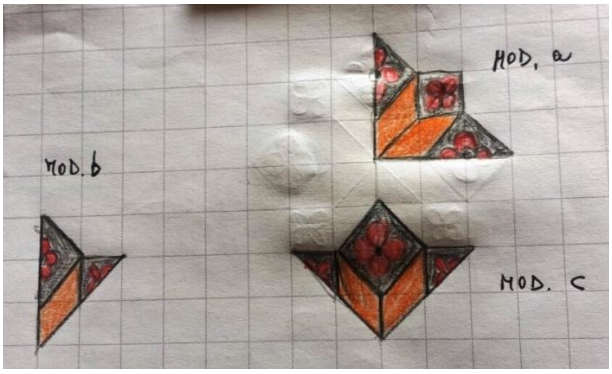


Foto 22

Platziere die Muster, eines nach dem anderen, in das Spiegelkabinett und berichte, wie viele von ihnen benötigt werden, um das Ornament fertigzustellen. (Foto 23 a, b, c)

Foto 23 a

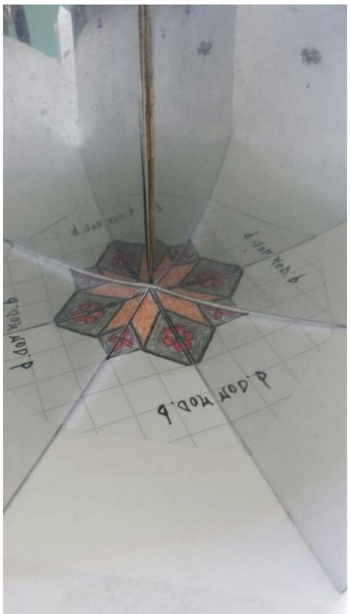


Foto 23 b

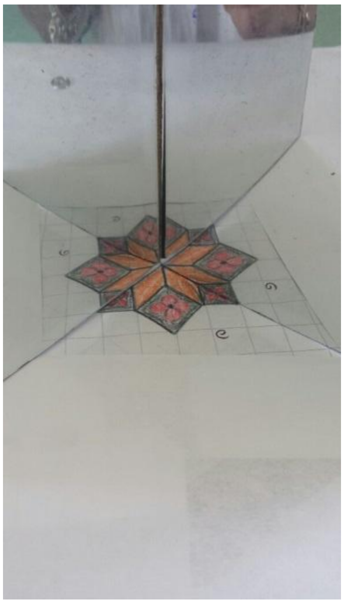


Foto 23 c

Die Schüler Innen begannen damit, Spiegel im Winkel von 90 Grad an die Muster zu legen. In diesem Fall sahen sie vier Bilder (drei reflektiert und eines als Original) die einen Belag ergeben, der dem gesamten Dekor entsprach. Danach wurde das andere Muster ausprobiert „mit dem 45 Grad Winkel, bekommen wir allerdings 8 Bilder, d.h. sie haben sich verdoppelt. Und der Winkel wurde verringert, genauer wurde er halbiert!“

Diese Bemerkung erregte die Neugier der Schüler Innen, welche andere Teile des Ornamentes ausprobierten. „Lasst es uns mit einer halben Rosette versuchen, wir bekommen gewiss nur zwei Bilder.“ Dann fanden sie heraus, dass wenn der Winkel des Spiegelkabinetts kleiner wird, die Anzahl der Bilder mehr werden.

Die LehrerInnen gingen deshalb weiter auf das Thema ein und schlugen den Schüler Innen vor, den Winkelmesser zu verwenden, um den Winkel zwischen den Spiegeln zu finden und ein dünnes Objekt, wie z.B. einen Bleistift in das Spiegelkabinett zu legen. Sie schlugen auch vor eine Tabelle mit dem Winkel zwischen den Spiegeln und der dazugehörigen Anzahl der Bilder aufzustellen. In den Tabellen der Schüler Innen werden nicht nur die Paare (90, 4), (180, 2), (45, 8), sondern auch z.B. (30, 12), (40, 9) stehen. Die Tabelle wird klar die Beziehung zwischen *Winkelweite* ⇔ *Anzahl der Bilder*zeigen, da es leicht zu sehen ist, dass wenn sich der Winkel halbiert, drittelt,… sich die Anzahl der Bilder verdoppelt, verdreifacht,… Schüler Innen können daher beobachten, dass das Produkt der Winkelweite mit der Anzahl der Bilder konstant ist und den vollen Winkel, 360 Grad ergibt.

Auf diesem Weg haben die Schüler Innen intuitiv und zugleich exakt das Gesetz der Inversen Proportionalität entdeckt!

Danach wurden die Schüler Innen von der Lehrperson beauftragt, die Daten der Tabelle als Punkte in der kartesischen Ebene einzuzeichnen und diese zu verbinden. Schüler Innen konnten sehen, dass die Punkte einen Teil einer Kurve, genauer einen Zweig einer Hyperbel,ergaben, die sich noch nicht kannten.

An diesem Punkt fragteSchülerIn B.: „Warum startet der Graph bei 10 Grad? Wenn ich das Spigelkabinett schließe, dann ist der Winkel null, was passiert? Ich sehe nichts, so bekomme ich auch kein Bild, die Bilder sind null … aber dann funktioniert es nicht … da stimmt etwas nicht." Hier wurde der Zweifel eines/einer SchülerIn zur Ressource für alle! Die LehrerInnen schlugen den Schüler Innen vor, ein Stück Faden in das Spiegelkabinett zu legen und aufmerksam zu beobachten, was passiert, wenn die Spiegel langsam geschlossen werden. Die Abschlussaktion ermöglicht es den Schüler Innen zu sehen, dass die Bilder nicht null, sondern unendlich werden. „Eigentlich sehen wir sie nicht, da sie innerhalb sind!" Einmal mehr führte die Dynamik eines Objektes dazu, einen wichtigen Grenzfall zu untersuchen, der nicht leicht zu erklären und zu verstehen ist, wenn nur Arithmetik benutzt wird, da die Division durch Null nicht möglich ist. Auf diesem konträren Weg können die Schüler Innen trotz der bestätigten Unmöglichkeit der Operation, die Idee von Unendlichkeit begreifen.

Stunde 4

Kunst-Flächenschluss

Die Schüler Innen haben bereits mit dem Plan des Flächenschlusses gearbeitet und wissen, welche regulären Polygone diesen möglich machen und den Grund dafür. Eine leicht modifizierte Version, dieser bereits ausgeführten Tätigkeit, wird den Schüler Innen, mit dem Ziel ihre „künstlerische Kreativität" zu entfesseln, vorgeschlagen.

Die Schüler Innen wurden angewiesen, einen Teil eines Quadrates auszuschneiden und es auf der anderen Seite wieder anzukleben. Auf diesem Weg bekamen sie ein Muster, das bei anschließender Translation eine geschlossene Fläche ergab. Die gleiche Tätigkeit kann auch mit anderen regulären Polygonen vorgeschlagen werden, wie z.B. das gleichseitige Dreieck, oder das Parallelogramm. Die Kreativität jedes/jeder SchülerInwird das Muster, das er/sie bekommt in einen „Helden" des neuen und sehr persönlichen Flächenschlusses verwandeln. (Foto 24, 25, 26)

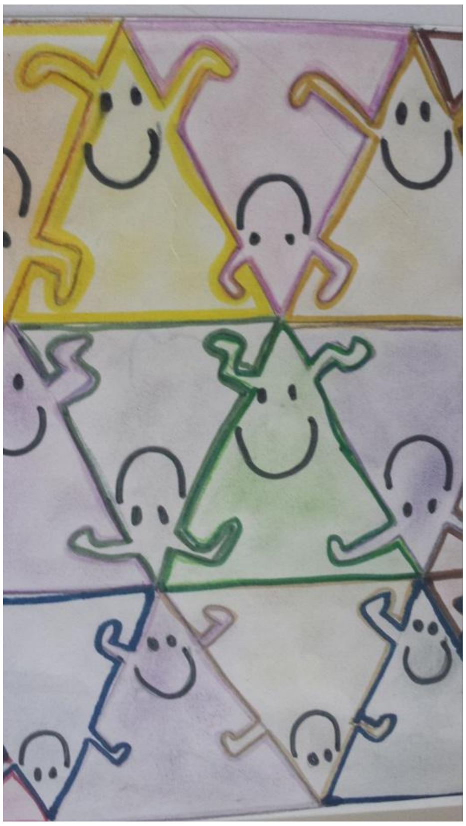


Foto 24

Foto 25

Foto 26

Die Tätigkeit wurde von den Schüler Innen sehr genossen. Sie hatten, nach einer temporären Verwirrung über die aktuelle Konstruktion des Musters, Spaß daran, schöne Flächen zu kreieren und dabei Fantasie und Kunstverständnis zu zeigen.

Anders als beim Quadrat und Parallelogramm, erwies sich das Dreieck als Ausgangspolynom als schwierig. Wo sollte der ausgeschnittene Teil platziert werden, um eine geschlossene Fläche zu erhalten? Ist es in Ordnung, ihn auf irgendeine der anderen beiden Seiten zu platzieren? Oder ist es notwendig, ich auf dieselbe Seite zu geben, wo es ausgeschnitten wurde? Diese Fragen kamen spontan auf und führten zu einer guten Diskussion, die sich mit guten Argumenten entwickelte. Erneut war der Kontext des Emotionellen und Sinnvollen der Ursprung von interessanten Fragen, welche von der Lehrperson geeignet gehandhabt wurden und so die Möglichkeit gaben innovativ zu sein, oder bereits bekannte Wege des Wissens zurückzuverfolgen.

Schlussfolgerungen

Wir sind fest davon überzeugt, dass ein starkes Bedürfnis dazu besteht, die Einstellung gegenüber der Mathematik und wie es die nationalen, italieneschen Richtlinien 2012 sagen,in der Klasse „eine positive Einstellung gegenüber der Mathematik durch sinnvolle Erfahrungen“ zu fördern. Deshalb soll mehr als nur eine Ansammlung von Wissen, in Form einer Anzahl von Begriffen und Informationen absolviert werden, die oft nicht miteinander verkettet oder zusammenhängend sind. LehrerInnen sollten versuchen, die Fähigkeiten der Schüler Innen in Bezug auf das Darstellen von Problemen zu fördern, welche deren Motivation steigern kann und Erkenntnisse begünstigen können.

Die oben beschriebene Lehreinheit fällt in die Rahmenbedingungen, die Seminar-Tätigkeiten so zu benutzen, dass sich das Lernen auf die individuellen Schüler Innen und deren Bedarf und Charakter zentriert. Der/die SchülerIn ist der/die ErmittlerIn und als solcher/solche erwirbt er/sie die Fähigkeit neue Probleme zu identifizieren, akzeptieren, konfrontieren und zu lösen, beiderseits individuell und in Gruppen.

Die Entwicklung der Einheit basiert auf drei methodischen Grundsteinen:

1. kontextuelle Probleme zu stellen;
2. das Aufkommen von Fragen zu fördern;
3. In Gruppen zu arbeiten, so dass die Heterogenität der Schüler Innen als Ressource für die gesamte Klasse, im Hinblick auf vermehrtes inkludierendes Lernen, genutzt wird;

Vieles sind Probleme, mit denen sich LehrerInnen auseinandersetzen müssen… Umgang mit unmotivierten Schüler Innen, Arbeit mit sozial inhomogenen und multikulturellen Klassen und mit Schüler Innen verschiedener Kulturen… Es ist demnach nötig, pädagogische Kurse zu entwerfen, die den Schüler Innen erlaubt, die Realität aus verschiedenen Perspektiven zu sehen und größere Selbsterkenntnis zu entwickeln.

Die Unterrichtseinheit könnte Lehrer Innen erlauben, die Bedürfnisse der Schüler Innen zu erfüllen, ohne dass das Lehren der Basiskonzepte des Faches auf der Strecke bleibt. Obwohl Mathematik oft als abstraktes Fach eingeschätzt wird, könnte es stattdessen etwas näher an ihre Realität herankommen. Die Verwendung von Alltagsobjekten, die einen Bezug zu verschiedenen Kulturen aufweisen, wie die dekorierten Stoffe von Afrika, gibt dem Fach einen affektiven Aspekt, der nicht übersehen werden sollte. Sogar die Realisierung der Ornamente, eine Tätigkeit, die den Schüler Innen die Freiheit zum Experimentieren und ausleben ihrer Fantasie bietet, offeriert eine emotionale Dimension, die wichtig ist, da lernen schwer ist, wenn die emotionale Sphäre nicht positiv betroffen ist. Andererseits erlaubt Gruppenarbeit den Schüler Innen ihre Vermutungen zu verteidigen und, gleichzeitig Änderungen zu akzeptieren, wenn die Argumente eines/einer anderen klar und gerechtfertigt sind.

Die gesamte Aktivität ist demnach auf fundamentalen Aspekten des Lernens basiert. Tatsächlich verlangt sie von den Schüler Innen aktiv, konstruktiv, gemeinschaftlich, kontextbezogen und rücksichtsvoll zu sein. Auf diesem Weg bietet sie exzellente Möglichkeiten Fähigkeiten zu erwerben.

Dritte Ausführung

von Andreas Ulovec[***] und Therese Tomiska

Allgemeine Information

Die Unterrichtseinheit wurde von einer Mathematiklehrerin mit fünf Jahren Lehrerfahrung in einer Schule der Sekundarstufe II in der Nähe von Wien durchgeführt. Das österreichische Projekt-Team sandte ca. drei Wochen vor der geplanten Durchführung das Material zur Lehrerin. Die Lehrerin hatte eine fünfte (Alter 14-15 Jahre), sechste (15-16) und achte (17-18) Klasse für die Durchführung zur Verfügung. Nach einem Meeting mit dem Projekt-Team entschied sie sich dafür Stunde 1 der Einheit in einer regulären Mathematikstunde (50 Minuten) in der sechsten Klasse und die Stunde 2 während einer 50 minütigen Exkursion mit einer Feldstudie als Lehrmethode durchzuführen. Acht Schüler Innen (Alter 17-18), wovon drei einen Migrationshintergrund aufwiesen, nahmen am Unterricht teil, wobei Stunde 1 beobachtet wurde und Stunde 2 auf Video aufgenommen und von einem Mitglied des österreichischen Projekt-Teams beobachtet wurde.

Ablauf im Klassenzimmer

Die Lehrerin führte das Thema ein, indem sie für Stunde 1 verschiedene Objekte mit japanischen, südafrikanischen und Motiven aus den USA aus ihrem Privatbesitz in die Klasse mitbrachte. Die Schüler Innen wurden in Zweiergruppen eingeteilt und aufgefordert, nach Symmetrien und verschieden geometrischen Figuren zu suchen und danach die verschiedenen gefundenen Muster der Objekte verschiedener Kulturen zu vergleichen. Jede Gruppe präsentierte darauffolgend kurz der gesamten Klasse, was sie herausgefunden hatten und die anderen Gruppen notierten die Ergebnisse in ihre Hefte. Am Ende der Stunde, bat die LehrerIn die Schüler Innen Ornamente, oder Bilder von Ornamenten verschiedener Kulturen, in der nächsten Stunde mitzubringen, wie dies im Plan vorgeschlagen wurde. Die Schüler Innen argumentierten aber, dass nur sehr wenige von ihnen (oder ihren Familien) passende Ornamente und Bilder zu Hause hätten. Die Stunde mit mehr Objekten aus der Sammlung der Lehrerin zu wiederholen wurde von der Lehrerin und den Schüler Innen als nicht sehr interessant befunden. Die Schüler Innenhatten die Idee, stattdessen in die Natur hinauszugehen und Bilder von Symmetrien oder geometrischen Figuren, die bei Blumen oder Pflanzen zu finden sind, mitzubringen. Die Lehrerin argumentierte, dass wenn sich die Schüler Innen für Symmetrie in der Natur interessieren, sie eine Exkursion mit Feldstudie in Stunde 2 machen sollten, anstatt nur Bilder anzusehen. So wurde entschieden, dass Stunde 2 modifiziert werden sollte und die Schüler Innen gemeinsam mit der Lehrerin hinausgehen würden, um nach Symmetrien in der Natur zu suchen und Fotos für die spätere

[***] Faculty of Mathematics - University of Vienna, Austria.

Diskussion von Symmetrie und Maß in der Klasse zu machen. (Dieser letzte Teil, war nicht Teil der Ausführung.)

Fotos 1-3. Muster aus Japan, Südafrika und den USA

Stunde 2 begann damit, dass die Lehrerin die Schüler Innen an die verschiedenen Arten von Symmetrien und Figuren erinnerte und auch an spezielle Blickwinkel (z.B. Fibonacci Nummern). Danach gingen die Lehrerin und die Schüler Innenauf ein schulnahes Feld, um das Auftreten von Symmetrien und geometrischen Figuren an natürlichen und künstlichen Objekten zu suchen. Die Schüler Innensahen sich zuerst das Aufkommen von verschiedenen Winkeln bei Pflanzen an. Sehr bald realisierten sie, dass 137,5 Grad ein sehr häufiger Winkel an einer Anzahl von Pflanzenarten war. In der Tat waren die Schüler Innen davon sehr beeindruckt. Die Schüler Innen machten Fotos von den Objekten, um sich in der nächsten Stunde weiter mit ihnen beschäftigen zu können.

Foto 4. Untersuchen von bestimmten Winkeln an einer Distel

Die Einheit wurde dadurch fortgesetzt, dass die Schüler Innen nach Symmetrien und speziell nach Spiegelsymmetrien suchten. Hierbeiwaren die Schüler Innen größtenteils in der Lage zu erkennen, dass das Objekt Symmetrien enthielt, aber nicht immer um welche Art von Symmetrie es sich handelte. So kam es öfters vor, dass die Schüler Innen die Symmetrien aufzeigten, und die Lehrerin am Objekt erklärte, um welche Symmetrie es sich handelte.

Foto 5. Spiegel-symmetrischer Grashalm

Danach begannen die Schüler Innen eine Diskussion, wie exakt diese Symmetrien wirklich seien. Die Lehrerin benutzte die Möglichkeit, darauf hinzuweisen, dass reelle Objekte (ungeachtet ob sie künstliche Objekte, wie in Stunde 1 im Klassenzimmer, oder natürliche Objekte wie das Gras sind) nie exakt symmetrisch im mathematischen Sinn sind und dies der Punkt ist, wo Modellierung ins Spiel kommt.

Am Ende der Stunde, wurden auch künstliche Objekte (Werbesäule, Muster auf T-Shirts) untersucht. Die Schüler Innen diskutieren mit der Lehrerin, ob die Muster oder die Form der Säule kulturelle und/oder praktische Gründe haben. Einige der Muster auf den T-Shirts wurden fotografiert, da sie von verschiedenen kulturellen Hintergründen stammten, ohne dass sich dieSchüler Innen (gemäß ihrer eigenen Aussagen) dieser Tatsache bewusst waren, als sie die T-Shirts gekauft haben. Die Lehrerin gab als Hausübung für alle Schüler Innen auf, herauszufinden, welche kulturellen Hintergründe die fotografierten Muster hätten und welche kulturelle Relevanz vorhanden wäre.

Fotos 6-7. Kulturelle Muster derSchüler Innen T-Shirts

Die Stunde endete in der Klasse, wo die Hausübung wiederholt wurde.

Schlussfolgerungen

Die Ausführung zeigte, dass auch wenn die Einheit modifiziert und – wenigstens oberflächlich betrachtet – von den interkulturellen Aspekten losgelöst wird, diese Aspekte, durch Hinweise auf alltägliche Objekte und ihre kulturellen Verbindungen, wieder leicht zurück ins Gedächtnis der Schüler Innen gebracht werden kann.

Schlussfolgerungen aus den drei Ausführungen

von Hana Moraová und Jarmila Novotná

Der Plan und die ausgeführten Aktivitäten sind von sehr multikultureller Art. Die LehrerInnen können gedruckte Materialien, Materialien aus dem Internet, oder alltägliche Objekte und Motive, die uns umgeben verwenden. Was auch immer die Form und/oder die Verwendung dieser Materialien ist, aktiviert und motiviert die Schüler Innen zu kreativem Denken und dem Suchen nach Verbindungen und erweitert ihre Perspektiven. Die Tatsache, dass für verschiedene Kulturen sehr verschiedene Ornamente typisch sind und diese Ornamente oft dazu verwendet werden alltäglich Objekte zu dekorieren, erlaubt es Schüler Innen von Minderheiten gehört zu werden und Inhalte aus ihrer eigenen Kultur und Motive aus ihrem eigenen zu Hause in das Klassenzimmer mitzubringen. Es erlaubt der Lehrperson zu zeigen, dass Mathematik universell ist.

Die Erfahrung aus drei Ausführungen zeigt, dass die Materialien sehr flexibel benutzt werden können. Sie können an die Bedürfnisse und das Wissen verschiedener Gruppen und individueller Schüler Innen angepasst werden. Sie können direkt im Klassenzimmer, in der Form von verschiedenen Projekten und individueller Arbeit außerhalb der Schule benutzt werden. Sie haben eine starkfächerübergreifende Natur und können simultan in verschiedenen Fächern verwendet werden. Die vorgeschlagene Umgebung und Aktivität trifft die Kriterien von Wittmann's wesentlichen Lernumgebungen (1995).

Die Ausführungen zeigen, dass die Tätigkeiten Inklusion von Schüler Innen mit verschiedenen kulturellen Hintergründen und Traditionen, aber auch verschiedenen Interessen erlauben, wenn sie gut geplant und entwickelt sind. Wenn die Lehrperson den Schüler Innen die Chance gibt, wird jeder/jede etwas für sich entdecken und umso mehr können sie ihre eigene Erfahrung zu Gunsten aller einbringen. Es liegt an der Lehrperson, wie die Aktivität den Schüler Innen präsentiert wird, und wie viel Freiraum sie während der Bearbeitung bekommen.

Literatur

Meany, T. and Lange, T. (2013). Learners in Transition between Contexts. In Clements, M.A., Bishop, A.J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F.K.S. (Eds.), *The Third International Handbook of Mathematics Education*, Vol. 27 (pp. 169-202). Springer.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM

Tichá, M. and Hošpesová, A. (2010). Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti[Problem posing as a way to mathematical literacy, in Czech]. In *Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15let; sborník příspěvků celostátní konference*(pp. 133-145). Plzeň: Vydavatelský servis.

Wittmann, E.Ch. (1995). Mathematics education as a “Design Science”, *Educational Studies in Mathematics*, *29*, 355-374.

Framework Education Programme for Elementary Education (2013). Prague: MŠMT.

Anhang 1

Czech **Matematika, MATEMATIKA**,

Hebrew **הקיטמיתמ**

Chinese **數學**

Japanese **数学**

Russian **Математика, МАТЕМАТИКА**

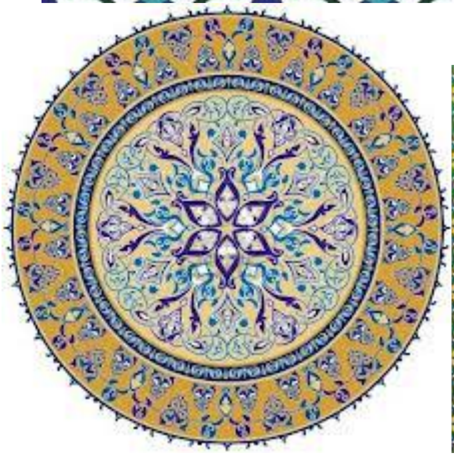
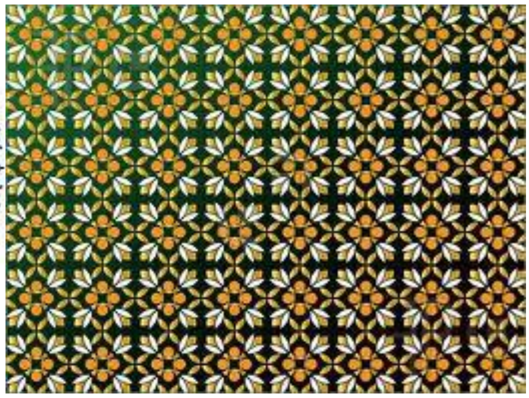
Greek **Μαθηματικά, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΆ**

Persian **تایضایر**

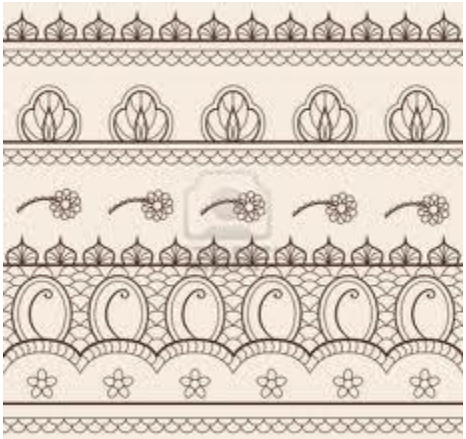
Anhang 2 – Ornamente von www.googleimages.com

Arabische Ornamente



Indische Ornamente



Zigeuner Ornamente



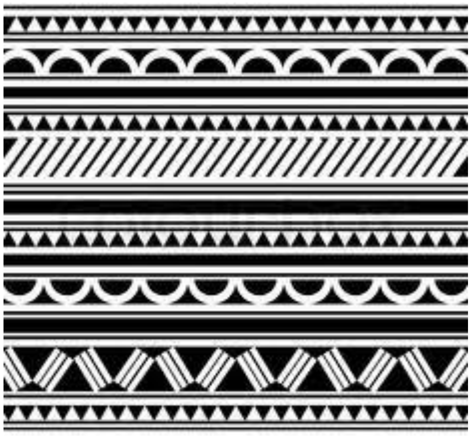

Mährische Ornamente


Indianische Ornamente

Ornamente der Aborigines



Polynesische Ornamente

Schottische Tartans