Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language
Project Number: 526333-LLP-1-2012-1-IT-COMENIUS-CMP

ENSEIGNER LA SYMETRIE AVEC DES OBJECTS DECORATIFS

par Hana Moraová* et Jarmila Novotná*

INTRODUCTION

La séquence d'enseignement qui suit permet d'observer le potentiel du contenu multiculturel des objets décoratifs de différentes cultures et l'usage de leur potentiel dans la classe de mathématiques.Quelles sont les structures mathématiques qui peuvent être pratiquées en utilisant le contenu culturel des objets décoratifs? Quels sont les liens transversaux dans les programmes apportés par cette séquence d'enseignement ?Comment cela peut-ilaider à l'intégration des élèves migrants dans la classe?

Pilotage avec les stagiaires

La séquence d'enseignement a d'abord été pilotée dans un atelier avec des professeurs en formation initiale et des professeurs titulaires. Dans l'atelier les participants ont été sensibilisésà la question de l'enseignement des mathématiques dans des classes multiculturelles. L'objectif de ce pilotage était 1) de montrer aux professeurs en formation initiale et aux professeurs titulaires combien il est facile d'ajouter un contenu multiculturel dans les cours de mathématiques 2) d'avoir plus d'idées sur les mathématiques cachées dans les objets décoratifs.

Par conséquent les formateurs ont présenté plusieurs objets décoratifs de différentes cultures et ont demandé aux stagiaires de poser le plus de problèmes de mathématiques possibles en travaillant avec ces objets décoratifs.

* Faculty of Education - Charles University in Prague, Czech Republic.

Thèmes mathématiques prévus pour le déroulement

Symétrie, rotation, translation, géométrie plane, pavage

Autres thèmes développés par les stagiaires: proportionnalité, fonctions linéaires, rapport, dénombrement, plus petit multiple commun.

Objectifs de l'atelier

***Pour les stagiaires*:**

- Stratégies de recherche de résolution/d'apprentissage.
- Formulations de problèmes.
- Débats par groupes sur ces problèmes.

Pour les formateurs:

- Enrichissement du contenu mathématique qui peut être mis en œuvre avec les objets décoratifs.
- Enrichissement du répertoire de possibles problèmes mathématiques multiculturels pour les cours de mathématiques.

Pilotage principal

par Hana Moraová et Jarmila Novotná

1. Description de l'activité

L'activité était basée sur le concept de substantiels environnements d'apprentissage - SLE développé par Erich Wittmann (1995), à savoir le concept: '" un bon matériau d'apprentissage pour les professeurs et les élèves devrait être celui qui a un point de départ simple et de nombreuses recherches ou extensions possibles »Le point de départ simple dans notre cas, c'était plusieurs objets décoratifs venant de différentes cultures (avec la volonté de permettre aux élèves de la minorité d'être entendus, de présenter des objets décoratifs caractéristiques de leur culture ou de chez eux, de briser le mur entre chez eux et la culture scolaire, entre les mathématiques naturellement utilisées chez eux et celles de l'école – Meany, Lange, 2013). Les stagiaires étaient invités à poser le plus possible de problèmes avec ce contenu. La formulation d'un problème est une importante composante du programme de mathématiques, et est considérée comme une part essentielle de l'activité mathématique(NCTM, 2000; Tichá, Hošpesová, 2010). C'est une activité mathématique qu'un professeur fait presque tous les jours quand il doit compléter des problèmes issus du manuel.

Etape 1Les stagiaires

- Introduction aux problèmes multiculturels et à la psychologie interculturelle, à leurs conséquences pour les classes de mathématiques.

- Débat sur l’enseignement traditionnel de la symétrie et sur les tâches classiques qui l’accompagnent.
- Activité – symétries dans les lettres de différents alphabets,lettres minuscules et capitales, symétries dans les mots.

Etape 2 Les stagiaires

- Activité –objets décoratifs de différentes cultures
- Types d’objets décoratifs – symétriquevs. asymétrique, nature, géométrie, ligne, pavage, rosette.
- Tâche: Poserun problèmeet/ou développerun plan de cours et des activités en utilisant son objet décoratif (ou un autre objet décoratif choisi). Quel contenu mathématique y trouve-t-on?
- Présenterson problème/plan de cours aux autres stagiaires.
- Discussion sur les plans, choix des meilleures activités.

Etape 3a Les stagiaires

- Préparer la version finale du plan de cours à piloter, préparer le matériel pédagogique nécessaire et les aides.

ou

Etape 3b Les formateurs

- Choisir une des activités proposées.
- Elaborer la version finale d’une plus grande séquence didactique (plusieurs cours) modulable et pouvant être adaptée à des niveaux et classes différents.
- Adapter la séquence d’enseignement pour répondre aux besoins de la classe choisie, préparer le matériel pédagogique nécessaire et les aides.

(C’est le scénario idéal dans le cas d’une formation initiale ou continue. Dans le cas de ce pilotage, la version finale a été faite par l’équipe de recherche/ formateurs car il s’est passé trop de temps entre la séance de formation continue et le pilotage dans l’établissement, voir le texte qui suit.)

Etape 4 Pilotage dans un établissement

- La version finale a été enseignée dans une classe choisie de collège.
- Réactions immédiates des élèves (environ 5 minutes).
- Interview du professeur après le cours.
- Réflexion écrite du professeur sur l’activité.

Etape 5 Pilotage dans un établissement choisi à l’étranger

2. Tâches

a) Problèmes posés par les stagiaires

- Théorème de Pythagore: mesureret calculeravec les triangles dans les objets décoratifs présentés.

- Comparer symétrie axiale, rotation et translation. Qu'est ce qui est caractéristique, pour quels objets décoratifs?
- Quelles sont toutes les différentes formes géométriques que l'on trouve dans un objet décoratif? Les nommer et les décrire.
- Etudier le concept de pavage; trouver quel objet décoratif peut faire un pavage.
- Copier les objets décoratifs dans un quadrillage fait de carrés, observer leurs aires. Utiliser des quadrillagesde différentes échellesfaits de carrés, étudier la proportionnalité.
- Calculer la proportion de l'aire d'une couleur.
- Avec cet objet décoratif de combien de tissu auriez- vous besoin pour en faire un, par exemple pour un kilt (tartan)?
- Trouver l'élément générateur.
- Combien il y a-t-il d'axes de symétrie dans un objet décoratif spécifique?
- Le plus petit multiple commun (dans le cas des objets décoratifs de la ligne indienne)
- Combien faut-il de perles pour faire un segment de l'objet décoratif amérindien?
- Combien faut-il de ruban pour décorer un mur de dimensions données?
- Patchwork et objets décoratifs, quelles sont les formes géométriques possibles pour la production d'un patchwork?
- Combien faut-il de fils de chaque couleur pour fabriquer un segment de tartan?
- Dessiner des objets décoratifs symétriques, les copier à partir de l'original ou créer les propres objets décoratifs des élèves.

b) *Plan du cours*

Les stagiaires ont étudié les idées et se sont accordés pour construire la séquence didactique qui suit. La séquence a été développée et élaborée en détail mais pour les besoins du pilotage elle a été ensuite adaptée par le professeur pour convenir aux besoins du programme éducatif scolaire, au programme de mathématiques de ce groupe particulier et aux besoins des enfants.

Remarque: Pour le matériel utilisé durant la séquence voir Annexe 1.

Cours 1

- Titre du cours: OBJETS DECORATIFS
- Révision sur la symétrie: recherche des axes de symétrie dans différentes sortes de lettres (Annexe 1) – 10 minutes
- Introduction: présentation de types d'objets décoratifs dans différentes cultures (10 minutes)
- Activité principale
    - Montrer des objets décoratifs issus de différentes cultures.

- Sur un ou deux objets montrer les différentes sortes de symétrie et de transformations.
    - Distribuer à chaque élève un objet décoratif et lui demander de trouver tous les axes de symétrie.
    - Demander aux élèves de nommer et de copier toutes les figures géométriques symétriques dans l'objet décoratif.
    - Demander aux élèves de formuler une conclusion sur les objets décoratifs caractéristiques d'une culture particulière.
- Travail à la maison: apportez un objet décoratif de chez vous, apportez des photos d'objets décoratifs variés de vos vacances.

Cours 2

- Introduction: présentez vos objets décoratifs, quelles sortes d'objets décoratifs sont-ils? Quels axes de symétrie avez-vous trouvé?
- Activité principale:
    - Distribuer à chaque élève un des trois objets décoratifs (celtique, amérindien, rosette arabe) et un quadrillage fait de carrés,avec des échelles différentes.
    - Demander aux élèves de trouver tous les axes de symétrie dans leurs objets décoratifs.
    - Demander aux élèves de copier l'objet décoratif dans le quadrillage.
    - Demander aux élèves de compter le nombre de carréscolorés même ceux qui le sont partiellement.
    - Demander aux élèves de calculer l'aire de l'objet décoratif (en prenant les carrés partiellement colorés comme des carrés entièrement colorés)
- Suite: Copier le tableau suivant au tableau blanc

échelle	0.5 cm	0.75 cm	1 cm	1.25 cm	1.5 cm	2 cm
aire						

Quelle est la proportionnalité entre l'échelle et l'aire?

Pilotage dans l'établissement

L'activité tchèque a été pilotée dans l'école ZŠ Fr. Plamínkové s RVJ de Prague en classe de CM2.

L'équipe de recherche a examiné de près le cadre et les programmes de l'école primaire en République Tchèque (MŠMT 2013, http://www.plaminkova.cz/skolni-vzdelavaci-program) pour voir parmi les sujets listés dans la proposition ci-dessus ceux qui conviennent pour ce groupe d'âge.Les élèves tchèques en CM2 n'ont pas encore connaissance des notions de symétrie et ne travaillent pas explicitement avec, mais ils en ont probablement une connaissance intuitive.En CM2 ils apprennent à travailler avec des quadrillages faits de carrés et peuvent construire leurs préconcepts de géométrie plane (aire et périmètre). On ne leur a pas introduit le concept de proportionnalité.

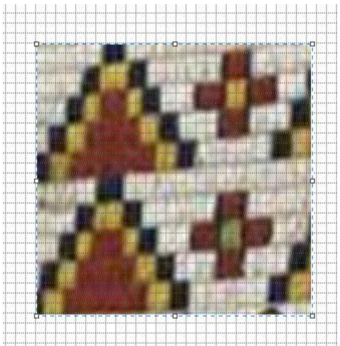
L'équipe a décidé d'adapter la séquence d'enseignement et d'en piloter deux:

Cours 1

Introduction des objets décoratifs, discussion à propos des objets décoratifs, types, formes, différences dans les cultures, éléments de base; discussion à propos des objets décoratifs amérindiens (faits de perles).

On a distribué aux enfants un quadrillage fait de carrés (0.5 cm) et un objet décoratif amérindien et on leur a demandé de le copier carré par carré (de façon précise), puis on leur a demandé de calculer le nombre de carrés bleus, la taille de la croix bleue, de la figure bleue et jaune, cependant ceci n'a pas pu être utilisé comme une introduction du calcul d'aire à cause de l'échelle.

On a distribué aux enfants un quadrillage avec des carrés de 1cm de côté et un autre exemple d'objet décoratif amérindien qui a été brodé et non fait de perles, c'est-à-dire fait d'éléments rectangulaires et non carrés. Deux parties de l'objet décoratif ont été copiées dans un quadrillage fait de carrés (un rectangle fait de trois fois trois carrés). On a demandé aux enfants de copier ces figures dans un quadrillage fait de carrés de 1cm de côté.



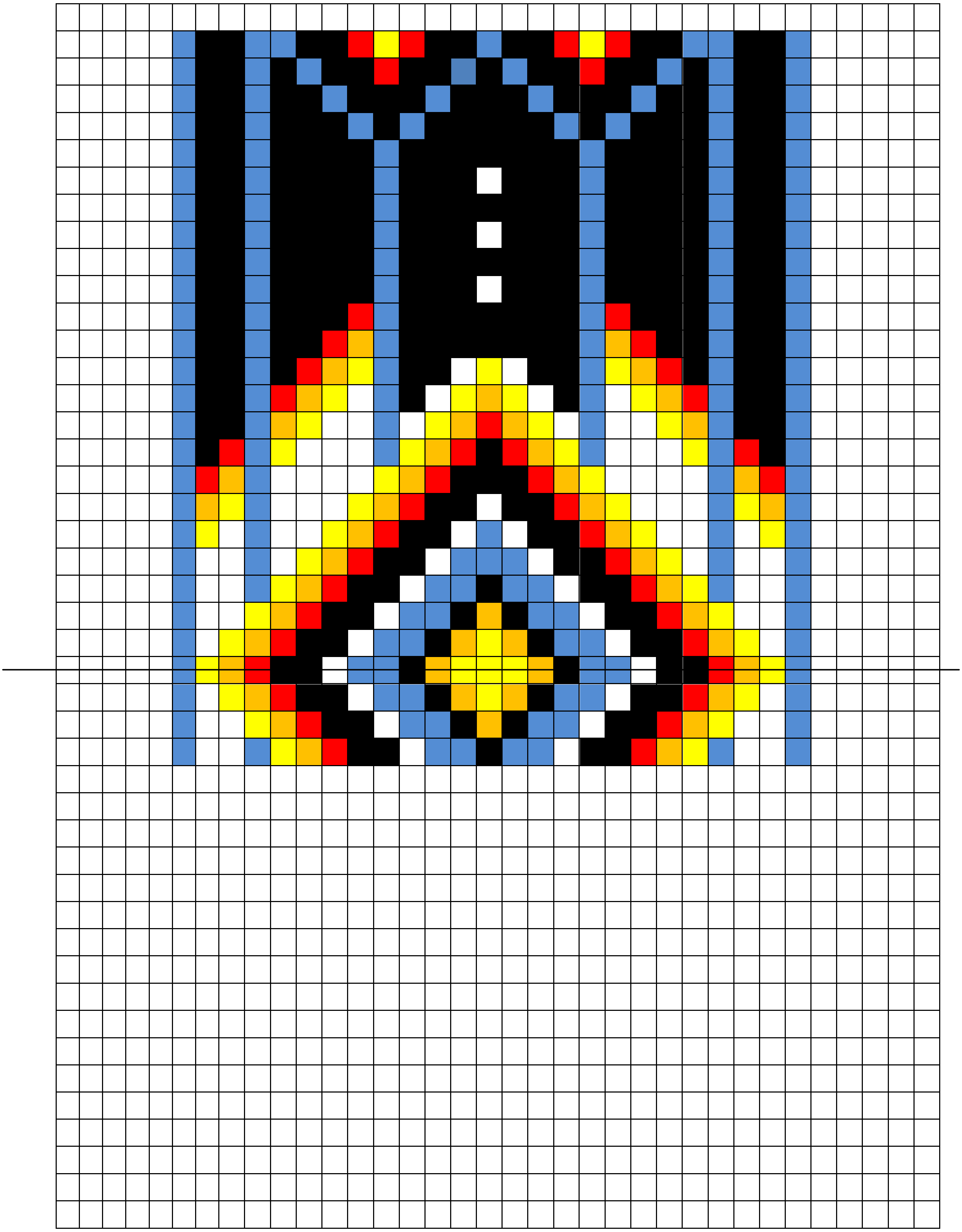
Comme l'aire de chaque carré était 1cm^2, les élèves ont pu ensuite facilement déterminer l'aire des différentes figures géométriques qu'ils avaient dessinées (un rectangle, 2 rectangles, une croix, une pyramide, etc.) On a fait de même avec le périmètre.

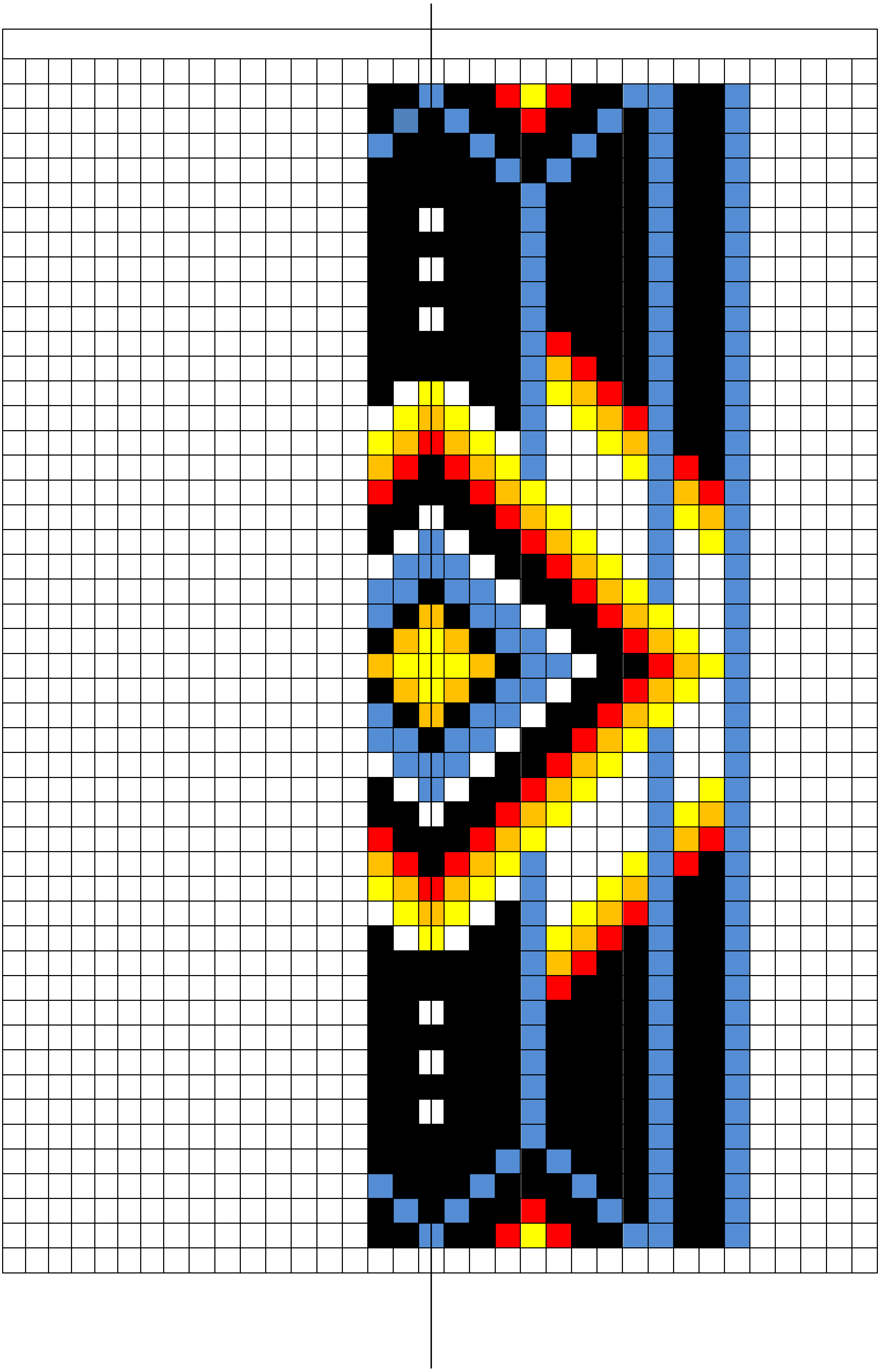
Cours 2 – travail sur la symétrie (un cours associant mathématiques et art)

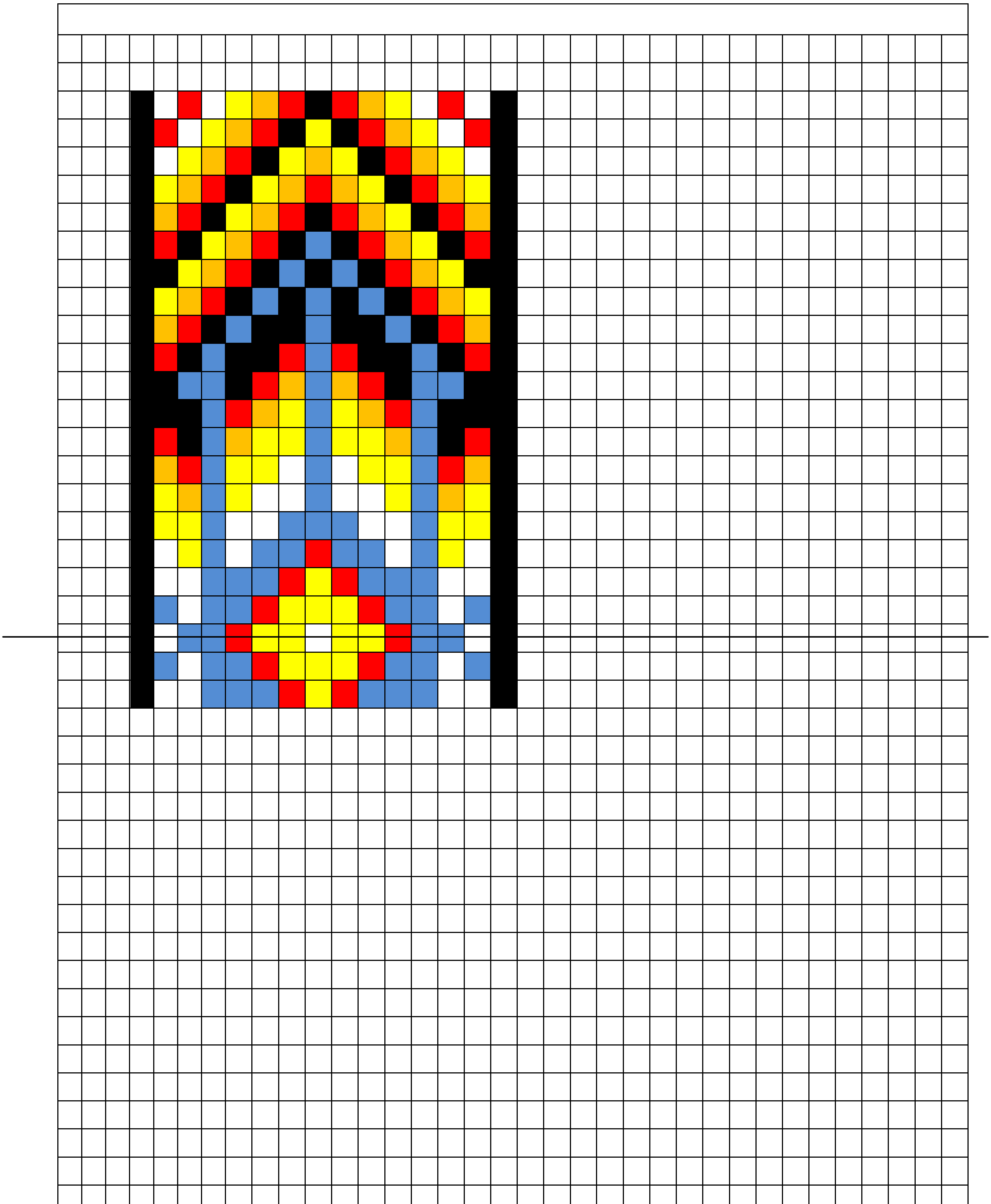
On a montré aux enfants deux objets décoratifs amérindiens originaux.Ils ont discuté des figures qu'ils pouvaient voir dans ces deux objets.

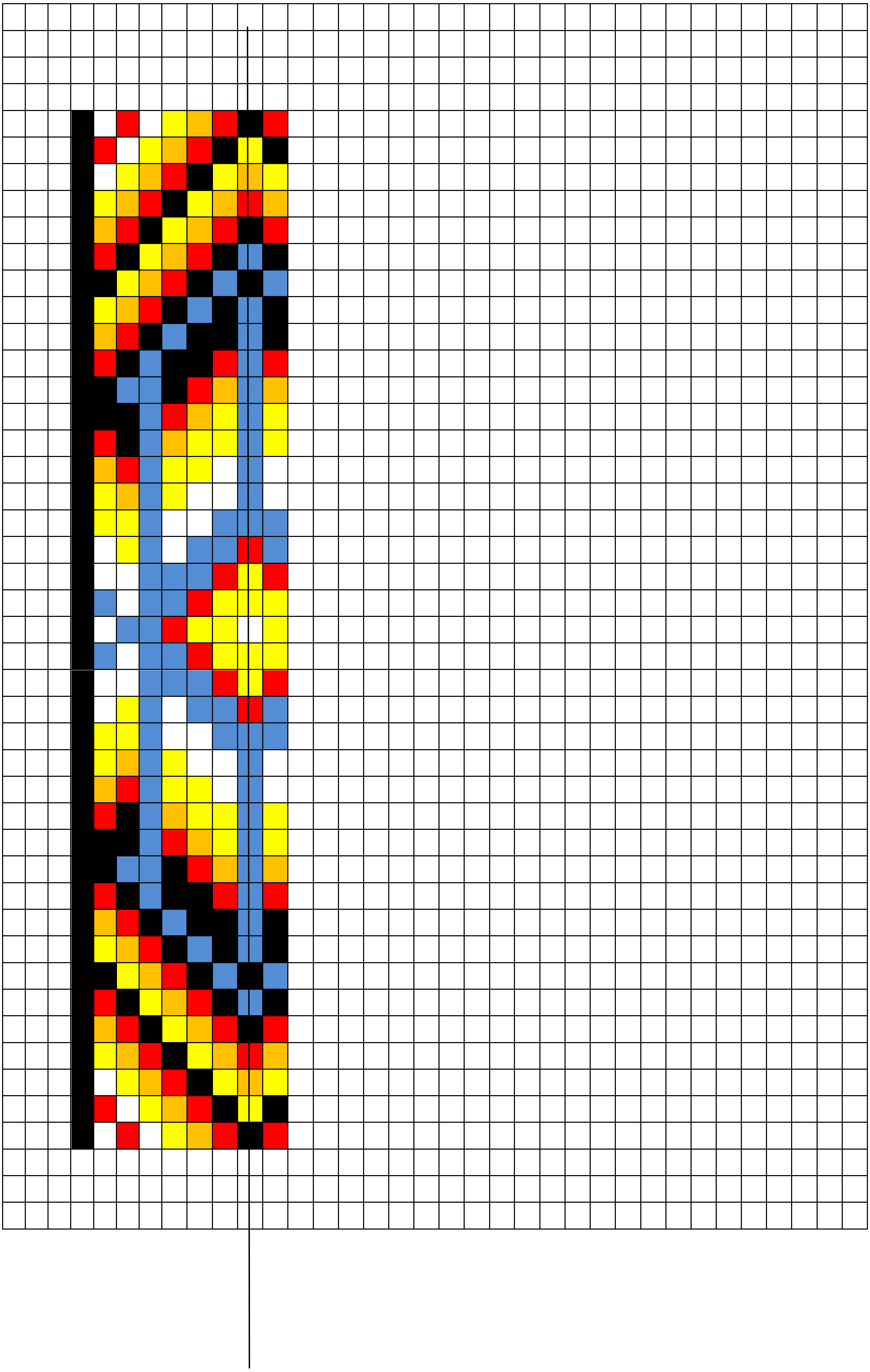
 

On leur a distribué un modèle d'objet décoratif avec l'axe de symétrie indiqué et on leur a demandé de terminer l'objet.









Ils ont utilisé des crayons, des perles, des fils etc. pour créer des modèles d'objets décoratifs etc.

Travail à la maison:

Observez les objets décoratifs que vous avez chez vous. Où sont-ils? De quelles sortes sont-ils? De quelles formes, de quelles couleurs, de quels matériaux etc.? Les copier ou en prendre une photo. Nous travaillerons avec lors du prochain cours.

Commentaires du professeur qui a mené la séquence

La professeure qui pilotait cette activité a jugé de façon générale la séquence motivante pour ses élèves. Les élèves étaient occupés et ont travaillé dur durant la plus grande partie de ces deux cours. Le matériel a permis une différentiation dans le cours (sélection de figures plus ou moins difficiles, nombre de figures pour déterminer l'aire et le périmètre).

Le professeur a suggéré qu'avec ce groupe d'âge on utilise seulement un quadrillage avec des carrés de 1cm de côté dans toutes les activités car il permet de compter les différents carrés de façon plus mathématique et significative dès le tout début. Elle a averti que lors de la première tâche il faut alerter les élèves que s'ils ne commencent pas avec la figure centrale de couleur bleue mais commencent à compter le nombre de carrés rouges et à dessiner les contours du rectangle rouge, ils découvrent très tard que leur contour original est faux et ne laisse pas de place pour la croix centrale de couleur bleue. Si cela arrivait les élèves ne seraient pas beaucoup motivés pour commencer, dès le tout début.

Deuxième pilotage

par Antonella Castellini, Lucia Alfia Fazzino et Franco Favilli[**]

Analyse a priori

Le contexte

L'activité était destinée pour et développée par un groupe d'élèves de deux classes différentes de l'établissement: Istituto Comprensivo 1 de Poggibonsi (Province de Sienne) pendant deux semaines d'un enseignement modulable. Pendant cessemaines les classes pouvaient réaliser des activités disciplinaires ou interdisciplinaires variées et développer des projets en dehors de l'établissement. Le groupe était constitué de 15 à 18 élèves de classes de seconde d'un établissement du second degré.

Les objectifs

Les sujets traités dans la séquence d'enseignement ont permis de récupérer des parties de connaissances antérieures mais, aussi, de les voir sous une forme certainement plus créative.Une valeur ajoutée significative était apportée par la dimension affective, puisque l'activité poussait à se reporter aux aspects culturels caractéristiques du pays de naissance des élèves.Les sujets de la séquence d'enseignement permettent d'introduire des méthodes pédagogiques, comme la formulation d'un problème, non encore utilisée,pour le développement de compétences mathématiques.

Les raisons de ce choix sont en gros au nombre de quatre:

- observer le réel d'un point de vue mathématique,
- développer une éducation interculturelle, accompagnée par la volonté de faire connaître aux élèves d'autres racines culturelles,
- développer une attitude positive à l'égard des mathématiques, à travers des expériences significatives (comme cela est conseillé dans les directives nationales italiennes de 2012)
- décrire, nommer et classer les figures géométriques, en identifiant leurs éléments pertinents et leurs symétries, et aussi pour que tous les élèves puissent reproduire les figures (comme cela est prescrit dans les directives nationales italiennes de 2012).

La conception

La méthodologie adoptée a été exactement celle indiquée, sous la forme d'un d'atelier. L'atelier n'est pas juste voulu comme un endroit, mais comme une activité de la classe où faire et réfléchir sont intimement liés, une situation d'enseignement

---

[**] CAFRE – University of Pisa, Italy.

où la signification des objets mathématiques est construite à travers des expériences riches et motivantes pour les élèves.

Toutes les activités de la séquence ont été conçues en référence aux isométries, un thème introduit en partie au cours de l'année scolaire précédente. Le thème avait été traitéen utilisantun miroir: en mettant un dessin ou un objet devant le miroir et en observant l'image réfléchie, les élèves avaient pu découvrir les caractéristiques fondamentales de la symétrie axiale. (Photo 1)

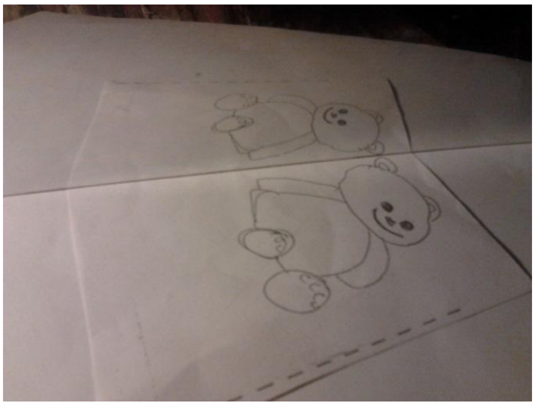


Photo 1

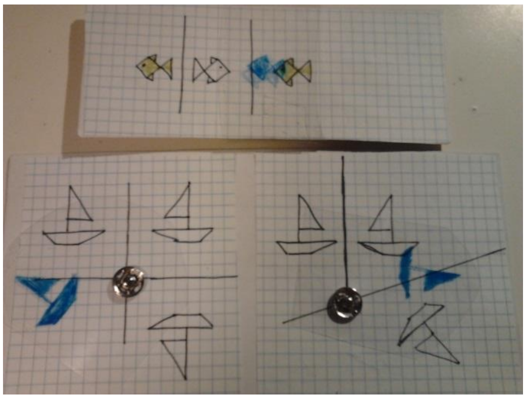


Photo 2

L'étape suivante a consisté à construire la composée de symétries d'axes parallèles ou perpendiculaires, à savoir les autres isométries – translations ou rotations- et à identifier leurs caractéristiques élémentaires.Ensuite tous les élèves ont construit des modèles dynamiques qui leur ont permis de représenter ces transformations géométriques. (Photo 2)

L'objet en action et en connexion, rend les élèves libres de concevoir et d'interpréter, et c'est pour cette raison qu'il devient important de voir, d'observer, d'interagir avec un objet dynamique et non avec un objet statique.

Le statique limite l'élève, le forçant à observer un aspect et n'aide pas à analyser la situation sous différents points de vue. Il ne stimule pas non plus la curiosité de l'élève et, par-dessus tout, ne permet pas de s'interroger ou, encore moins, d'argumenter, excluant ainsi une partie substantielle des processus qui sont fondamentaux dans la formation de la pensée mathématique. Dans la conception, par conséquent, en plus de l'usage de modèles dynamiques déjà connus des élèves, on a planifié de développer l'activité avec «espace entre des miroirs», une nouvelle expérience pour les élèves.

Le déroulement de la séquence

Cours 1

Dans le premier cours deux objets décoratifs- une frise et une rosette- sont distribués aux élèves, répartis en 4 groupes de 4-5 élèves chacun. On leur demande de les analyser avec un miroir plat et d'identifierles isométries qui ont permis la création de ces deux objets.

Après un court examen en commun, les élèves doivent choisir un représentant qui présentera aux autres groupes les isométries identifiées dans son groupe. Le but de cette activité est de revoir les connaissances acquises et de comparer les résultats des différents groupes, avec pour principal objectif de faire des conjectures et de savoir argumenter sur ces conjectures avec les autres groupes.

Le groupe de la frise

Les élèves ont commencé à observer la frise en utilisant le miroir plat: “Au début on pose le miroir à l’horizontale de la décoration (photo 3), mais, en observant, on a réalisé qu’il n’y avait pas de symétrie possible en procédant de cette façon car une frise est en général très longue.On pose donc le miroir à la verticale du dessin (photo 4) et on a observé un axe de symétrie en considérant le carré comme motif ornemental.Mais si on considère les carrés a,b et c on peut clairement voir qu’il y a une double symétrie axiale. Ensuite, en regardant de plus près, on a réalisé que si l’on prend les figures a et b comme un tout, il y a aussi une translation vers la droite. (Photo 5-6-7).

Photo 3

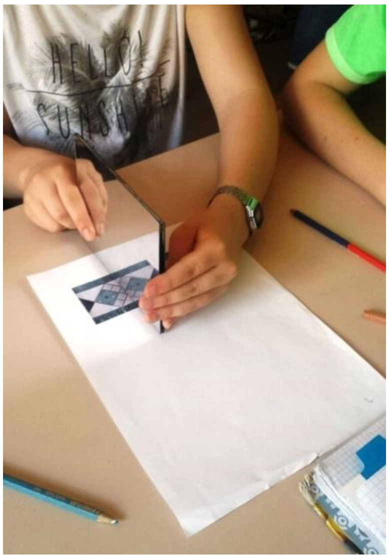


Photo 4

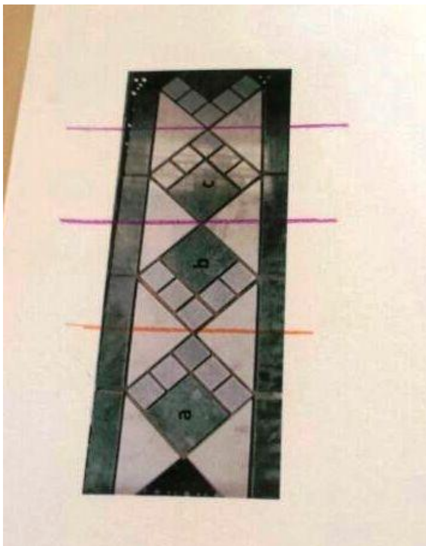


Photo 5

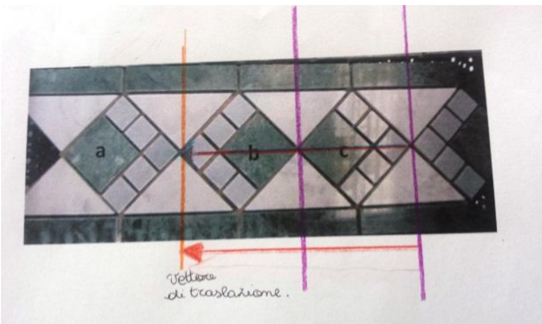


Photo 6

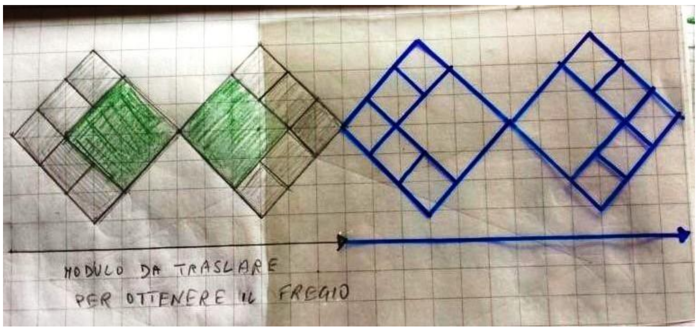


Photo 7

A ce stade ils ont eux-mêmes posé la question “ mais quelle est la longueur du vecteur de la translation? »

Avec l’aide du modèle dynamique ils ont vérifié que la longueur du vecteur de la translation était égale à exactement deux fois la distance entre les deux axes parallèles qui engendraient le mouvement.

Le groupe de la décoration

Les commentaires des élèves sont cités tels quels: «Dans ce dessin nous avons vu immédiatement qu’il y a des symétries axiales avec des axes concourants (photo 8). Ensuite A. nous a montré qu’il y avait aussi une rotation, car elle était la composée de deux symétries d’axes sécants. Nous avons donc décidé de dessiner les axes de symétrie et nous avons trouvé le centre de la rotation. Pour vérifier la rotation nous avons pris une feuille de plastique transparent et nous avions notre modèle dynamique.» (Photo 9).

Photo 8

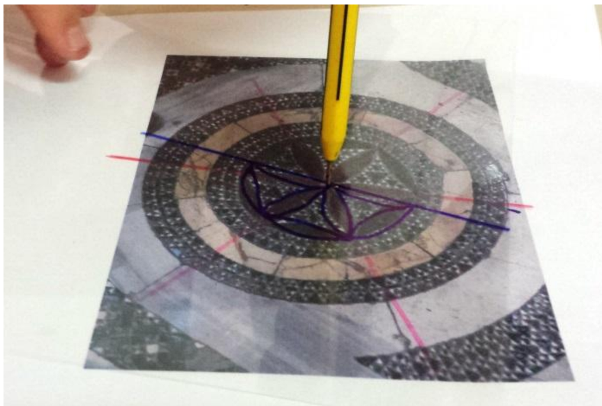


Photo 9

C’est intéressant que les élèves montrent sur la décoration le motif de l’ornement et les axes de symétrie pour expliquer leur raisonnement et qu’ils aient à nouveau recours au modèle dynamique pour dissiper tout doute éventuel.

Dans ce premier cours, pour avoir confirmation de ce qui avait été observé, l’utilisation du miroir et des modèles dynamiques construits par les élèves a été d’une grande aide.

Une fois terminée la récapitulation des différentes isométries qui avaient été vues, on a demandé aux élèves de faire à la maison, individuellement, un résumé écrit du travail fait en classe (journal de bord), et de chercher dans la maison des objets disponibles contenant des décorations propres à leur pays d’origine ou rapportés de pays visités, et/ou de les fabriquer, pour les apporter au prochain cours.

Cours 2

Les élèves disposent à la fois d’objets décoratifs et de tissus. Chaque groupe choisit le sujet qu’il préfère.Un tissu du Sénégal (le plus réussi aux yeux des élèves, peut-être parce qu’il est très coloré et avec différents types de décorations)et un autre tissu que les élèves filles utilisent à la maison pour couvrir le canapé, lui aussi joliment coloré et avec une décoration très régulière. Les élèves rejettent différentes dentelles (plusieurs faites au crochet par des grands-mères) ainsi que des assiettes et des boîtes en céramique, en fait moins nombreuses et pas très colorées.

La tâche suivante est confiée à chaque groupe:

1. motiver le choix de l'objet décoratif;
2. identifier les isométries à l'aide du miroir plat,
3. reproduire l'objet décoratif choisi sur les deux feuilles quadrillées distribuées,
4. Identifier le motif générateur de l'ornement;
5. Présenter aux autres groupes la décoration choisie, en fournissant à chaque groupe le motif générateur et les instructions pour le créer.

<u>Le groupe des trèfles</u>

Les membres du groupe qui ont choisi l'objet décoratif avec des trèfles (Photo 10) motivent leur choix par le fait que c'est « simple et joli». En fait, comme ils l'écrivent dans leur rapport, ils se sont trompés au départ: « Nous avons pensé uniquement à des symétries simples à la fois dans la pétale et dans l'ornement, de carré en carré, mais ensuite, en observant mieux avec le miroir, nous avons réalisé qu'il y avait la tige de la petite fleur et qu'alors ce n'était pas une symétrie axiale, mais une symétrie centrale. (…) pour cela nous avons utilisé la feuille de plastique transparent avec le bouton pression, pour rendre cela plus compréhensible ».

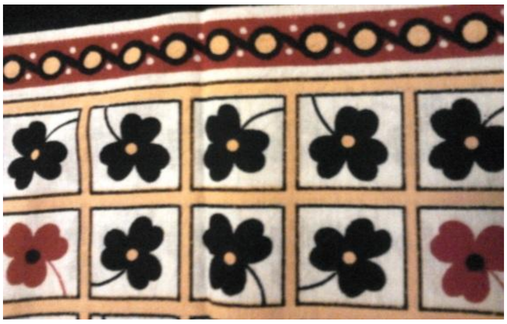


Photo 10

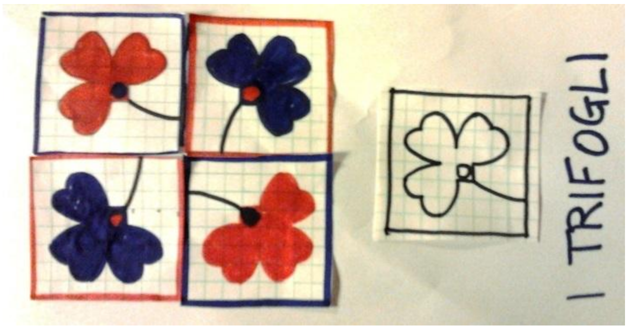


Photo 11

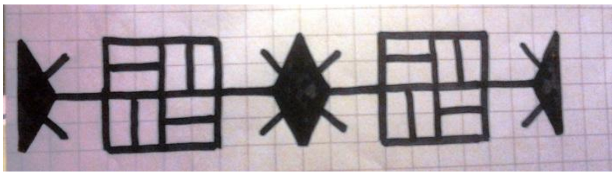
Photo 12

Le travail fait (Photo 11-12) fournit une preuve claire de leur recherche et montre comment le miroir les a aidés à mieux identifier les isométries dans la décoration, mais aussi combien l’utilisation de modèles dynamiques est utile pour voir les changements.

A partir du motif de base, par des rotations successives de 90 degrés, ils ont réussi à représenter la décoration du tissu. C’est intéressant de bien réfléchir au choix de la couleur fait par le groupe pour mettre l’accent sur les deux figures associées par la symétrie centrale.

<u>Le groupe du petit cadre</u>

Photo 13



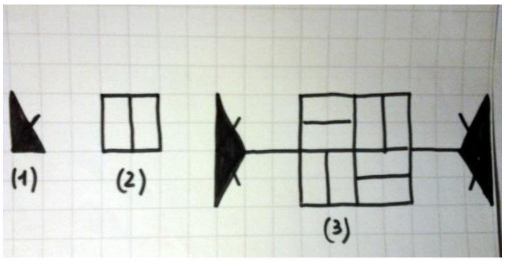


Photo 14 **Photo 15**

Le groupe qui a choisi la décoration avec de petits cadres (Photo 13) déclare l’avoir fait car "cela ressemblait aux petits cadres qu’on faisait durant les années de l’école primaire”.

Les élèves ont reproduit facilement le motif en surlignant immédiatement la translation (Photo 14) ce qui leur a permis de reconstruire entièrement la décoration. Mais aussi à cette occasion, après le moment d’euphorie dû à la rapidité de leur exécution, les élèves ont prêté attention à la décoration centrale « celle faite de petits rectangles ». Les élèves ont réalisé qu’il y avait d’autres symétries: en particulier, une paire de symétries centrales ou des séries de quatre rotations de 90°. Ils étaient alors sûrs qu’il n’y avait rien d’autre et ont commencé à écrire une suite d’instructions pour permettre à leurs camarades de reproduire le petit cadre. Cependant, tout en écrivant, ils ont réalisé que l’autre décoration- « l’espèce d’étoile noire »- paraissait en fait avoir la même propriété à savoir une double symétrie centrale. Il y eut, alors, beaucoup de discussions: « Comment faisons-nous ?Devons- nous donner trois instructions différentes?Une pour chacun des deux motifs, et une pour le petit cadre, en même temps ? Et ensuite quel est le motif générateur? Les élèves s’accordent pour procéder de cette façon et donnent trois instructions différentes en fournissant à leurs camarades les trois motifs montrés sur la photo: deux pour recréer les motifs centraux avec les rotations et l’autre pour faire la translation (photo 15).

Le groupe du losange

Les élèves ont encore motivé leur choix en disant: “Ils sont très colorés, mais il y a des courbes et des lignes droites, ce sont deux façons différentes de décorer”.Mais c’est cette situation qui rend difficile pour le groupe la représentation sur papier du motif du tissu (photo 16) et nécessite une petite aide du professeur. Les élèves réalisent une fois encore que seulement quatre rotations de 90° sont nécessaires pour recréer l’objet décoratif et pour identifier facilement et composer le motif de base . (Photo 17-18)

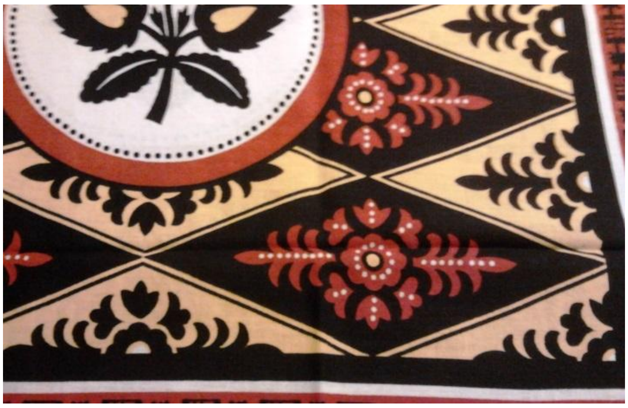


Photo 16

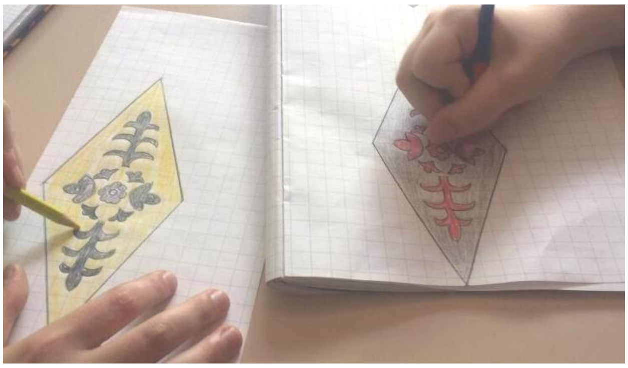


Photo 17

Photo 18

Le groupe de la rosette

Le groupe motive le choix de la rosette (photo 19) en disant que cela rappelle des dessins de noël. L’objet décoratif trouble les élèves: ils échouent à identifier le motif de départ, ils peuvent voir des symétries mais seulement sur deux paires d’éléments des objets décoratifs, ils reconnaissent les rotations mais ne savent pas comment les utiliser. Ils discutent beaucoup sur « séparerles deux motifs, celui avec un petit carré de l’autre », ils essaient de se servir d’un motif, puis d’un autre et finalement décident que « on peut fonctionner avec trois motifs pour représenter la rosette entière: deux d’entre eux font quatre fois une rotation de 90°, le troisième doit faire 8 fois une rotation de 45° ». (Photo 20-21).

Photo 19

Photo 20

Photo 21

Cours 3

On introduit une nouvelle activité qui peut s’intituler:

De l’espace entre des miroirs à la proportionnalité

Considérer les motifs faits au cours précédent, cela a engendré la rosette comme objet décoratif.(Photo 22)

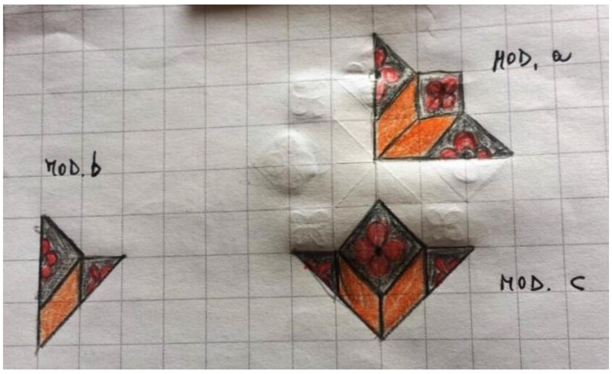


Photo 22

Placer les motifs, un à la fois, dans l'espace entre les miroirs et dire combien il en faut pour compléter l'objet décoratif. (Photo 23 a-b-c)

Photo 23 a

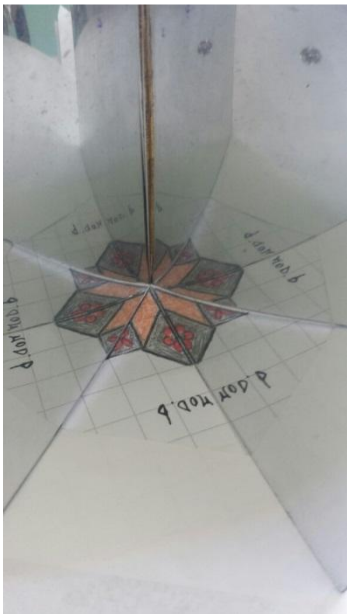


Photo 23 b

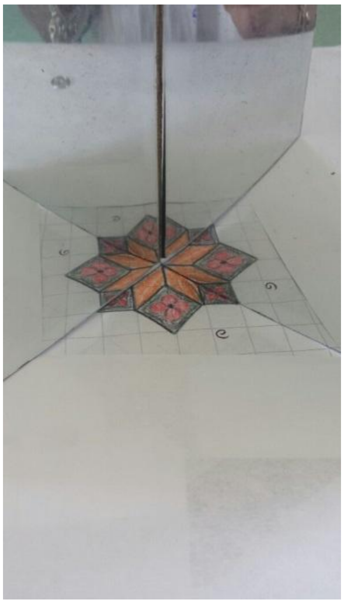


Photo 23 c

Les élèves commencent par mettre les miroirs au- dessus du motif avec un angle de 90°. Dans ce cas ils voient quatre images (trois sont réfléchies et une est l'image réelle) formant un carrelage, ce qui est, une décoration entière. En posant ensuite l'autre motif, ils réalisent qu' « avec l'angle de 45°, cependant, on obtient 8 images, ainsi ils doublent. Et on double encore quand on diminue l'angle, plus précisément quand on le divise par deux ! »

Cette remarque stimule la curiosité des élèves qui commencent à essayer d'autres morceaux de l'ornement. «Essayons avec la moitié de la rosette, nous obtenons certainement seulement deux images». Ils commencent alors à dire que si l'angle entre les miroirs diminue, le nombre d'images augmente.

Les professeurs par conséquent pour approfondir le sujet, suggèrent aux élèves d'utiliser le rapporteur pour trouver l'angle entre les miroirs et de placer entre les miroirs un objet mince, par exemple, un crayon. Ils suggèrent de construire un tableau avec l'angle entre les miroirs et le nombre correspondant d'images obtenues. L'angle aura une mesure égale à un diviseur de l'angle plein. Dans le tableau, alors, il y aura non seulement les couples (90,4), (180,2), (45,8), mais aussi, par exemple (30,12), (40,9). Le tableau montrera clairement la relation *grandeur de l'angle* ←→*nombre d'images* car il est facile de voir que si l'angle est divisé par deux, par trois…, le nombre d'images double, triple….Les élèves peuvent alors observer que le produit de la grandeur de l'angle par le nombre d'images est constant et égal à 360°, l'angle plein.

De cette façon les élèves ont ensuite découvert intuitivement, mais en même temps rigoureusement, la règle de « quantités inversement proportionnelles »!

Après cela, les professeurs décident de demander aux élèves de représenter les données du tableau par des points dans le plan rapporté à un repère cartésien et de relier ces points. Les élèves réalisent alors, que les points peuvent être considérés comme les points d'une courbe qu'ils ne connaissent pas encore, une branche d'hyperbole.

C'est ici que l'élève B. demande: « Pourquoi ce tableau commence à 10°? Si je ferme l'espace, c'est-à-dire si l'angle est nul, que se passe-t-il? Je ne vois rien donc je n'obtiens aucune figure, il y a zéro image….mais alors cela ne fonctionne plus….il y a quelque chose de faux ». Comment le doute d'un élève devient à ce moment utile pour tous ! Les professeurs suggèrent alors aux élèves de mettre un morceau de ficelle entre les miroirs et de regarder attentivement ce qui se passe quand on ferme les miroirs doucement. L'action de fermer permet aux élèves de comprendre que le nombre d'images ne devient pas nul mais infini « en fait, on ne les voit pas car elles sont dedans ! ». Une fois de plus, l'aspect dynamique conduit à examiner un cas limite important, il n'aurait pas été facile de le traiter et de le comprendre seulement par l'arithmétique, puisque la division par zéro est impossible. De cette façon, au contraire, les élèves, à travers cette opération qu'ils ont vérifié être impossible, peuvent saisir l'idée d'infini.

Cours 4

Pavages d'art

Les élèves ont déjà travaillé sur le pavage du plan et savent quels sont les polygones réguliers qui le permettent et pourquoi. Une version légèrement modifiée de cette activité, déjà réalisée, est alors proposée aux élèves, avec pour but: déclencher leur « créativité artistique ».

On demande aux élèves de couper une partie d'un carré et de la placer sur le côté opposé. De cette manière ils obtiennent un motif qui, par des translations successives, crée un pavage.

La même activité peut être proposée en utilisant d'autres polygones réguliers, comme le triangle équilatéral, ou en utilisant le parallélogramme. La créativité de chaque élève transformera le motif qu'il/elle a obtenu en un sujet qui sera le « héros » de ce nouveau et très personnel pavage. (Photo 24-25-26)

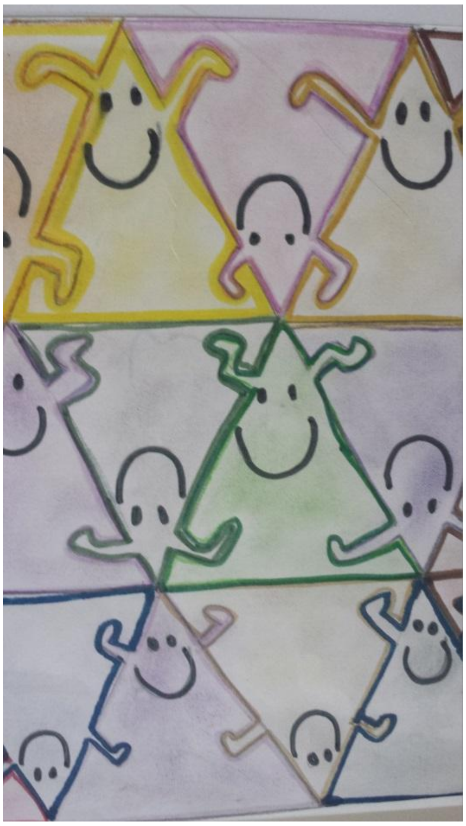


Photo 25

Photo 24

Photo 26

L'activité a été très appréciée des élèves qui, après un moment de confusion due à laconstruction du motif, se sont amusés en créant de jolis pavages, tout en faisant preuve d'imagination et d'un sens artistique.

Contrairement à ce qui s'est passé avec le carré ou le parallélogramme, l'utilisation du triangle comme polygone s'est révélée difficile dès le démarrage. Où placer la partie découpée pour obtenir un pavage? Est-ce bien de la mettre sur n'importe lequel des deux autres côtés? Ou, est-il nécessaire de la placer sur le côté d'où elle a été découpée? Cette question est venue spontanément et a entraîné une bonne discussion qui a été développée avec de bons arguments. Encore une fois, le jeu, dans un contexte émotif et significatif, a encouragé la naissance spontanée de questions intéressantes, qui, convenablement gérées par le professeur, peuvent donner l'opportunité d'innover ou de revenir sur des chemins déjà expérimentés, mais avec une perspective différente, en développant une reconstruction continue des connaissances.

Conclusions

Nous sommes fermement convaincues qu'il y a une forte nécessité de changer les attitudes à l'égard des mathématiques et cela, comme le disent les directives nationales italiennes de 2012, dans la classe "une attitude positive envers les mathématiques à travers des expériences significatives” devrait être encouragé. Par conséquent, plutôt que d’accumuler des connaissances en faisant passer un nombre de notions et d’informations souvent non reliées ou corrélées, les professeurs devraient essayer de stimuler l’aptitude des élèves à poser des problèmes qui peuvent augmenter leur motivation et encourager les découvertes.

La séquence décrite ci-dessus tombe dans un cadre, utilisant des activités en atelier de telle façon que l’apprentissage est vraiment centré sur l’élève, ses besoins, ses caractéristiques. L’élève est le chercheur, et, comme tel, acquiert la capacité d’identifier, d’accepter de nouveaux problèmes, d’y être confronté et de les résoudre, à la fois individuellement et en groupes.

Le déroulement de la séquence est basé sur trois pierres angulaires méthodologiques:

1. poser des situations- problèmes;
2. encourager les questions;
3. travailler en groupes de telle sorte que l’hétérogénéité des élèves soit une ressource pour toute la classe avec en vue obtenir de plus en plus un apprentissage complet.

Nombreux sont les problèmes auxquels les professeurs doivent faire face…. S’occuper d’ élèves démotivés, travailler dans des classes socialement non homogènes et multiculturelles et avec des élèves de cultures différentes…Il est donc nécessaire de concevoir des cours qui permettent aux élèves de voir leréel sous différents points de vue et aussi de développer une plus grande connaissance de soi. La séquence pourrait permettre aux professeurs d’aller à la rencontre des besoins d’aujourd’hui des élèves sans sacrifier l’enseignement des concepts de base de la discipline. Même si les mathématiques sont souvent considérées comme une matière abstraite, cela pourrait à la place devenir quelque chose de plus proche d’eux, de leur réalité. L’utilisation d’objets quotidiens, liés aussi à différentes cultures comme les tissus décorés d’Afrique, donne au sujet un aspect affectif qui ne doit pas être négligé. Même la réalisation d’objets décoratifs, une activité qui rend les élèves libres d’expérimenter et encourage leur imagination, procure une dimension émotionnelle qui est importante, car apprendre est difficile si la sphère des émotions n’est pas atteinte positivement. En outre, le travail en équipe permet aux élèves d’apprendre comment défendre leurs conjectures et, en même temps, d’accepter de changer d’avis quand les arguments des autres sont clairs et justifiés.

Toute l’activité, par conséquent, repose sur les aspects fondamentaux de l’apprentissage; en fait, elle demande aux élèves d’être actifs, constructifs, collaboratifs, en phase et concentrés. On fournit ainsi d’excellentes opportunités pour construire des compétences.

Troisième pilotage

par Andreas Ulovec*** and Therese Tomiska

Informations générales

La séquence a été pilotée par une professeure de mathématiques ayant 5 ans d'expérience d'enseignement dans un lycée près de Vienne. L'équipe autrichienne du projet a envoyé le matériel pédagogique à l'enseignante environ 3 semaines avant l'activité planifiée du pilotage. L'enseignante avait une classe de seconde (14-15 ans), de 1ère (15-16 ans), et une classe de terminale (17-18 ans) disponibles pour le pilotage. Après une réunion avec l'équipe du projet, elle a choisi de conduire le pilotage du premier cours pendant un cours normal (50 minutes) en classe de première, et le pilotage du deuxième cours (50 minutes)en utilisant ce travail de terrain comme méthode pédagogique. 8 élèves de terminale (17-18 ans) assistaient au cours, 3 d'entre eux sont des élèves migrants. Le premier cours a été observé et le second filmé et observé par un membre de l'équipe autrichienne du projet.

Pilotage de la classe

L'enseignante introduit le sujet en apportant en classe pour ce premier cours plusieurs objets personnels avec des motifs décoratifsdu Japon, d'Afrique du Sud, des Etats Unis. Les élèves sont répartis par groupes de deux et on leur demande de chercher des symétries ainsi que différentes figures géométriques, et de finalement comparer les différentes sortes de figures et de symétries trouvées sur ces objets venant de cultures différentes. Chaque groupe a ensuite présenté brièvement ses résultats à toute la classe, et les autres groupes les écrivaient sur leurs cahiers.

A la fin du cours, la professeure a demandé aux élèves d'apporter des objets décoratifs ou des photos d'objets décoratifs de différentes cultures pour le prochain cours, comme cela était suggéré dans la proposition de séquence de la République Tchèque. Les élèves ont cependant objecté que seulement un très petit nombre d'entre eux (ou de leurs familles) avaient vraiment des objets décoratifs appropriés et des photos chez eux. Refaire le cours avec plus d'objets venant de la collection de la professeure n'a pas été jugé très intéressant à la fois par la professeure et les élèves. A la place les élèves ont alors formulé l'idée d'aller dans la nature et d'apporter des photos de symétries ou de figures géométriques que l'on trouve sur des fleurs ou des plantes. La professeurea défendu l'idée que si l'observation de symétries dans la nature était intéressante pour les élèves, il vaudrait mieux faire vraiment une séance de travail sur le terrain en dehors du deuxième cours, à la place de regarder seulement les photos. Il a alors été décidé de modifier le deuxième cours, et les élèves iront ensemble avec leur professeure chercher des symétries dans la nature, et prendront des photos pour plus tard une discussion en classe sur échelle et symétrie

*** Faculty of Mathematics - University of Vienna, Austria.

(cette dernière partie, c’est -à –dire le retour en classe, ne faisait pas partie du pilotage).

Photos 1-3. Patterns de Japan, South Africa et USA

Le deuxième cours a débuté avec le rappel par le professeur des différentes sortes de symétries et de figures géométriques, ainsi que des angles particuliers (par exemple ceux venant des nombres de Fibonacci). Ensuite la professeure et les élèves sont allés dans un champ près de l’établissement pour chercher l’occurrence de symétries et de figures géométriques à la fois sur des objets naturels et artificiels. Les élèves ont d’abord cherché certains angles sur les plantes. Très vite ils se sont rendu compte que 137.5° était un angle très fréquent sur plusieurs espèces de plantes, un fait qui a beaucoup impressionné les élèves. Les élèves ont pris des photos de ces objets pour les utiliser dans le prochain cours.

Photo 4. Cherchant certains angles sur un chardon

La séquence a continué avec les élèves cherchant des symétries, en particulier la symétrie miroir. A ce stade, les élèves pouvaient presque déclarer que l’objet montre vraiment une sorte de symétrie, mais ils ne pouvaient toujours pas désigner le type de symétrie concernée. Aussi, souvent les élèves signalaient honnêtement les symétries et la professeure expliquait quelle symétrie on pouvait observer sur la plante.

Photo 5. Symétrie miroir brin d’herbe

Les élèves ont alors entamé une discussion sur l'exactitude réelle de ces symétries. La professeure saisit cette opportunité pour souligner que les objets réels (qu'importe qu'ils soient des objets artificiels comme ceux qu'elle avait apportés en classe au premier cours, ou qu'ils soient des objets naturels comme l'herbe) ne sont jamais mathématiquement exactement symétriques, et c'est là que la modélisation entre en jeu.

A la fin du cours, des objets artificiels (panneaux publicitaires, motifs sur des t-shirts) ont été vérifiés, et les élèves et le professeur ont débattu pour savoir si les motifs ou la forme du panneau ont des raisons culturelles et/ou pratiques. Plusieurs des motifs des t-shirt étaient photographiés, ils avaient des arrières plans culturels sans que les élèves (selon leurs propres déclarations) soient au courant lorsqu'ils ont acheté ces t-shirts. La professeure a donné à tous les élèves comme travail à faire à la maison de trouver les arrières plans culturels des motifs photographiés et quel est leur intérêt culturel.

Photos 6-7. Motifs culturels sur les t-shirts des élèves

Le cours s'est terminé avec le retour de la classe dans l'établissement, où la tâche du travail à faire à la maison a été répétée.

Conclusions

Le pilotage a montré que même si la séquence est modifiée et – au moins vu superficiellement - s'écarte des aspects culturels, ces aspects peuvent facilement revenir dans les esprits des élèves en se référant à des objets de la vie quotidienne et à leurs liens culturels.

Conclusions issues des trois pilotages

par Hana Moraová et Jarmila Novotná

Les activités proposées et pilotées sont de nature fortement multiculturelle. Les professeurs peuvent utiliser des matériaux imprimés, des matériaux téléchargés d'internet ou utiliser des objets ou des motifs de tous les jours qui les entourent. Peu importe la forme, l'utilisation de ces matériaux permet de mettre les élèves en activité, les pousse à développer une pensée créative et à chercher des liens, cela élargit leurs points de vue.

Le fait que des objets décoratifs très différents soient caractéristiques de différentes cultures et que ces motifs décoratifs soient utilisés pour décorer quotidiennement des objets permet aux élèves d'une minorité d'être entendus, d'apporter des contenus de leur propre culture et des motifs de chez eux dans les classes, cela permet au professeur de montrer que les mathématiques sont universelles.

L'expérience de ces trois pilotages montre que les matériaux peuvent être utilisés de façon très modulable. On peut les adapter aux besoins et aux connaissances des élèves en groupes ou individuellement. On peut les utiliser directement en classe, sous la forme de projets variés, de travail individuel à l'extérieur de l'établissement scolaire. Ils sont fortement de nature transversale dans les programmes et peuvent servir simultanément dans plusieurs sujets. L'environnement proposé et l'activité rencontrent le critère du substantiel environnement d'apprentissage de Wittmann (1995).

Les pilotages montrent que si les activités sont bien planifiées et développées, elles permettent l'intégration d'élèves ayant des arrières plans culturels et des traditions différents mais aussi des intérêts très divers. Si le professeur leur donne cette chance, chaque élève y trouvera sa « tasse de thé » et en outre apportera sa propre expérience pour le bénéfice de tous. Comment l'activité sera présentée aux élèves et quel degré de liberté ils auront durant leur travail est à la discrétion du professeur.

Références

Meany, T. and Lange, T. (2013). Learners in Transition between Contexts. In Clements, M.A., Bishop, A.J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F.K.S. (Eds.), *The Third International Handbook of Mathematics Education,* Vol. 27 (pp. 169-202). Springer.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM

Tichá, M. and Hošpesová, A. (2010). Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti[Problem posing as a way to mathematical literacy, in Czech]. In *Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15let; sborník příspěvků celostátní konference*(pp. 133-145). Plzeň: Vydavatelský servis.

Wittmann, E.Ch. (1995). Mathematics education as a "Design Science", *Educational Studies in Mathematics, 29*, 355-374.

Framework Education Programme for Elementary Education (2013). Prague: MŠMT.

Annexe 1

Czech **Matematika, MATEMATIKA**,

Hebrew **מתימטיקה**

Chinese **數學**

Japanese **数学**

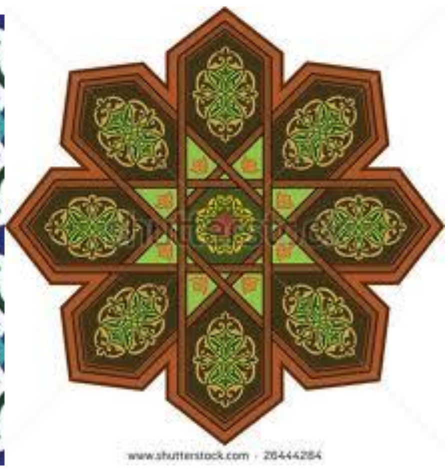
Russian **Математика, МАТЕМАТИКА**

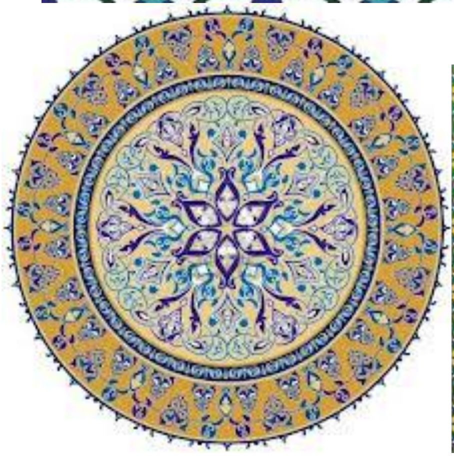
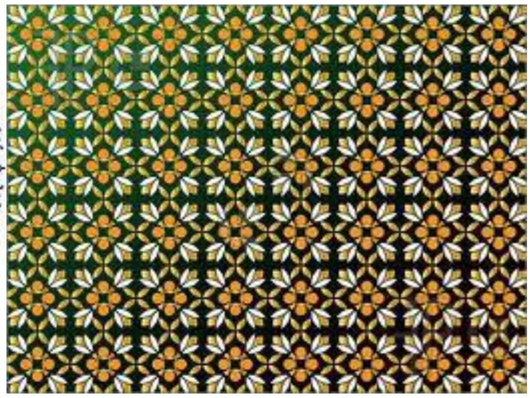
Greek **Μαθηματικά, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΆ**

Persian **تاىضاىر**

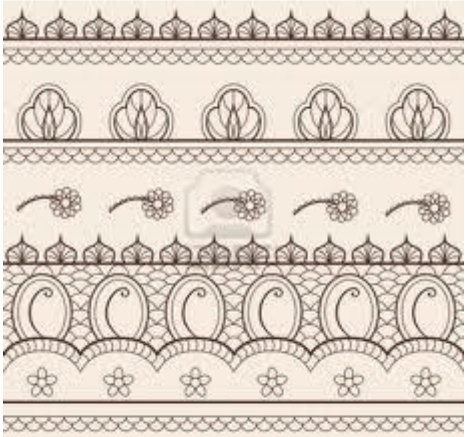
Annexe 2 – Objets décoratifs venant de www.googleimages.com

Objets décoratifs arabes

Objets décoratifs indiens



Objets décoratifs gitans

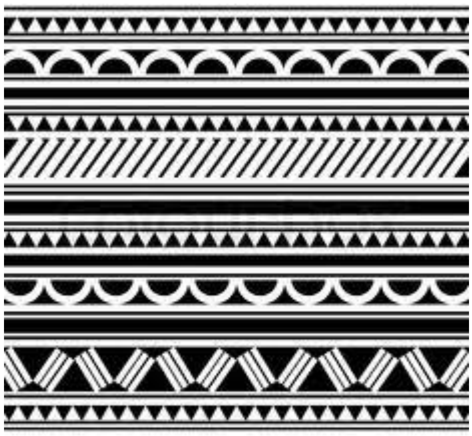
Objets décoratifs moraves

Objets décoratifs amérindiens

Objets décoratifs arborigènes

Objets décoratifs polynésiens



Motifs écossais