

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΣΤΟΛΙΔΙΑ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

από Hana Moraoná και Jarmila Novotná^{1*}

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εξετάζει τις παιδαγωγικές δυνατότητες που παρέχουν στολίδια από διάφορες κουλτούρες στη διδασκαλία των μαθηματικών. Ποιες μαθηματικές δομές μπορούν να διδαχθούν χρησιμοποιώντας το πολιτισμικό αυτό προϊόν; Πώς μπορεί να συμβάλουν τα στολίδια την αποκατάσταση διαπολιτισμικής επικοινωνίας; Πώς η χρήση τους ως διδακτικό εργαλείο μπορεί να υποστηρίξει την ένταξη μαθητών μεταναστευτικής καταγωγής στην τάξη;

Πιλοτική εφαρμογή σε επιμόρφωση εκπαιδευτικο με εκπαιδευόμενους

Η πρώτη υλοποίηση της διδακτικής ενότητας που ακολουθεί (πρώτη πιλοτική εφαρμογή) έγινε στο πλαίσιο επιμορφωτικού «εργαστηρίου» εκπαίδευσης εκπαιδευτικών, με Τσέχους εν ενεργεία εκπαιδευτικούς των μαθηματικών και φοιτητές εκπαιδευτικούς. Στο εργαστήριο περιλήφθηκε και μια εισαγωγή για τη διδασκαλία των μαθηματικών σε τάξεις με πολυπολιτισμικότητα. Ο σκοπός της συγκεκριμένης πιλοτικής εφαρμογής ήταν: 1) να πείσει τους επιμορφούμενους για την ευκολία ένταξης πολιτισμικών περιεχομένων στο μάθημα των μαθηματικών, 2) να εμπλουτίσουν την κατανόησή τους ως προς το τι είδους μαθηματικά είναι κρυμμένα στα στολίδια.

Στο πλαίσιο του εργαστηρίου παρουσιάστηκαν στολίδια από διαφορετικές κουλτούρες και ζητήθηκε από τους εκπαιδευόμενους να τα μελετήσουν με στόχο να κατασκευάσουν όσο το δυνατόν περισσότερα μαθηματικά προβλήματα μπορούσαν.

^{1*} Παιδαγωγικό Τμήμα, Πανεπιστήμιο Charles University στην Πράγα, Τσεχία.

Προσδοκώμενα μαθηματικά θέματα για ανάπτυξη

Συμμετρία, περιστροφή, μετατόπιση, γεωμετρία, πλακοστρώσεις
Άλλα θέματα που αναπτύχθηκαν από τους εκπαιδευόμενους: αναλογικότητα, γραμμικές συναρτήσεις, αναλογία, συνδυαστική, ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο.

Στόχοι του εργαστηρίου

Για τους εκπαιδευόμενους:

- ✓ Διερεύνηση στρατηγικών λύσης και μάθησης
- ✓ Κατασκευή προβλημάτων
- ✓ Συζήτηση των προβλημάτων σε ομάδες

Για τους εκπαιδευτές:

- ✓ Επέκταση των μαθηματικών περιεχομένων που μπορεί να συνδεθούν με τα στολίδια
- ✓ Εμπλουτισμός του ρεπερτορίου προβλημάτων πολυπολιτισμικού προσανατολισμού για το μάθημα των μαθηματικών.

Βασική Πιλοτική εφαρμογή

από Hana Moraoná και Jarmila Novotná

1. Περιγραφή της δραστηριότητας

Η ενότητα βασίστηκε στην έννοια των ουσιαστικών περιβαλλόντων μάθησης (substantial learning environments) - SLE που αναπτύχθηκε από τον Erich Wittmann (1995), δηλαδή η έννοια ότι “Καλό υλικό για δασκάλους και μαθητές είναι αυτό που έχει μια απλή αφετηρία και πολλές πιθανές διερευνήσεις ή προεκτάσεις.” Στη διδακτική αυτή ενότητα, η απλή αφετηρία ήταν τα στολίδια τα οποία, καθώς προέρχονταν από ποικίλες κουλτούρες, στόχευαν στο αποκτήσουν οι μαθητές από μειονότητες «φωνή» μέσα στην τάξη παρουσιάζοντας χαρακτηριστικά στολίδια της κουλτούρας ή της πατρίδας τους. Να αποδομηθούν, δηλαδή, τα τείχη που χωρίζουν την κουλτούρα του σπιτιού και του σχολείου, τα μαθηματικά που απλά χρησιμοποιούνται στο σπίτι και τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται στο σχολείο – Meany, Lange, 2013).

Ζητήθηκε από τους εκπαιδευόμενους να θέσουν όσο το δυνατόν περισσότερα προβλήματα στην κατεύθυνση αυτή. Η κατασκευή προβλημάτων είναι ένα σημαντικό συστατικό ενός προγράμματος για τα μαθηματικά και θεωρείται σημαντικό μέρος των μαθηματικών ενεργειών που πραγματοποιούνται στην τάξη (NCTM, 2000; Tichá, Hošpesoná, 2010). Πρόκειται για ένα είδος εκπαιδευτικής δραστηριότητας που ο εκπαιδευτικός των μαθηματικών σχεδιάζει και υλοποιεί

σχεδόν σε καθημερινή βάση, κάθε φορά δηλαδή που χρειάζεται να συμπληρώσει τα προβλήματα που παρέχει ένα σχολικό εγχειρίδιο.

Στάδιο 1 - Οι εκπαιδευόμενοι

- Εισαγωγή σε πολυπολιτισμικά ζητήματα: διαπολιτισμική ψυχολογία και συνεπαγωγές για την τάξη των μαθηματικών .
- Συζήτηση του παραδοσιακού τρόπου και των τυπικών δραστηριοτήτων μέσω των οποίων διδάσκεται η συμμετρία.
- Δραστηριότητα: συμμετρίες σε γράμματα διαφορετικών αλφαβήτων, σε μικρά και κεφαλαία γράμματα, συμμετρίες στις λέξεις.

Στάδιο 2 - Οι εκπαιδευόμενοι

- Δραστηριότητα: στολίδια από διαφορετικές κουλτούρες.
- Είδη στολιδιών: στολίδια συμμετρικά έναντι ασύμμετρων, φύση, γεωμετρία, γραμμή, πλακοστρώσεις, ροζέτα.
- Εργασία προς επιτέλεση: Κατασκευάστε ένα πρόβλημα και/ή αναπτύξτε ένα σχέδιο μαθήματος και τις δραστηριότητές του χρησιμοποιώντας το δικό σας στολίδι (ή κάποιο άλλο που θα επιλέξετε). Ποιο το μαθηματικό περιεχόμενο της δραστηριότητας ή του μαθήματός σας;
- Παρουσιάστε το πρόβλημα/σχέδιο μαθήματός σας στους άλλους εκπαιδευόμενους.
- Συζήτηση των σχεδίων, επιλογή των καλύτερων δραστηριοτήτων.

Στάδιο 3α - Οι εκπαιδευόμενοι

- Προετοιμάστε το τελικό προσχέδιο του σχεδιασμού του μαθήματός σας ώστε να εφαρμοστεί σε τάξη. Ετοιμάστε τα απαραίτητα διδακτικά υλικά και τα βοηθήματα.

Στάδιο 3β - Οι εκπαιδευόμενοι

- Επιλέξτε μια από τις προτεινόμενες δραστηριότητες:
- Σχεδιάστε μια μεγαλύτερης έκτασης διδακτική ενότητα (αρκετές διδακτικές ώρες), η οποία να είναι ευέλικτη και να μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να χρησιμοποιηθεί στο πλαίσιο διαφορετικών επιπέδων και τάξεων.
- Προσαρμόστε τη διδακτική ενότητα ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες της τάξης που έχετε επιλέξει. Ετοιμάστε τα απαραίτητα διδακτικά υλικά και βοηθήματα.

Στάδιο 4 - Μια πρώτη πιλοτική εφαρμογή σε σχολείο

- Το πρώτο σχέδιο της ενότητας (η πρώτη εκδοχή) διδάσκεται σε επιλεγμένο Γυμνάσιο

- Άμεση ανατροφοδότηση από τους μαθητές (περίπου 5 λεπτά)
- Συνέντευξη μετά το πέρας του μαθήματος με τον εκπαιδευτικό
- Γραπτές σκέψεις του εκπαιδευτικού αναφορικά με τη δραστηριότητα

Στάδιο 5 Δοκιμή σε επιλεγμένο σχολείο στο εξωτερικό

2. Εργασίες και Σχεδιασμός στο πλαίσιο του εργαστηρίου επιμόρφωσης

α) Προβλήματα που κατασκευάστηκαν από τους εκπαιδευόμενους

- Το Πυθαγόρειο Θεώρημα: στα στολίδια που σας δόθηκαν, μετρήστε και υπολογίστε τα τρίγωνα.
- Συγκρίνετε τη γραμμική συμμετρία, την περιστροφή και την μετατόπιση. Ποια είναι η συνήθης αυτών των στολιδιών;
- Βρείτε όλα τα διαφορετικά γεωμετρικά σχήματα που μπορείτε να ανακαλύψετε σε ένα στολίδι, ονομάστε τα και περιγράψτε τα.
- Μελετήστε την έννοια της πλακόστρωσης· βρείτε ποιο στολίδι προσφέρεται για πλακόστρωση.
- Αντιγράψτε τα στολίδια σε ένα τετραγωνικό πλέγμα, κοιτάξτε την περιοχή τους. Χρησιμοποιείστε πλέγματα διαφορετικής κλίμακας, μελετήστε την αναλογικότητα.
- Υπολογίστε την αναλογία του εμβαδού που εμφανίζεται με ένα χρώμα.
- Από το ύφασμα στο οποίο είναι τυπωμένο αυτό το στολίδι, πόσο (ύφασμα) θα χρειαζόταν για να φτιάξετε π.χ. ένα κιτ (για το καρό);
- Βρείτε το δομικό στοιχείο από το οποίο παράγονται
- Πόσοι άξονες συμμετρίας υπάρχουν σε ένα συγκεκριμένο στολίδι;
- Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (στην περίπτωση των Ινδικών στολιδιών)
- Πόσες χάντρες χρειάζονται για να φτιαχτεί ένα τμήμα ενός στολιδιού των Ινδιάνων της Αμερικής;
- Πόση ταπετσαρία με το συγκεκριμένο διάκοσμο χρειάζεται για ένα τοίχο συγκεκριμένων διαστάσεων;
- Patchwork και στολίδια: ποια γεωμετρικά σχήματα είναι πιθανά για την παραγωγή ενός patchwork;
- Πόσες κλωστές από κάθε χρώμα χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε το τμήμα ενός καρό σχεδίου;
- Σχεδιάστε συμμετρικά στολίδια, αντιγράψτε τα από τα αρχικά ή βάλτε τους μαθητές να δημιουργήσουν τα δικά τους.

β) Σχεδιασμός μαθήματος

Οι εκπαιδευόμενοι μελέτησαν τις ιδέες και συμφώνησαν να σχεδιάσουν μια διδακτική ενότητα. Η ανάπτυξη της διδακτικής ενότητας έγινε στη βάση λεπτομερούς σχεδιασμού της. Στο πλαίσιο όμως των αναγκών της πιλοτικής εφαρμογής της, ο αρχικός σχεδιασμός της δέχθηκε προσαρμογές ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες του προγράμματος επιμόρφωσης για τη διδασκαλία των μαθηματικών και τις ανάγκες των μαθητών του σχολείου.

Σημείωση: Για τα μαθήματα που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της ενότητας βλέπε Παράρτημα 1.

Σχέδιο 1^ο μαθήματος

- Ενότητα διδασκαλίας: ΣΤΟΛΙΔΙΑ
- Επανάληψη συμμετρίας: ψάξτε για άξονες συμμετρίας σε διαφορετικούς τύπους γραμμάτων (παράρτημα 1) – 10 λεπτά
- Προετοιμασία: παρουσίαση των τύπων των στολιδιών σε διαφορετικές κουλτούρες (10 λεπτά)
- Βασική δραστηριότητα
 - δείξτε στολίδια από διαφορετικές κουλτούρες
 - σε ένα ή δυο στολίδια δείξτε τους διαφορετικούς τύπους συμμετρίας και μετασχηματισμών
 - δώστε σε κάθε μαθητή ένα στολίδι και ζητήστε από τους μαθητές να βρουν όλους τους άξονες συμμετρίας
 - ζητήστε από τους μαθητές να ονομάσουν και να αντιγράψουν όλα τα συμμετρικά γεωμετρικά σχήματα στο στολίδι
 - ζητήστε από τους μαθητές να βγάλουν συμπεράσματα για τα χαρακτηριστικά στολίδια μιας συγκεκριμένης κουλτούρας
- Δραστηριότητα για το σπίτι: φέρτε ένα αντικείμενο από το σπίτι σας που έχει στολίδια, φέρτε φωτογραφίες από διάφορα στολίδια που είδατε στις διακοπές σας.

Σχέδιο 2^ο μαθήματος

- Προετοιμασία: παρουσιάστε τα στολίδια σας, τι είδους στολίδια είναι, ποιους άξονες συμμετρίας βρήκατε;
- Βασική δραστηριότητα μαθήματος:
 - Δώστε σε κάθε μαθητή ένα στολίδι που να προέρχεται από διαφορετικό πολιτισμικό περιβάλλον (Κέλτικα, των Ινδιάνων της Αμερικής, αραβική ροζέτα) και ένα τετραγωνισμένο πλέγμα με διαφορετικές κλίμακες.

- Ζητήστε από τους μαθητές να βρουν όλους τους άξονες συμμετρίας στο στολίδι τους
- Ζητήστε από τους μαθητές να αντιγράψουν το στολίδι στο τετραγωνισμένο πλέγμα
- Ζητήστε από τους μαθητές να μετρήσουν τον αριθμό των τετραγώνων που δεν είναι ολόκληρα βαμμένα
- Ζητήστε από τους μαθητές να υπολογίσουν το εμβαδόν του στολιδιού (υπολογίζοντας τα τετράγωνα των οποίων μόνο ένα τμήμα τους είναι βαμμένο σαν να ήταν όλα βαμμένα)
- Τελική δραστηριότητα: Αντιγράψτε στον πίνακα της τάξης σας τον ακόλουθο πίνακα

scale	0.5 cm	0.75 cm	1 cm	1.25 cm	1.5 cm	2 cm
area						

Τι αναλογικότητα υπάρχει ανάμεσα στην κλίμακα και το εμβαδόν;

Η εφαρμογή στο σχολείο

Η διδακτική ενότητα που κατασκεύασε η ομάδα της Τσεχίας δοκιμάστηκε στο σχολείο ZŠ Fr. Plamínkové s RVJ στην Πράγα, στην 5η τάξη.

Η ερευνητική ομάδα εξέτασε προσεκτικά το πλαίσιο και τα Εκπαιδευτικά Προγράμματα για την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση στην Τσεχία (MŠMT 2013, <http://www.plaminkova.cz/skolni-vzdelavaci-program>) ώστε να εξασφαλιστεί η καταλληλότητα των προαναφερόμενων προτάσεων σχεδιασμού σε σχέση με τη συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα μαθητών.

Οι Τσέχοι μαθητές της 5ης τάξης, μολονότι δεν έχουν ακόμη γνώση της συμμετρίας και δε δουλεύουν με αυτή ξεκάθαρα είναι πιθανό να διαθέτουν διαισθητική γνώση. Στην 5η τάξη, οι μαθητές μαθαίνουν να δουλεύουν με τετραγωνισμένο πλέγμα και μπορούν να οικοδομήσουν μια προ-ενοσιολογική κατανόηση της γεωμετρίας του επιπέδου (εμβαδόν και περίμετρος). Δεν έχουν εισαχθεί ακόμη στην έννοια της αναλογικότητας.

Η ερευνητική ομάδα της Τσεχίας αποφάσισε να κάνει διαφοροποιήσεις στον αρχικό σχεδιασμό της ενότητας, και να δοκιμάσει δύο εναλλακτικές προτάσεις

Μάθημα 1

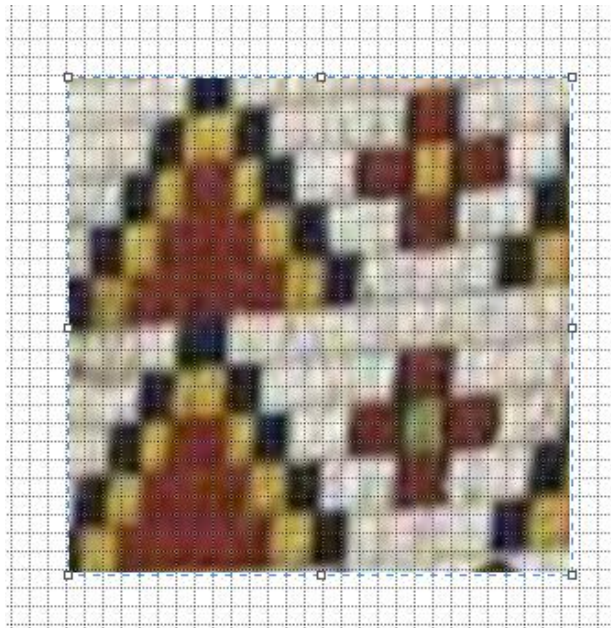
Εισαγωγή στα στολίδια: συζήτηση για στολίδια, είδη στολιδιών, σχήματα και διαφορές ανάμεσα στις κουλτούρες, χαρακτηριστικά στοιχεία. Συζήτηση στολιδιών των Ινδιάνων της Αμερικής (φτιαγμένα από χάντρες).

Δόθηκε στα παιδιά ένα τετραγωνισμένο πλέγμα (0.5 εκατοστά) και ένα στολίδι των Ινδιάνων της Αμερικής και τους ζητήθηκε να το αντιγράψουν, τετράγωνο προς τετράγωνο (με ακρίβεια). Στη συνέχεια τους ζητήθηκε να υπολογίσουν τον αριθμό

των μπλε τετραγώνων, το μέγεθος του μπλε σταυρού, τα μπλε και κίτρινο σχήματα· όμως αυτό δεν μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως εισαγωγή στην θεματική περιοχή εξαιτίας της κλίμακας.



Δόθηκε στα παιδιά ένα τετραγωνισμένο πλέγμα του 1 εκατοστού και ένα άλλο παράδειγμα ενός στολιδιού των Ινδιάνων της Αμερικής που ήταν κεντημένο, όχι φτιαγμένο από χάντρες, δηλαδή ήταν φτιαγμένο από ορθογώνια, όχι τετράγωνα στοιχεία. Δυο τμήματα του στολιδιού είχαν αντιγραφεί σε ένα τετραγωνισμένο πλέγμα (ένα ορθογώνιο φτιαγμένο από τρία επί τρία τετράγωνα). Ζητήθηκε από τα παιδιά να αντιγράψουν αυτά τα σχήματα σε ένα τετραγωνισμένο πλέγμα 1 επί 1.

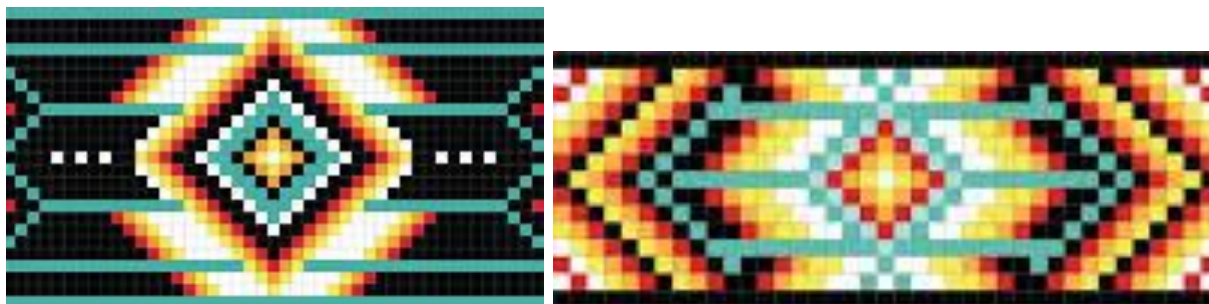


Καθώς η περιοχή του κάθε τετραγώνου ήταν 1 τετραγωνικό εκατοστό, οι μαθητές μπορούσαν μετά εύκολα να αναφέρουν την περιοχή των διαφορετικών γεωμετρικών σχημάτων που είχαν ζωγραφίσει (ορθογώνιο, 2 ορθογώνια, σταυρός, πυραμίδα κλπ.). Το ίδιο έγινε και με την περίμετρο.

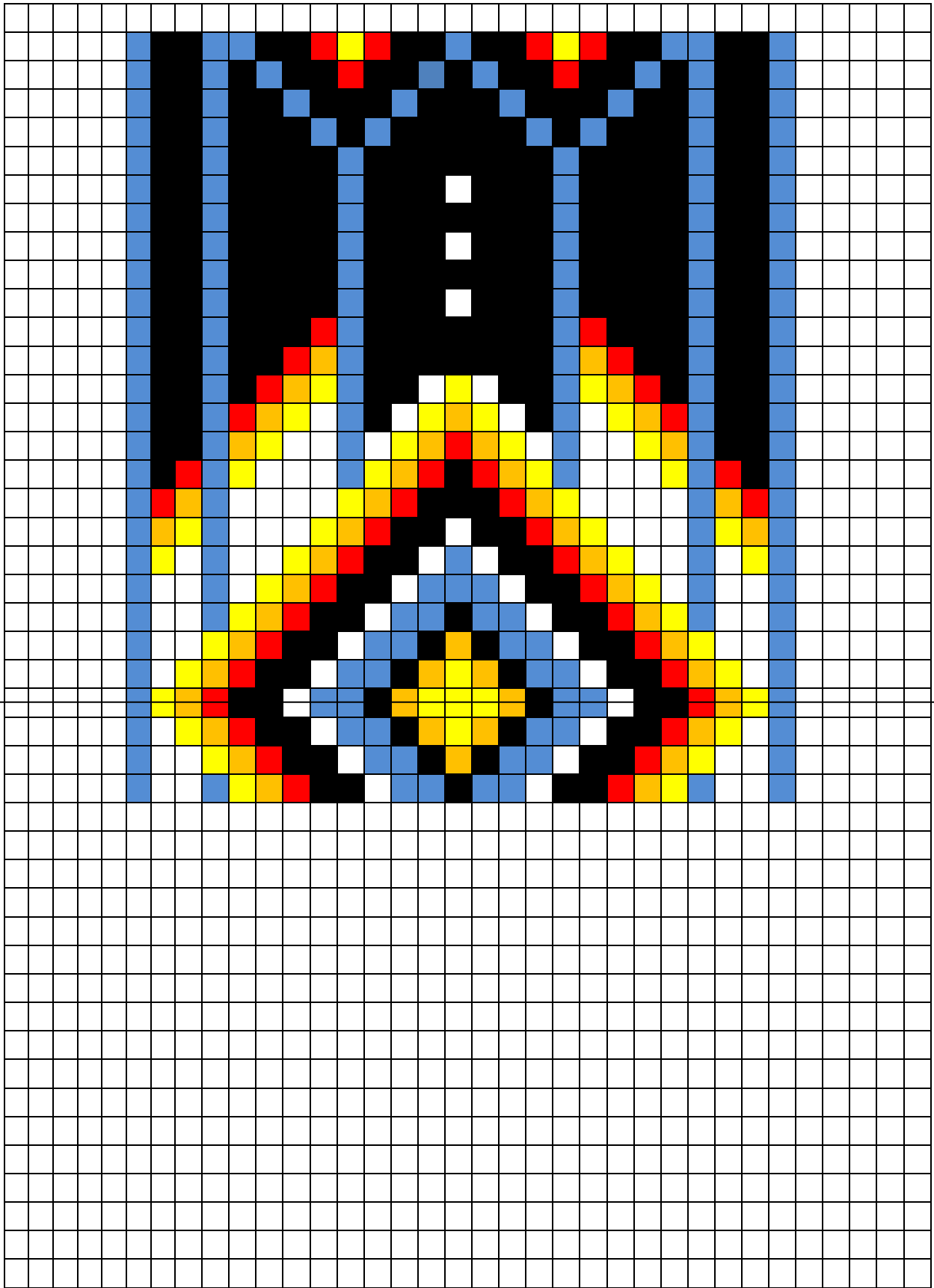
Μάθημα 2

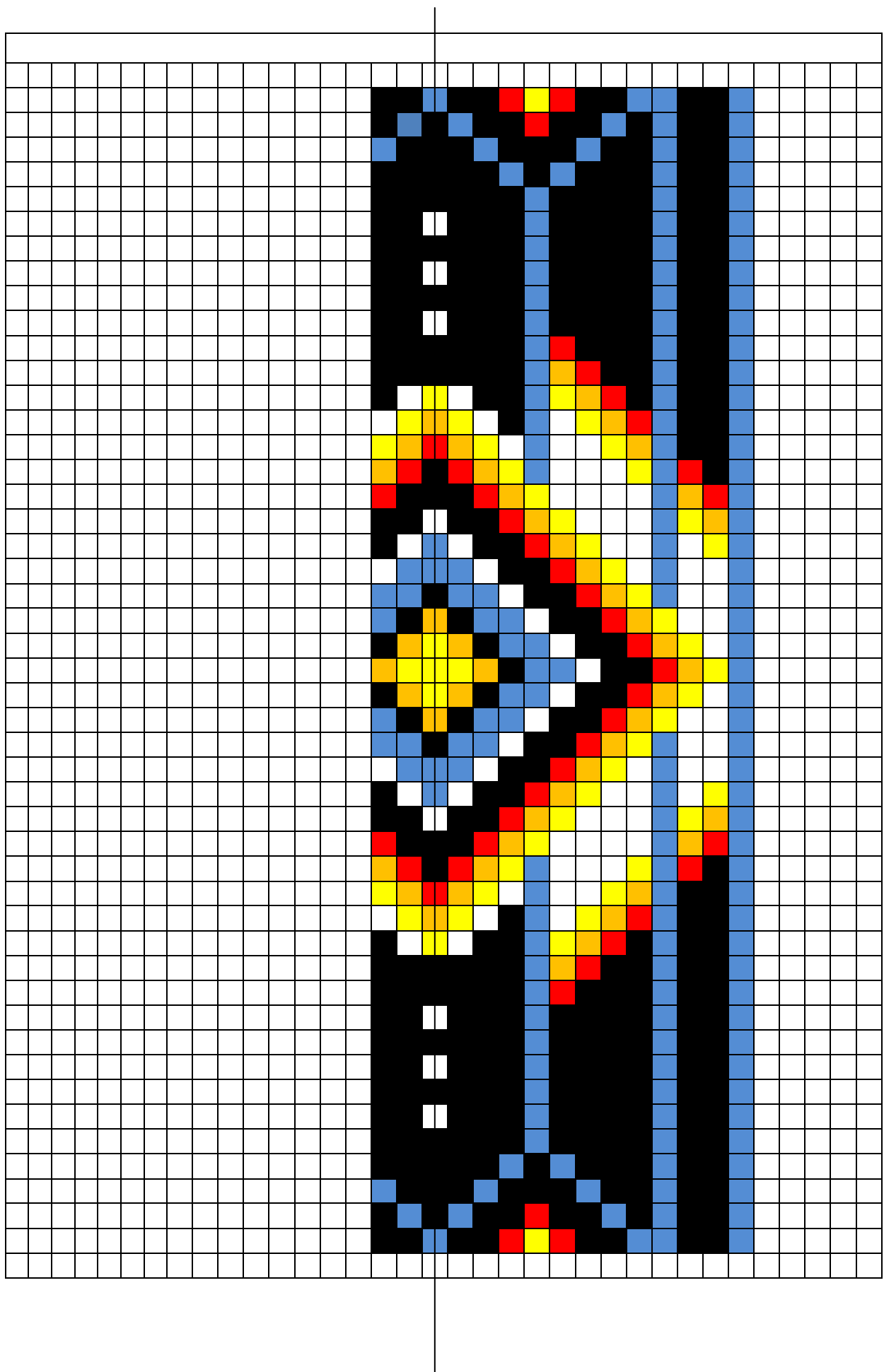
Η τάξη δουλεύει με τη συμμετρία (ένα μάθημα που συνδύαζε Μαθηματικά και Καλλιτεχνικά)

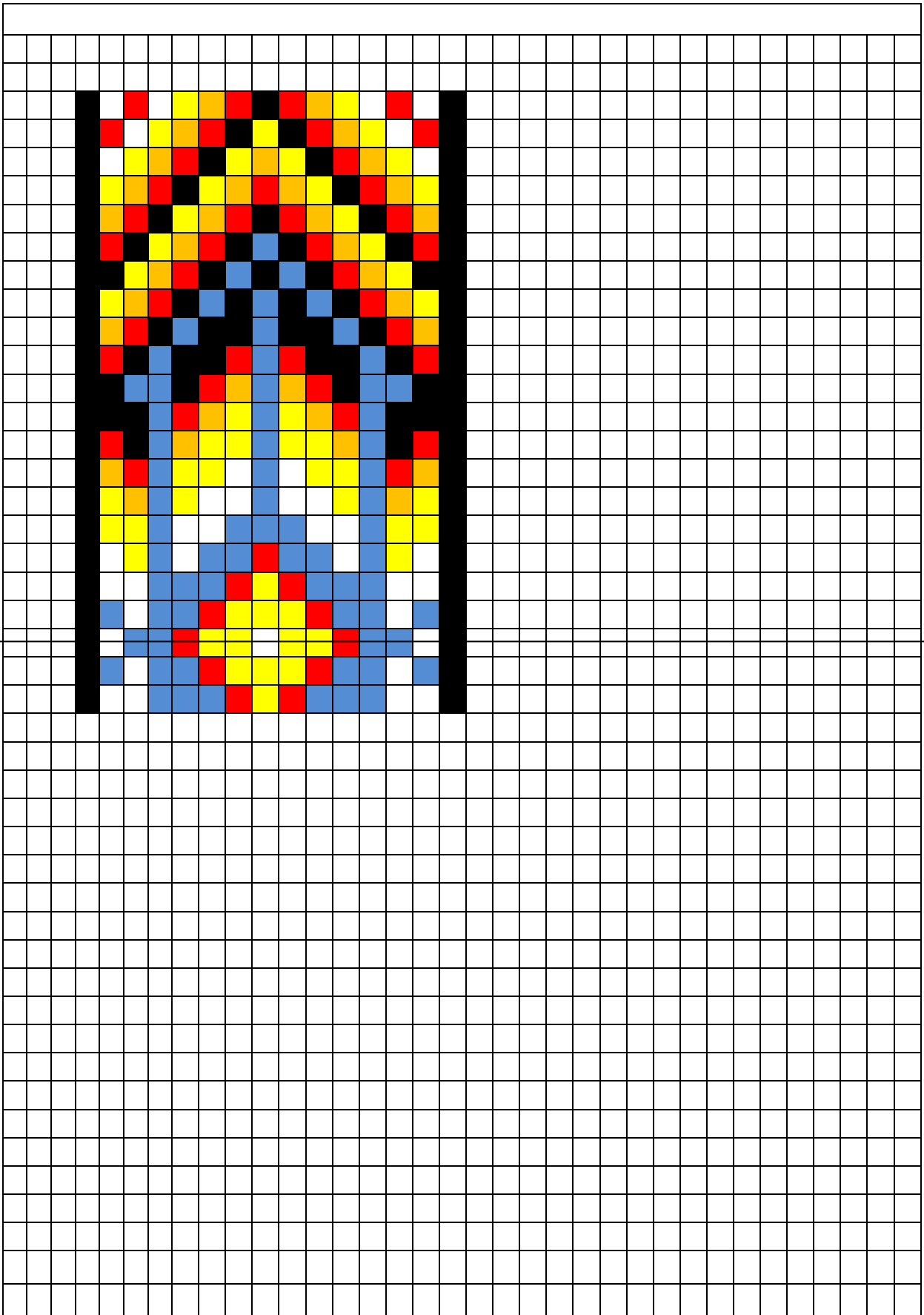
Δόθηκαν στα παιδιά δυο πρωτότυπα στολίδια των Ινδιάνων της Αμερικής. Μίλησαν για τα σχήματα που μπορούν να αναγνωρίσουν σε αυτά.

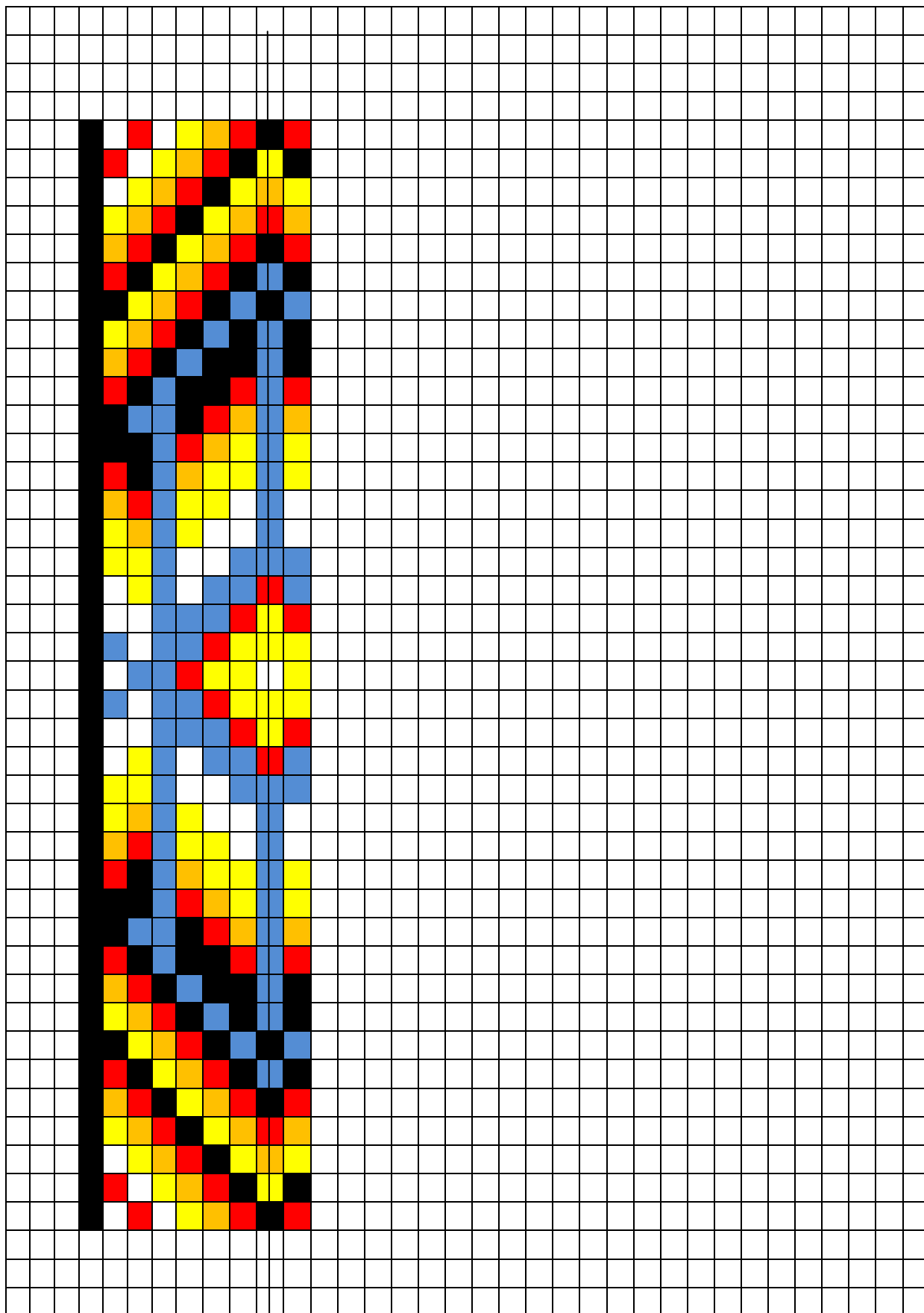


Δόθηκε στους μαθητές το μοντέλο ενός στολιδιού με τη γραμμή συμμετρίας να υποδηλώνεται και τους ζητήθηκε να τελειώσουν το στολίδι.









Οι μαθητές χρησιμοποίησαν κερομπογιές, χάντρες, κλωστές κλπ. για να δημιουργήσουν μοντέλα από στολίδια.

Εργασία για το σπίτι: Κοιτάζετε τα στολίδια που έχετε στο σπίτι. Που είναι; Τι είδους στολίδια είναι; Από τι σχήματα, χρώματα, υλικά κλπ αποτελούνται; Αντιγράψτε τα ή βγάλτε τα μια φωτογραφία. Θα δουλέψουμε με αυτά στο επόμενο μάθημα.

Σχόλια από τον εκπαιδευτικό της βασικής πιλοτικής εφαρμογής

Σύμφωνα με την αξιολόγηση της εκπαιδευτικού που έκανε την πιλοτική εφαρμογή σε σχολείο της Τσεχίας, το μάθημα έδινε κίνητρα στους μαθητές της. Οι μαθητές ασχολήθηκαν πρόθυμα και δούλεψαν σκληρά κατά το μεγαλύτερο μέρος των δυο μαθημάτων που υλοποιήθηκαν. Τα υλικά έκαναν τη διαφορά στο μάθημα. Δηλαδή η επιλογή λιγότερο ή περισσότερο δύσκολων σχημάτων και ο αριθμός των σχημάτων για να δηλωθεί εμβαδόν και περίμετρος.

Η εκπαιδευτικός πρότεινε να χρησιμοποιηθεί τετραγωνισμένο πλέγμα μόνο του ενός εκατοστού σε όλες τις δραστηριότητες αυτής της ηλικιακής ομάδας, καθώς νοηματοδοτεί μαθηματικά το μέτρημα των διαφόρων τετραγώνων, ήδη από την αρχή της διαδικασίας. Επεσήμανε ότι στην περίπτωση της πρώτης δραστηριότητας πρέπει να δηλωθεί στους μαθητές ότι, εάν δεν αρχίσουν από το αρχικό μπλε σχήμα αλλά αρχίσουν μετρώντας τα κόκκινα τετράγωνα και σχεδιάζοντας τα περιγράμματα του κόκκινου ορθογωνίου, ενδέχεται να ανακαλύψουν ότι το αρχικό τους περίγραμμα ήταν λανθασμένο και δεν αφήνει χώρο για τον κεντρικό μπλε σταυρό. Μια τέτοια επιπλοκή αποκαλύπτεται συχνά προς το τέλος της διαδικασίας, και οι μαθητές συνήθως δεν έχουν διάθεση να επαναλάβουν τη διαδικασία από την αρχή της.

Δεύτερη πιλοτική εφαρμογή της ενότητας

από Antonella Castellini, Lucia Alfia Fazzino και Franco Favilli**

Η εκ των προτέρων ανάλυση

Το γενικό πλαίσιο

Η δραστηριότητα σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε από μια ομάδα μαθητών από δυο διαφορετικές τάξεις του Istituto Comprensivo 1 του Poggibonsi (Επαρχία της Siena) κατά τη διάρκεια των εβδομάδων ευέλικτης διδασκαλίας. Σε αυτές τις εβδομάδες οι τάξεις είναι ανοιχτές για να γίνουν διάφορες θεματικές ή διαθεματικές δραστηριότητες και να αναπτυχθούν πρότζεκτ έξω από το σχολείο. Η ομάδα αποτελούνταν από 15 έως 18 μαθητές της δευτέρας τάξης του Γυμνασίου.

** CAFRE – University of Pisa, Italy.

Οι στόχοι

Η θέματα που εμπλέκονται στη διδακτική ενότητα επέτρεψαν να ανακτηθούν γνώσεις που οι μαθητές ήδη διέθεταν, όπως επίσης να αντιμετωπιστούν οι γνώσεις αυτές με έναν διαφορετικό και πιο δημιουργικό τρόπο. Η ενότητα λειτούργησε επίσης και στο επίπεδο του συναισθηματικού τομέα, από τη στιγμή που ενθάρρυνε αναφορές σε πολιτισμικές όψεις που συνδέονται με τη χώρα καταγωγής των μαθητών. Το θεματικό πλαίσιο διδασκαλίας επέτρεψε την εισαγωγή μεθόδων διδασκαλίας, όπως η κατασκευή προβλημάτων, και η οποία δεν είχε χρησιμοποιηθεί ακόμη για την ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων.

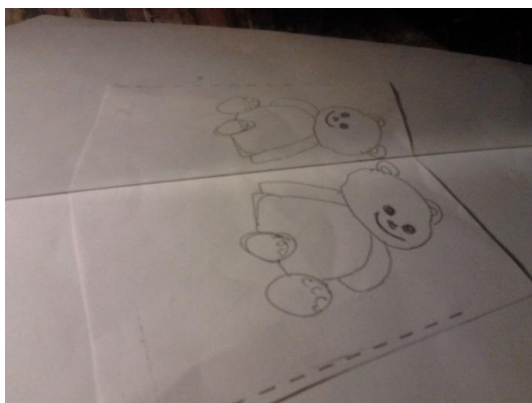
Η ενότητα επιτρέπει στους μαθητές:

- να δουν την πραγματικότητα από μια μαθηματική οπτική,
- να αναπτύξουν διαπολιτισμική οπτική και επιθυμία να μάθουν για άλλους πολιτισμούς
- να αναπτύξουν μια θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά μέσα από νοηματοδοτημένες εμπειρίες (σύμφωνα με το Ιταλικό Αναλυτικό Πρόγραμμα 2012),
- να περιγράψουν, ονομάσουν και ταξινομήσουν γεωμετρικά σχήματα, αναγνωρίζοντας τις ιδιότητες και τις συμμετρίες τους, και να είναι σε θέση να τα αναπαράγουν (σύμφωνα με το Ιταλικό Αναλυτικό Πρόγραμμα 2012),

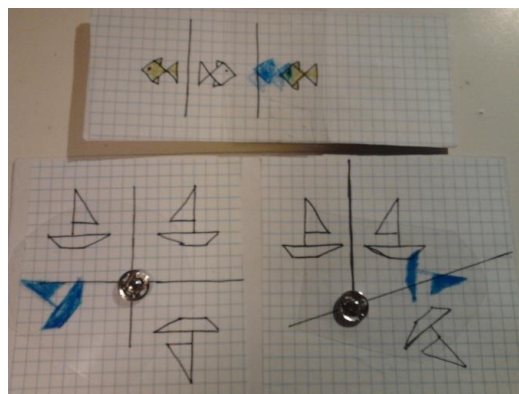
Ο σχεδιασμός

Η μεθοδολογία που υιοθετήθηκε ήταν αυτή του workshop. Το workshop δεν είναι μόνο φυσικός χώρος, αλλά επίσης η δραστηριότητα της τάξης, όταν πράξη και σκέψη συνδέονται στενά και όταν το μαθηματικό περιεχόμενο οικοδομείται μέσω πλούσιων βιωματικών δραστηριοτήτων που κινητοποιούν τους μαθητές.

Όλες οι δραστηριότητες της διδακτικής ενότητας έχουν σχεδιαστεί αναφορικά με τους ισομετρικούς μετασχηματισμούς, ένα θέμα στο οποίο οι μαθητές είχαν εισαχθεί την προηγούμενη σχολική χρονιά. Το θέμα προσεγγίστηκε με τη χρήση ενός καθρέπτη: βάζοντας μια ζωγραφιά ή ένα αντικείμενο μπροστά στον καθρέπτη και παρατηρώντας την αντανακλώμενη εικόνα, οι μαθητές κλήθηκαν να ανακαλύψουν τα βασικά στοιχεία της αξονικής συμμετρίας (Φωτογραφία 1).



Φωτογραφία 1



Φωτογραφία 2

Το επόμενο βήμα ήταν να φτιαχτούν (όπως η σύνθεση από συμμετρίες με παράλληλους ή κάθετους άξονες) οι άλλοι ισομετρικοί μετασχηματισμοί – μετατοπίσεις και στροφές— και να αναγνωριστούν τα βασικά χαρακτηριστικά τους. Στη συνέχεια, όλοι οι μαθητές έφτιαξαν κάποια δυναμικά μοντέλα που τους επέτρεψαν να αναπαραστήσουν αυτούς τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς (Φωτογραφία 2).

Η σύνδεση αντικειμένου-πράξης δίνει την ελευθερία στον μαθητή να σχεδιάσει και να ερμηνεύσει. Για το λόγο αυτό είναι σημαντικό το να δει, να παρατηρήσει και να αλληλοεπιδράσει με ένα δυναμικό, όχι στατικό αντικείμενο.

Η στατικότητα περιορίζει τον μαθητή, αναγκάζοντάς τον να κοιτάξει μια μόνο όψη και με την έννοια αυτή δεν τον βοηθάει να αναλύσει την κατάσταση από διαφορετικές οπτικές. Επίσης, η στατικότητα δεν διεγείρει την περιέργεια του μαθητή και κυρίως δεν του επιτρέπει να κάνει υποθέσεις ή, ακόμη λιγότερο, να επιχειρηματολογήσει. Τον αποκλείει δηλαδή από ένα σημαντικό μέρος αυτών των διαδικασιών οι οποίες είναι βασικές στο σχηματισμό της μαθηματικής σκέψης. Στο σχεδιασμό λοιπόν της πιλοτικής εφαρμογής μας, εκτός από τη χρήση δυναμικών μοντέλων που ήταν ήδη γνωστά στους μαθητές αναπτύχθηκε και μια δραστηριότητα με τη χρήση του “δωματίου με τους καθρέπτες”, και η οποία αποτελούσε μια νέα εμπειρία για τους μαθητές.

Η ανάπτυξη του σχεδίου μαθήματος

Μάθημα 1

Στο πρώτο μάθημα δόθηκαν δυο στολίδια – μια ζωοφόρος και μια ροζέτα- και διαμορφώθηκαν 4 ομάδες των 4-5 μαθητών η κάθε ομάδα. Έπειτα ζητήθηκε από τους μαθητές να αναλύσουν τα στολίδια χρησιμοποιώντας τον επίπεδο καθρέπτη και να αναγνωρίσουν τι είδους ισομετρικοί μετασχηματισμοί επέτρεπαν την δημιουργία των στολιδιών.

Ύστερα από μια σύντομη, από κοινού εξέταση στο πλαίσιο της ομάδας τους, οι μαθητές έπρεπε να επιλέξουν το συμμαθητή που θα παρουσίαζε στις άλλες ομάδες τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς τους οποίους αναγνώρισε η ομάδα του. Ο

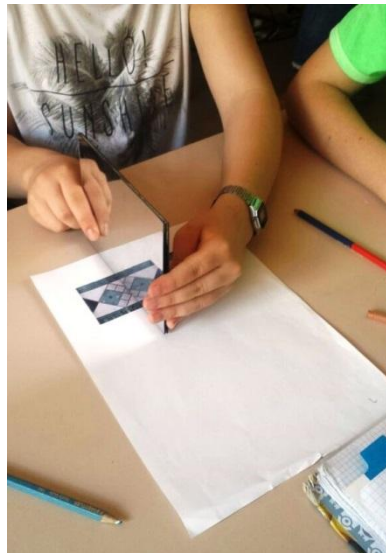
στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να συγκρίνουν τα αποτελέσματα των διαφορετικών ομάδων και να αναστοχαστούν σε ό,τι ήδη γνώριζαν ώστε να οδηγηθούν σε υποθέσεις και να επιχειρηματολογήσουν γι' αυτές στους υπόλοιπους συμμαθητές τους.

Η Ομάδα της ζωοφόρου

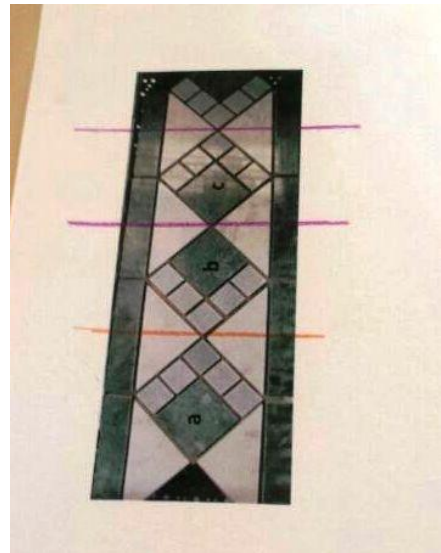
Οι μαθητές άρχισαν να παρατηρούν τη ζωοφόρο χρησιμοποιώντας τον επίπεδο καθρέπτη: “Αρχικά βάλαμε τον καθρέπτη οριζόντια στο διακοσμητικό/ντεκόρ (Φωτογραφία 3), αλλά, μετά από παρατήρηση, συνειδητοποιήσαμε ότι δεν ήταν δυνατή μια τέτοια συμμετρία επειδή η ζωοφόρος έχει μεγάλο μήκος. Έτσι βάλαμε τον καθρέπτη κάθετα στο σχέδιο (Φωτογραφία 4) και παρατηρήσαμε ότι υπάρχει μια αξονική συμμετρία που αφορά το τετράγωνο α ως μονάδα της. Αλλά αν εξετάσουμε τα τετράγωνα α, β και γ, μπορούμε να δούμε καθαρά ότι υπάρχει μια διπλή αξονική συμμετρία με παράλληλους άξονες. Μετά, κοιτάζοντας πιο προσεκτικά, συνειδητοποιήσαμε ότι αν πάρουμε τα σχέδια α και β ως σύνολο τότε υπάρχει επίσης μια μετατόπιση προς τα δεξιά” (Φωτογραφίες 5, 6, 7).



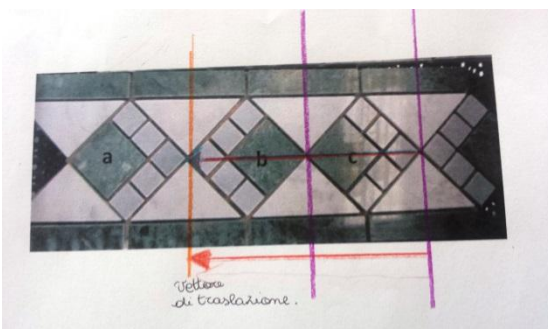
Φωτογραφία 3



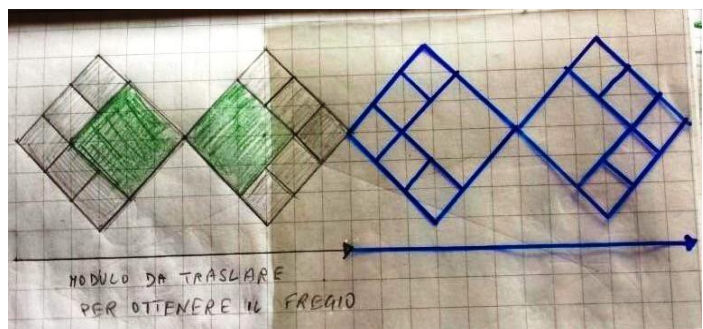
Φωτογραφία 4



Φωτογραφία 5



Φωτογραφία 6



Φωτογραφία 7

Σε αυτό το σημείο οι μαθητές αναρωτήθηκαν: “αλλά πόσο μεγάλο είναι το διάνυσμα της μετατόπισης;”

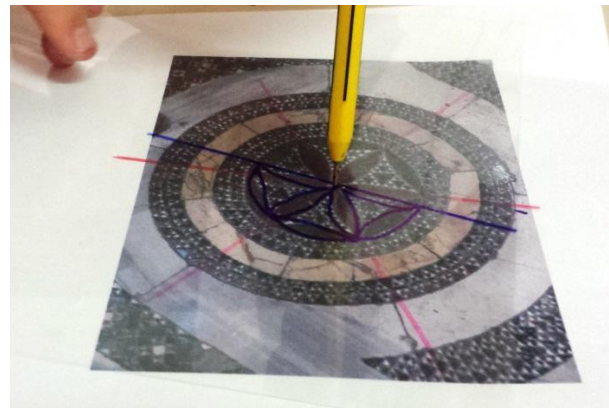
Με τη βοήθεια του δυναμικού μοντέλου επαλήθευσαν ότι το μήκος του διανύσματος μετατόπισης είναι ακριβώς η διπλάσια απόσταση ανάμεσα στους δυο παράλληλους άξονες που προκαλούσαν την κίνηση.

Η Ομάδα του διακοσμητικού/ντεκόρ

Παραθέτουμε τα σχόλια των μαθητών: “Με αυτό το μοτίβο είδαμε αμέσως ότι υπάρχει αξονική συμμετρία με προσπίπτοντες άξονες (Φωτογραφία 8). Μετά ο Α. μας το έδειξε έτσι ώστε να υπάρχει επίσης περιστροφή, επειδή παράγεται από την σύνθεση των δυο συμμετριών με προσπίπτοντες άξονες. Έτσι αποφασίσαμε να σχεδιάσουμε τους άξονες της συμμετρίας και βρήκαμε το κέντρο της περιστροφής και στη συνέχεια κάναμε το δυναμικό μας μοντέλο” (Φωτογραφία 9).



Φωτογραφία 8



Φωτογραφία 9

Είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι οι μαθητές δείχνουν στο ντεκόρ/διακοσμητικό τη μονάδα μέτρησης και τους άξονες συμμετρίας για να εξηγήσουν το σκεπτικό τους, ενώ, καταφεύγουν ξανά στο δυναμικό μοντέλο για να διαλύσουν πιθανές αμφιβολίες.

Σε αυτό το πρώτο μάθημα, για να επιβεβαιώσουν το περιεχόμενο της παρατήρησής τους, ήταν πολύ χρήσιμο να χρησιμοποιηθούν ο καθρέπτης και τα δυναμικά μοντέλα που είχαν κατασκευάσει οι μαθητές.

Μόλις τελείωσαν την ανασκόπηση των διάφορων ισομετρικών μετασχηματισμών, ζητήθηκε από τους μαθητές να κάνουν στο σπίτι, ατομικά, μια γραπτή περίληψη της δουλειάς που έγινε στην τάξη (ημερολόγιο), όπως επίσης να βρουν και να φέρουν στο επόμενο μάθημα αντικείμενα και/ή υφάσματα από το σπίτι τους τα οποία περιείχαν χαρακτηριστικά διακοσμητικά από τη χώρα προέλευσής τους ή από χώρες που επισκέφτηκαν.

Μάθημα 2

Τα αντικείμενα και τα υφάσματα διατίθενται στους μαθητές. Κάθε ομάδα επιλέγει το αντικείμενο που προτιμά. Ένα ύφασμα από τη Σενεγάλη προκαλεί τη μεγαλύτερη εντύπωση στους μαθητές, ίσως γιατί είχε πολλά χρώματα και διαφορετικά είδη διακοσμητικών. Εντυπωσιάζει επίσης ένα άλλο ύφασμα, το οποίο χρησιμοποιεί μια μαθήτριά στο σπίτι για να καλύψει τον καναπέ και το οποίο επίσης είναι πολύχρωμο και με πολύ συμμετρικό σχέδιο/ντεκόρ. Οι μαθητές απέρριψαν διάφορες δαντέλες

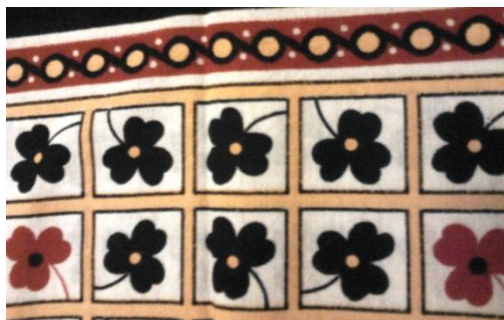
(πολλές από τις οποίες τις είχαν πλέξει οι γιαγιάδες...) όπως και κεραμικά πιάτα και κουτιά, λιγότερα στον αριθμό και όχι τόσο πολύχρωμα.

Σε κάθε ομάδα ανατέθηκαν τα ακόλουθα:

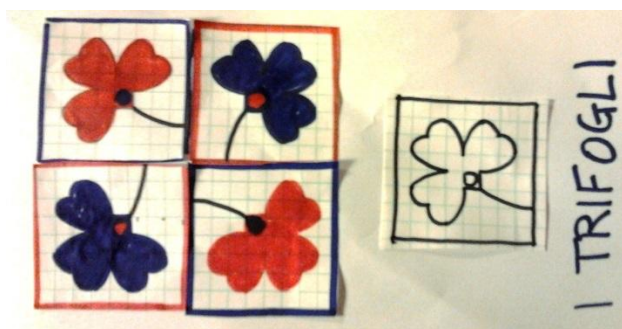
1. δικαιολογήστε την επιλογή του αντικειμένου σας,
2. αναγνωρίστε τους ισομετρικούς μετασχηματισμούς με τη βοήθεια του επίπεδου κατόπτρου,
3. αναπαράγετε το στολίδι της επιλογής σας στα δυο χαρτιά μιλιμετρέ που σας δόθηκαν,
4. αναγνωρίστε το μοτίβο που αναπαράγεται στο στολίδι σας,
5. παρουσιάστε στις άλλες ομάδες το ντεκόρ της επιλογής σας, δίνοντάς τους το μοτίβο και τις οδηγίες για να το αναπαράγουν.

Η Ομάδα των τριφυλλιών

Τα μέλη της ομάδας που διάλεξε το στολίδι με τα τριφύλλια (Φωτογραφία 10) αιτιολόγησαν την επιλογή τους λέγοντας ότι ήταν “εύκολο και όμορφο”. Στην πραγματικότητα, όπως γράφουν στην αναφορά τους, αρχικά είχαν κάνει λάθος: “Σκεφτήκαμε μόνο απλές συμμετρίες και για τα πέταλα και για το στολίδι, από τετράγωνο σε τετράγωνο, αλλά μετά, κοιτάζοντας καλύτερα με τον καθρέπτη, συνειδητοποιήσαμε ότι υπήρχε το κοτσάνι του μικρού λουλουδιού και ότι δεν είχε αξονική συμμετρία, αλλά συμμετρία ως προς σημείο”. (...) Γι’ αυτό χρησιμοποιήσαμε την άλλη εκδοχή για να το καταλάβουμε καλύτερα”.



Φωτογραφία 10



Φωτογραφία 11



Φωτογραφία 12

Η δουλειά που έγινε (Φωτογραφία 11, 12) δίνει ξεκάθαρες ενδείξεις της έρευνάς τους και δείχνει ότι ο καθρέπτης τους βοήθησε να αναγνωρίσουν καλύτερα τους ισομετρικούς μετασχηματισμούς στο ντεκόρ. Επίσης δείχνει πόσο χρήσιμα είναι τα δυναμικά μοτίβα για την παρακολούθηση αλλαγών.

Από το βασικό μοτίβο, με διαδοχικές περιστροφές 90 μοιρών, οι μαθητές οδηγήθηκαν στο να συμβολίσουν το ντεκόρ του υφάσματος. Είναι ενδιαφέρον να εξετάσουμε την επιλογή του χρώματος που έκανε η ομάδα για να επισημάνουμε τα δυο σχήματα που ταιριάζουν στη συμμετρία ως προς σημείο.

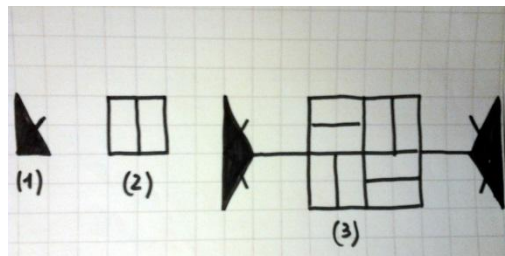
Η Ομάδα της μικρής κορνίζας



Φωτογραφία 13



Φωτογραφία 14



Φωτογραφία 15

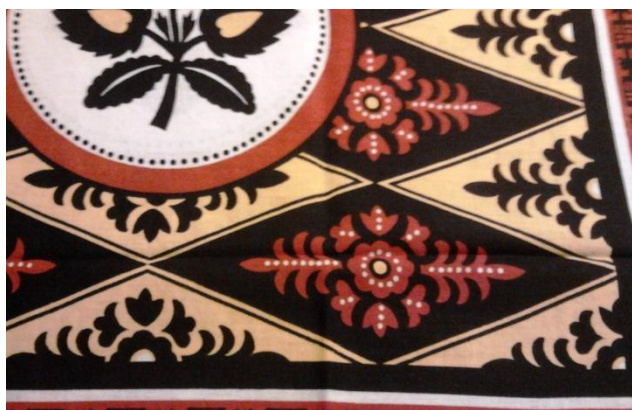
Η ομάδα που διάλεξε το στολίδι με τις μικρές κορνίζες (Φωτογραφία 13) δήλωσε ότι επέλεξε αυτό το στολίδι επειδή “έμοιαζε με τις μικρές κορνίζες που έφτιαχναν όταν ήταν στο Δημοτικό”. Οι μαθητές αναπαρήγαγαν εύκολα το μοτίβο τονίζοντας αμέσως τη μετατόπιση (Φωτογραφία 14) που τους επέτρεψε να αναδομήσουν όλο το ντεκόρ.

Και σε αυτή την περίπτωση επίσης, μετά από μια στιγμή ευφορίας για την ταχύτητα της εκτέλεσης, οι μαθητές πρόσεξαν το κεντρικό ντεκόρ που είναι “φτιαγμένο από μικρά ορθογώνια”. Οι μαθητές συνειδητοποίησαν ότι υπήρχαν άλλες συμμετρίες και ειδικότερα: μερικές συμμετρίες ως προς κέντρο ή μια σειρά από τέσσερις περιστροφές των 90 μοιρών. Θεωρώντας ότι δεν υπήρχε και κάποια άλλη συμμετρία άρχισαν να γράφουν τις οδηγίες για να μπορέσουν οι συμμαθητές τους να αναπαράγουν τη μικρή κορνίζα. Καθώς όμως έγραφαν, συνειδητοποίησαν ότι και το άλλο ντεκόρ -“αυτό με το μαύρο αστέρι”- φαινόταν στην πραγματικότητα να έχει τις ίδιες ιδιότητες της διπλής συμμετρίας ως προς σημείο. Η παρατήρηση αυτή οδήγησε σε πολλές συζητήσεις: “Πώς να το κάνουμε; Πρέπει να δώσουμε τρεις διαφορετικές οδηγίες; Μια για κάθε ένα από τα δυο μοτίβα και μια για τη μικρή κορνίζα ταυτόχρονα; Και μετά, ποιο είναι το αναπαραγωγικό μοτίβο;” Τελικά, οι μαθητές συμφώνησαν να συνεχίσουν με αυτόν τον τρόπο και να δώσουν στους υπόλοιπους συμμαθητές τους τρεις διαφορετικές οδηγίες για τα τρία μοτίβα που φαίνονται στη

φωτογραφία: δύο για να αναπαράγουν τα κεντρικά μοτίβα με τις περιστροφές και μια τρίτη για να κάνουν τη μετατόπιση (Φωτογραφία 15).

Η Ομάδα του Ρόμβου

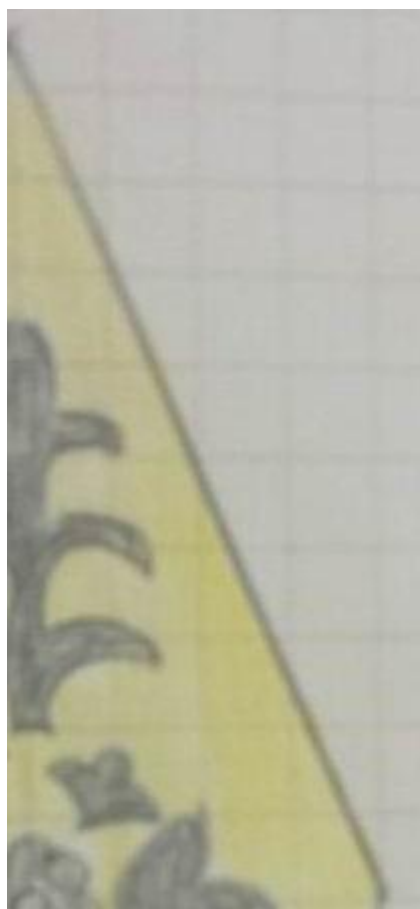
Η επιλογή του στολιδιού βασίστηκε και αυτή τη φορά στο ότι οι μαθητές βρήκαν τα σχέδια “πολύχρωμα, και υπάρχουν καμπύλες και ευθείες, δηλαδή δύο διαφορετικοί τρόποι διακόσμησης”. Οι καμπύλες όμως και οι ευθείες είναι ακριβώς αυτό που κάνει δύσκολο για την ομάδα να αναπαραστήσει στο χαρτί το σχέδιο του υφάσματος (φωτογραφία 16). Η βοήθεια του εκπαιδευτικού κρίνεται απαραίτητη. Οι μαθητές συνειδητοποιώντας για ακόμη μια φορά ότι χρειάζονται μόνο τέσσερις περιστροφές των 90 μοιρών για να αναπαράγουν το στολίδι, αναγνωρίζουν και συνθέτουν το βασικό σχέδιο με ευκολία (Φωτογραφίες 17, 18).



Φωτογραφία 16



Φωτογραφία 17

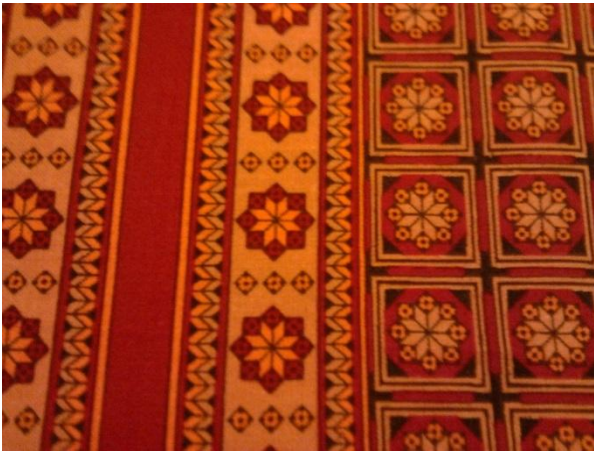


Φωτογραφία 18

Η Ομάδα της ροζέτας

Η ομάδα δικαιολογεί την επιλογή της ροζέτας (Φωτογραφία 19) λέγοντας ότι τους θυμίζει Χριστουγεννιάτικες ζωγραφιές. Το στολίδι δυσκολεύει τους μαθητές: δεν μπορούν να αναγνωρίσουν το αρχικό σχέδιο, μπορούν να δουν τις συμμετρίες αλλά μόνο σε δυο ζευγάρια από τα στοιχεία του στολιδιού, αναγνωρίζουν τις περιστροφές αλλά δεν μπορούν να εξηγήσουν πώς να τις χρησιμοποιήσουν. Συζητάνε πολύ για να “χωρίσουν τα δύο σχέδια, το ένα από το άλλο, χρησιμοποιώντας ένα μικρό τετράγωνο”. Προσπαθούν να χρησιμοποιήσουν ένα σχέδιο και μετά ένα άλλο και

τελικά αποφασίζουν ότι “μπορούμε να δουλέψουμε με τρία σχέδια για να αναπαράγουμε όλη τη ροζέτα: δύο από αυτά πρέπει να περιστραφούν 90 μοίρες, το τρίτο πρέπει να περιστραφεί 8 φορές επί 45 μοίρες”. (Φωτογραφία 20, 21).



Φωτογραφία 19



Φωτογραφία 20

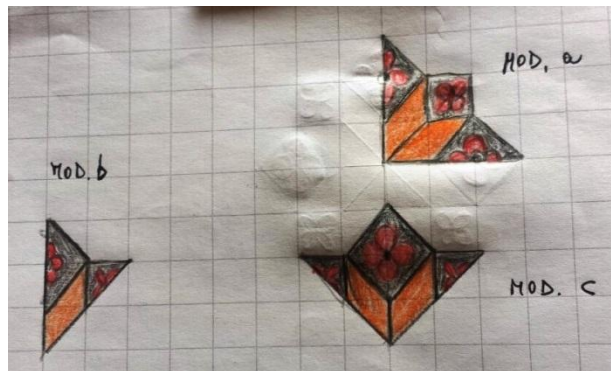


Φωτογραφία 21

Μάθημα 3

Εισάγεται μια νέα δραστηριότητα που μπορεί να ονομαστεί: «Από το δωμάτιο με τους καθρέφτες στην αναλογικότητα»

Οδηγίες: Σκεφτείτε τα σχέδια που φτιάξατε στο προηγούμενο μάθημα, από τα οποία προήλθε το στολίδι της ροζέτας. (Φωτογραφία 22)

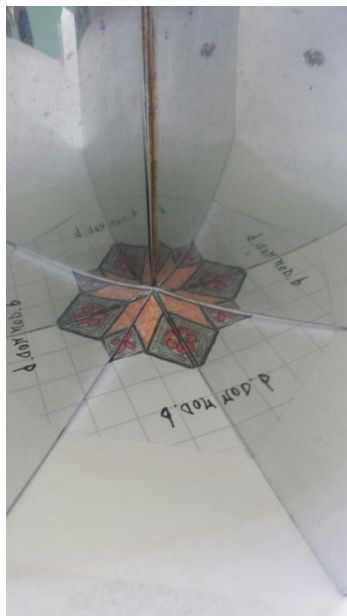


Φωτογραφία 22

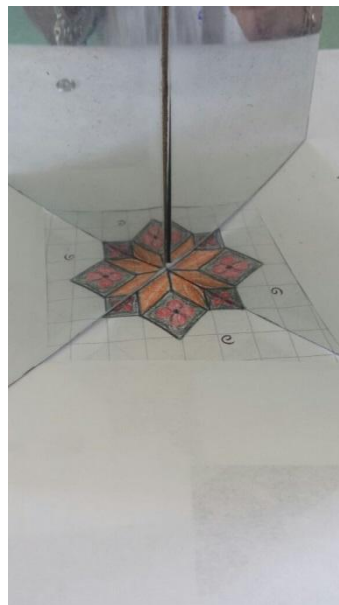
Τοποθετήστε τα σχέδια, ένα κάθε φορά, στο δωμάτιο με τους εσωτερικούς καθρέφτες, και πείτε πόσα από αυτά χρειάζονται για να συμπληρωθεί το στολίδι. (Φωτογραφία 23, α, β, γ)



Φωτογραφία 23 α



Φωτογραφία 23 β



Φωτογραφία 23 γ

Οι μαθητές αρχίζουν να βάζουν τους καθρέφτες στο σχέδιο σε γωνία 90 μοιρών. Σε αυτή την περίπτωση βλέπουν τέσσερις εικόνες (οι τρεις αντανακλώνται και η μια είναι η αληθινή) να σχηματίζουν ένα παρκέ, δηλαδή ένα ολόκληρο ντεκόρ. Έχοντας έτσι βάλει το άλλο μοτίβο, συνειδητοποιούν ότι “με την γωνία των 45 μοιρών, όμως, παίρνουμε 8 εικόνες, και έτσι διπλασιάζονται. Και ακόμα, η γωνία, μειώνεται, για την ακρίβεια μειώνεται στο μισό!”.

Η εμπειρική αυτή διαπίστωση κινεί το ενδιαφέρον των μαθητών, οι οποίοι αρχίζουν να δοκιμάζουν άλλα κομμάτια του στολιδιού. “Ας δοκιμάσουμε με μισή ροζέτα, παίρνουμε τότε σίγουρα μόνο δυο εικόνες”. Μετά λένε ότι αν η γωνία του καθρέφτη μικρύνει, ο αριθμός των εικόνων αυξάνεται.

Έτσι, οι εκπαιδευτικοί μπαίνουν πιο βαθιά στο θέμα και προτείνουν στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν ένα μοιρογνωμόνιο για να βρουν τη γωνία ανάμεσα στους καθρέφτες και να τοποθετήσουν στο δωμάτιο με τους καθρέφτες ένα λεπτό αντικείμενο, ένα μολύβι, για παράδειγμα. Επίσης προτείνουν να φτιαχτεί ένας πίνακας με τη γωνία ανάμεσα στους καθρέφτες ώστε να πάρουν τον αντίστοιχο αριθμό εικόνων. Η γωνία θα είναι ίση με το υπο-πολλαπλάσιο ολόκληρης της γωνίας. Έτσι, στον πίνακα θα υπάρχουν όχι μόνο τα ζευγάρια (90, 4), (180, 2), (45, 8), αλλά επίσης, για παράδειγμα, (30, 12), (40, 9). Ο πίνακας θα δείχνει ξεκάθαρα τη σχέση *γωνίας πλάτους, εικόνων αριθμών*, επειδή είναι εύκολο να δούμε ότι αν τα μισά των γωνιών γίνουν ένα τρίτο..., ο αριθμός των εικόνων διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται... Έτσι, οι μαθητές μπορούν να παρατηρήσουν ότι το προϊόν του πλάτους της γωνίας επί τον αριθμό των εικόνων είναι συνεχές και ισούται με 360 μοίρες, ολόκληρη η γωνία.

Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές ανακάλυψαν διαισθητικά και προσεχτικά τον νόμο της αντίστροφης αναλογικότητας!

Στη συνέχεια οι εκπαιδευτικοί αποφασίζουν να ζητήσουν από τους μαθητές να αναπαραστήσουν τα δεδομένα σε έναν πίνακα σημείων σε καρτεσιανό σύστημα και να τα συνδέσουν. Με τη διαδικασία αυτή, οι μαθητές μπορούν να συνειδητοποιήσουν ότι τα σημεία μπορούν να ιδωθούν ως στοιχεία μιας καμπύλης που μπορεί να μην τη γνωρίζουν ακόμη, ένα μέρος υπερβολής.

Στη φάση αυτή του μαθήματος, ο μαθητής Β ρωτάει: “Γιατί αυτό το γράφημα αρχίζει στις 10 μοίρες; Αν κλείσω το δωμάτιο, δηλαδή αν η γωνία είναι μηδέν, τότε τι συμβαίνει; Δεν βλέπω τίποτα οπότε δεν παίρνω κανένα σχέδιο, δεν υπάρχουν εικόνες... αλλά μετά δεν δουλεύει... κάτι πάει στραβά”. Εδώ η αμφιβολία ενός μαθητή γίνεται πηγή γνώσης για όλους! Οι εκπαιδευτικοί προτείνουν στους μαθητές να βάλουν ένα κομμάτι σκοινί στο δωμάτιο με τους καθρέφτες και να κοιτάζουν προσεκτικά τι συμβαίνει όταν κλείνουν αργά τους καθρέφτες. Η διαδικασία του κλεισίματος δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να καταλάβουν ότι οι εικόνες δεν είναι μηδέν αλλά άπειρες, “στην πραγματικότητα δεν τις βλέπουμε γιατί βρίσκονται μέσα!”. Για ακόμη μια φορά ο δυναμική ενός αντικειμένου οδηγεί στο να εξετάσουμε μια σημαντική οριακή περίπτωση που δεν θα μπορούσαμε εύκολα να αντιμετωπίσουμε και να κατανοήσουμε μόνο με την αριθμητική, επειδή η διαίρεση με το μηδέν είναι αδύνατη. Με αυτόν τον τρόπο, αντίθετα οι μαθητές, μέσα από αυτή τη λειτουργία που είχαν επιβεβαιώσει ότι ήταν αδύνατη, μπορούν να συλλάβουν την ιδέα του απείρου.

Μάθημα 4

Οι Καλλιτεχνικές πλακοστρώσεις

Οι μαθητές έχουν ήδη δουλέψει στην πλακόστρωση του επιπέδου και γνωρίζουν ποια είναι τα κανονικά πολύγωνα που τους δίνουν τη δυνατότητα να το καλύψουν και γιατί αυτή η διαδικασία λειτουργεί. Έτσι, επιχειρείται μια μικρή τροποποίηση στη δραστηριότητα που είχαν ήδη επιτελέσει, με στόχο να απελευθερωθεί η “καλλιτεχνική δημιουργικότητά τους”.

Ζητείται από τους μαθητές να κόψουν ένα τμήμα ενός τετραγώνου και να το τοποθετήσουν στην αντίθετη πλευρά. Έτσι παίρνουν ένα μοτίβο, το οποίο, με τις συνακόλουθες μετατοπίσεις ένα δάπεδο. Η ίδια δραστηριότητα μπορεί να γίνει και με χρήση άλλων πολυγώνων, όπως το ισόπλευρο τρίγωνο ή το παραλληλόγραμμο. Η δημιουργικότητα κάθε μαθητή θα μεταβάλλει το μοτίβο που ο ίδιος μαθητής/τρια έχει επιλέξει αναφορικά με ένα θέμα και θα τον καταστήσει τον “δημιουργό» ενός νέου, προσωπικού του δαπέδου. (Φωτογραφίες 24, 25, 26).

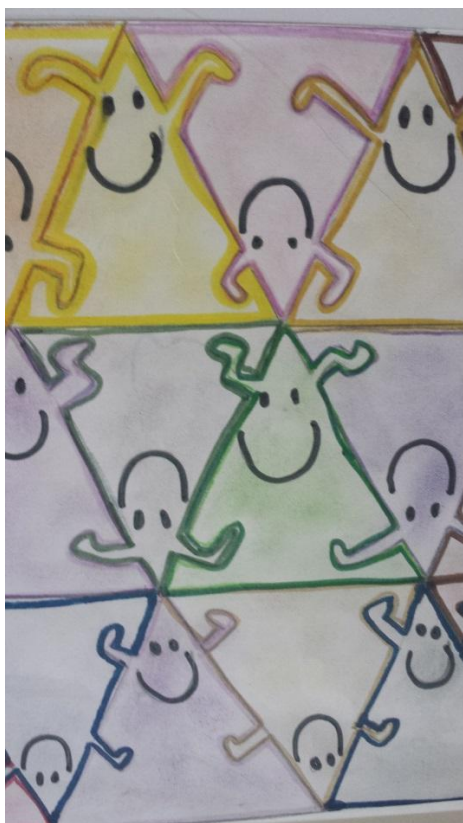


Photo 24



Photo 25



Photo 26

Η δραστηριότητα αυτή άρεσε πολύ στους μαθητές, οι οποίοι, ενώ αρχικά μπερδεύτηκαν εξαιτίας της κατασκευής του μοτίβου, στη συνέχεια φάνηκε ότι διασκέδαζαν τη διαδικασία δημιουργώντας όμορφα δάπεδα και δείχνοντας φαντασία και καλλιτεχνική αίσθηση.

Σε αντίθεση με το τετράγωνο και το παραλληλόγραμμο, η χρήση του τριγώνου ως του αρχικού πολυγώνου αποδείχθηκε πιο δύσκολη. Που να βάλουμε το κομμένο τμήμα για να πάρουμε το δάπεδο; Μπορούμε να το βάλουμε σε οποιαδήποτε από τις δυο πλευρές; Ή πρέπει να το βάλουμε στην ίδια πλευρά από όπου το κόψαμε; Η τελευταία αυτή ερώτηση προέκυψε αυθόρμητα και οδήγησε σε μια ωραία συζήτηση που αναπτύχθηκε με επιχειρήματα. Για ακόμη μια φορά, η εργασία σε ένα έργο πρακτικό ενθάρρυνε τους μαθητές στο να διαμορφώσουν ενδιαφέροντα ερωτήματα και, τα οποία, μέσω μιας καλής διαχείρισης από τον εκπαιδευτικό, δημιουργούσαν στους μαθητές ευκαιρίες για την εξερεύνηση νέων τρόπων ή την επανάληψη τρόπων που είχαν ήδη διδαχθεί, υιοθετώντας όμως στην περίπτωση αυτή μια διαφορετική οπτική, και αναπτύσσοντας έτσι ένα συνεχή γνωστικό μετασχηματισμό.

Συμπεράσματα

Είμαστε απολύτως πεπεισμένοι ότι πρέπει να αλλάξει η στάση απέναντι στα μαθηματικά και ότι, σύμφωνα επίσημο Αναλυτικό Πρόγραμμα της Ιταλίας (2012), στην τάξη πρέπει να προαχθεί “μια θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά μέσα από

νοηματοδοτημένες εμπειρίες”. Αντί να εστιάζουν στη συσσώρευση γνώσης για έννοιες και διαδικασίες που συχνά δεν συνδέονται ή σχετίζονται μεταξύ τους, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να προσπαθούν να κινητοποιούν την ικανότητα των μαθητών στο να θέτουν προβλήματα που αυξάνουν το κίνητρό τους για εμπλοκή με τα μαθηματικά και ενθαρρύνουν τη διαδικασία της ανακάλυψης.

Η διδακτική ενότητα, η περιγραφή της οποίας προαναφέρθηκε, υιοθετεί αυτόν τον προσανατολισμό, κάνοντας χρήση εργαστηριακού τύπου δραστηριοτήτων με τέτοιο τρόπο που η μάθηση να επικεντρώνεται στον μαθητή, τις ανάγκες του, τα χαρακτηριστικά του. Ο μαθητής είναι ο ερευνητής και, ως τέτοιος, αποκτά την ικανότητα να αναγνωρίζει, να δέχεται, να αντιμετωπίζει και να λύνει καινούρια προβλήματα, ατομικά και σε ομάδες.

Η ενότητα που αναπτύχθηκε βασίζεται σε τρεις μεθοδολογικές αφετηρίες:

1. Κατασκευή προβλημάτων που αφορούν το πλαίσιο,
2. Ενθάρρυνση διατύπωσης ερωτήσεων,
3. Ενθάρρυνση της συνεργασίας των μαθητών, στο πλαίσιο ομάδων, με σκοπό να καταστήσει τη διαφορετικότητα ορισμένων μαθητών πόρο γνώσης για όλη την τάξη, και να ενισχυθεί όσο το δυνατόν περισσότερο η μάθηση, χωρίς αποκλεισμούς.

Η διδακτική ενότητα επιτρέπει στους εκπαιδευτικούς να ανταποκριθούν στις σημερινές ανάγκες των μαθητών τους χωρίς να θυσιάσουν τη διδασκαλία βασικών εννοιών του αντικειμένου των μαθηματικών. Παρόλο που τα μαθηματικά συχνά θεωρούνται κάτι αφηρημένο, μπορούν να έρθουν λίγο πιο κοντά στους μαθητές, στη δική τους πραγματικότητα. Η χρήση καθημερινών αντικειμένων, που επίσης συνδέονται με διάφορες κουλτούρες, όπως τα διακοσμημένα υφάσματα από την Αφρική, προσφέρει στο μάθημα των μαθηματικών και μια ψυχολογική διάσταση που δεν πρέπει να αγνοείται. Η κατασκευή των στολιδιών, εκτός δηλαδή του ότι συνιστά μια δραστηριότητα που αφήνει ελεύθερους τους μαθητές να πειραματιστούν και να ελευθερώσουν τη φαντασία τους, προσφέρει επιπλέον συναισθηματική εμπλοκή. Η διάσταση αυτή θεωρείται σήμερα ότι επιδρά θετικά στη μάθηση. Από την άλλη μεριά, η ομαδική εργασία επιτρέπει στους μαθητές να μάθουν να υποστηρίζουν τις υποθέσεις που διαμορφώνουν, και παράλληλα, να αποδέχονται την αλλαγή των υποθέσεών τους όταν τα επιχειρήματα των άλλων είναι ξεκάθαρα και αιτιολογημένα.

Όλη η δραστηριότητα, λοιπόν, βασίζεται σε θεμελιακές όψεις της μάθησης. Απαιτεί από τους μαθητές να δραστηριοποιηθούν, να είναι δημιουργικοί, να συνεργάζονται, να παραμένουν στο σωστό πλαίσιο και να είναι προσεχτικοί. Συνεπώς, παρέχει πολύ καλές ευκαιρίες για να οικοδομηθούν μαθηματικές δεξιότητες.

Τρίτη πιλοτική εφαρμογή

από τους Andreas Ulovec και Therese Tomiska

Γενικές Πληροφορίες

Η πιλοτική εφαρμογή της διδακτικής ενότητας έγινε από μια γυναίκα μαθηματικό με πέντε χρόνια προϋπηρεσία, που εργαζόταν σε ένα Λύκειο κοντά στη Βιέννη. Η Αυστριακή ομάδα του προγράμματος έστειλε το υλικό στην εκπαιδευτικό περίπου 3 εβδομάδες πριν τη σχεδιαζόμενη πιλοτική δραστηριότητα. Η εκπαιδευτικός είχε διαθέσιμες για την πιλοτική εφαρμογή την 5^η τάξη (ηλικίας 14-15 ετών), την 6^η τάξη (15-16) και 8^η τάξη (17-18). Μετά από μια συνάντηση με την ομάδα του προγράμματος, επέλεξε να κάνει την εφαρμογή της διδακτικής ενότητας ως ακολούθως: το μάθημα 1 της διδακτικής ενότητας κατά τη διάρκεια ενός κανονικού μαθήματος των μαθηματικών (50 λεπτών) στην 6^η τάξη, και το μάθημα 2 στο πλαίσιο των μαθημάτων της 8^{ης} τάξης, χρησιμοποιώντας ως διδακτική μέθοδο την εργασία πεδίου. Οκτώ μαθητές (ηλικίας 17-18 ετών), τρεις από τους οποίους είναι μεταναστευτικής καταγωγής, παρακολούθησαν το μάθημα. Στο 1ο μάθημα υπήρξε παρατηρητής ενώ το 2ο μάθημα βιντεοσκοπήθηκε και υπήρξε και παρατηρητής από ένα μέλος της Αυστριακής ομάδας του προγράμματος.

Πιλοτική εφαρμογή στην τάξη

Στο μάθημα 1, η εκπαιδευτικός εισήγαγε το θέμα φέρνοντας στην τάξη την προσωπική της συλλογή. Οι μαθητές σχημάτισαν ζευγάρια και η εκπαιδευτικός τους ζήτησε να δουν τις συμμετρίες, όπως και διάφορα γεωμετρικά σχέδια και τέλος να συγκρίνουν τα διαφορετικά σχέδια και τις συμμετρίες που βρήκαν στα αντικείμενα από διαφορετικές κουλτούρες. Στη συνέχεια, η κάθε ομάδα παρουσίασε εν συντομία τα ευρήματά της μπροστά σε ολόκληρη την τάξη, και οι υπόλοιπες ομάδες κρατούσαν σημειώσεις κάθε παρουσίασης στα τετράδιά τους. Στο τέλος του μαθήματος, η εκπαιδευτικός ζήτησε από τους μαθητές να φέρουν στολίδια ή εικόνες στολιδιών από διάφορες κουλτούρες για το επόμενο μάθημα, όπως προτείνεται στην πρόταση. Οι μαθητές είπαν, όμως, ότι μόνο μερικοί από αυτούς (ή οι οικογένειές τους) είχαν κατάλληλα στολίδια και εικόνες στο σπίτι τους. Το να επαναληφθεί το μάθημα με περισσότερα αντικείμενα από τη συλλογή της εκπαιδευτικού δεν φάνηκε πολύ ενδιαφέρον, ούτε στην ίδια αλλά ούτε και στους μαθητές. Οι μαθητές όμως αντιπρότειναν να βγουν στην φύση και να φέρουν φωτογραφίες με συμμετρίες ή γεωμετρικά σχέδια που βρίσκονται σε λουλούδια ή φυτά. Σύμφωνα με την εκπαιδευτικό, εφόσον η συμμετρία στη φύση παρουσίαζε ενδιαφέρον για τους μαθητές, θα ήταν καλύτερα να γίνει το μάθημα 2 ως εργασία πεδίου, αντί να κοιτάζουν απλά τις φωτογραφίες. Έτσι αποφασίστηκε να τροποποιηθεί το μάθημα 2 και να βγουν έξω οι μαθητές μαζί με την εκπαιδευτικό, να ψάξουν για συμμετρίες στη φύση και να βγάλουν φωτογραφίες που θα χρησιμοποιούνταν για μετέπειτα συζήτηση στην τάξη αναφορικά με τη συμμετρία και την κλίμακα.



Φωτογραφίες 1-3. Μοτίβα από την Ιαπωνία, τη Νότιο Αφρική και τις Ηνωμένες Πολιτείες

Το μάθημα 2 άρχισε με την εκπαιδευτικό να θυμίζει στους μαθητές τα διαφορετικά είδη από συμμετρίες και σχέδια, καθώς και τις ειδικές γωνίες (για παράδειγμα από τους αριθμούς Φιμπονάτσι). Στη συνέχεια, εκπαιδευτικός και μαθητές βγήκαν έξω σε ένα χωράφι κοντά στο σχολείο για να ψάξουν για ύπαρξη συμμετρίας και γεωμετρικών σχημάτων σε φυσικά και σε τεχνητά αντικείμενα. Οι μαθητές έψαξαν πρώτα για την ύπαρξη συγκεκριμένων γωνιών σε φυτά. Πολύ σύντομα συνειδητοποίησαν ότι η γωνία 137.5° ήταν πολύ συνηθισμένη σε διάφορα είδη φυτών, κάτι που τους εντυπωσίασε ιδιαίτερα. Οι μαθητές έβγαλαν φωτογραφίες των αντικειμένων για να χρησιμοποιηθούν στο επόμενο μάθημα.



Φωτογραφία 4. Ψάχνοντας συγκεκριμένες γωνίες σε ένα γαϊδουράγκαθο

Το μάθημα συνεχίστηκε με τους μαθητές να ψάχνουν για συμμετρίες, ειδικά για αξονικές συμμετρίες. Σε αυτή την περίπτωση, οι μαθητές κυρίως μπόρεσαν να πουν ότι το αντικείμενο δεν δείχνει στην πραγματικότητα κάποιου είδους συμμετρία, αλλά δεν μπορούσαν πάντα να ονομάσουν το είδος της συμμετρίας που σχετιζόταν με αυτό. Έτσι, αρκετά συχνά οι μαθητές επεσήμαναν συμμετρίες και η εκπαιδευτικός εξηγούσε την συγκεκριμένη συμμετρία αυτού του αντικειμένου.



Φωτογραφία 5. χόρτα από γρασίδι με αξονική συμμετρία

Οι μαθητές συχνά άρχιζαν κάποια συζήτηση για το πόσο ακριβείς είναι αυτές οι συμμετρίες. Η εκπαιδευτικός άδραξε την ευκαιρία για να επισημάνει ότι τα πραγματικά αντικείμενα (χωρίς να έχει σημασία αν είναι τεχνητά, όπως αυτά που έφερε στην τάξη στο μάθημα 1, ή αν είναι φυσικά όπως το γρασίδι) ποτέ δεν είναι ακριβώς συμμετρικά κατά μαθηματικό τρόπο, και εκεί έρχεται στο προσκήνιο η μοντελοποίηση.

Στο τέλος του μαθήματος εξετάστηκαν και τεχνητά αντικείμενα (διαφημίσεις σε κολώνες, σχέδια σε μπλουζάκια). Οι μαθητές και η εκπαιδευτικός συζήτησαν εάν τα σχέδια ή το σχήμα της κολώνας έχουν πολιτισμικούς και/ή πρακτικούς λόγους. Φωτογραφήθηκαν αρκετά από τα σχέδια που ήταν τυπωμένα στα μπλουζάκια των μαθητών· προέρχονταν από διαφορετικές κουλτούρες χωρίς οι μαθητές, όπως οι ίδιοι δήλωσαν, να το γνωρίζουν όταν τα αγόρασαν. Η εκπαιδευτικός έδωσε ως άσκηση για το σπίτι να βρουν οι μαθητές ποιες πολιτισμικές καταβολές έχουν τα σχέδια στις φωτογραφίες και ποια είναι η πολιτισμική τους σημασία.



Φωτογραφίες 6-7. Σχέδια από διάφορες κουλτούρες πάνω στα μπλουζάκια των μαθητών

Το μάθημα τελείωσε με την τάξη να επιστρέφει στο σχολείο, όπου επαναλήφθηκε η άσκηση που είχαν για το σπίτι.

Συμπεράσματα

Η πιλοτική εφαρμογή έδειξε ότι ακόμη κι αν η διδακτική ενότητα τροποποιηθεί και δεν υλοποιηθεί σε βάθος το διαπολιτισμικό προσανατολισμό της μπορούμε εύκολα να προσφέρουμε στους μαθητές μια επιφανειακή έστω διάστασή της με το να κάνουμε αναφορές σε καθημερινά αντικείμενα και τους πολιτισμικούς δεσμούς μεταξύ τους.

Συμπεράσματα από τις τρεις πιλοτικές εφαρμογές

από τους Hana Moraoná και Jarmila Novotná

Οι προτεινόμενες δραστηριότητες που εφαρμόστηκαν πιλοτικά είναι ιδιαίτερα πολυπολιτισμικής φύσεως. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να χρησιμοποιήσουν έντυπα υλικά, υλικά που κατέβασαν από το διαδίκτυο ή καθημερινά αντικείμενα και μοτίβα που βρίσκονται παντού γύρω μας. Όποια κι αν είναι η μορφή τους, η χρήση αυτών των αντικειμένων δραστηριοποιεί τους μαθητές, τους δίνει κίνητρα να σκέφτονται κριτικά και να αναζητούν σχέσεις, διευρύνει τους ορίζοντές τους. Το γεγονός ότι πολύ διαφορετικά στολίδια είναι τυπικά για διαφορετικές κουλτούρες και ότι αυτά τα στολίδια συχνά χρησιμοποιούνται για να διακοσμήσουν καθημερινά αντικείμενα, επιτρέπει στους μαθητές από μειονότητες να ακουστούν, να φέρουν στην τάξη πράγματα από τη δική τους κουλτούρα και μοτίβα από τα σπίτια τους και στον ίδιο τον εκπαιδευτικό να δείξει στην τάξη ότι τα μαθηματικά είναι κάτι παγκόσμιο.

Η εμπειρία των τριών πιλοτικών εφαρμογών αποκαλύπτει ότι τα στολίδια ως υλικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν με πολύ ευέλικτο τρόπο. Μπορούν να προσαρμοστούν στις ανάγκες και τη γνώση διαφορετικών ομάδων ή και μαθητών ατομικά. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατευθείαν στην τάξη, με μορφή διαφορετικών εργασιών, ή με ατομική δουλειά εκτός σχολείου. Τα στολίδια αποτελούν πολιτισμικά τεχνουργήματα και χρησιμοποιούνται σε διάφορα αντικείμενα. Το προτεινόμενο περιβάλλον και η αντίστοιχη διδακτική ενότητα ανταποκρίνονται στα κριτήρια του ουσιαστικού περιβάλλοντος μάθησης του Wittmann (1995).

Οι πιλοτικές εφαρμογές αποκαλύπτουν επίσης ότι αν οι δραστηριότητες είναι καλά οργανωμένες και σχεδιασμένες, επιτρέπουν την ενσωμάτωση μαθητών με διαφορετική πολιτισμική προέλευση και παραδόσεις, όπως επίσης με πολύ διαφορετικά ενδιαφέροντα. Εάν ο εκπαιδευτικός παρέχει ευκαιρίες, ο κάθε μαθητής θα βρει “ το ενδιαφέρον ” του και επιπροσθέτως μπορεί να μεταφέρει την εμπειρία του προς όφελος όλων. Το πως θα παρουσιαστεί αυτή η δραστηριότητα στους μαθητές εξαρτάται από τον εκπαιδευτικό και από το βαθμό ελευθερίας που θα έχει όταν δουλεύει πάνω σε κάτι τέτοιο.

Βιβλιογραφία

- Meany, T. and Lange, T. (2013). Learners in Transition between Contexts. In Clements, M.A., Bishop, A.J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F.K.S. (Eds.), *The Third International Handbook of Mathematics Education*, Vol. 27 (pp. 169-202). Springer.
- NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Tichá, M. and Hošpesová, A. (2010). Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti[Problem posing as a way to mathematical literacy, in Czech]. In *Jak učit*

matematice žáky ve věku 11 – 15let; sborník příspěvků celostátní konference(pp. 133-145).
Plzeň: Vydavatelský servis.

- Wittmann, E.Ch. (1995). Mathematics education as a “Design Science”, *Educational Studies in Mathematics*, 29, 355-374.
- *Framework Education Programme for Elementary Education* (2013). Prague: MŠMT.

Παράρτημα 1

Czech Matematika, ΜΑΤΕΜΑΤΙΚΑ,

Hebrew מתימטיקה

Chinese 數學

Japanese 数学

Russian Математика, ΜΑΤΕΜΑΤΙΚΑ

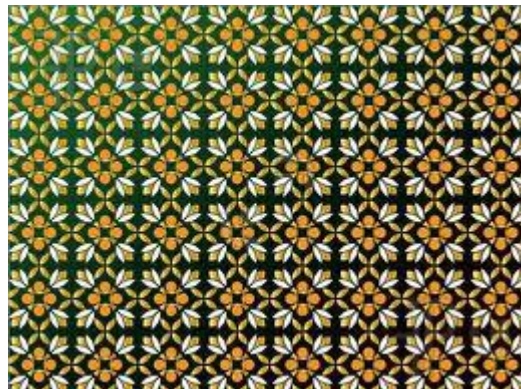
Greek Μαθηματικά, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

● Persian تایض‌ایر

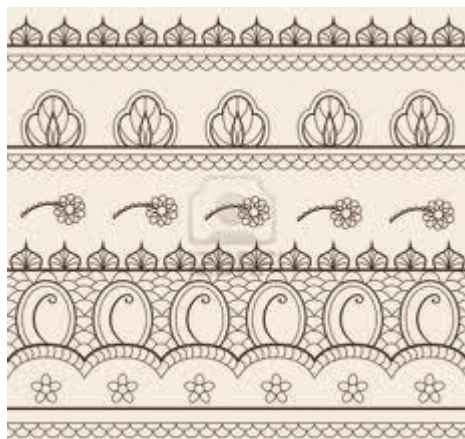
●

Παράρτημα 2 – στολίδια από το www.googleimages.com

Αραβικά Στολίδια

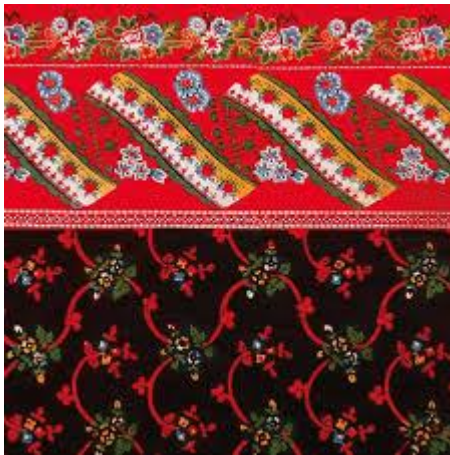


Ινδικά Στολίδια



Τσιγγάνικα Στολίδια





Στολίδια από τη Μοραβία



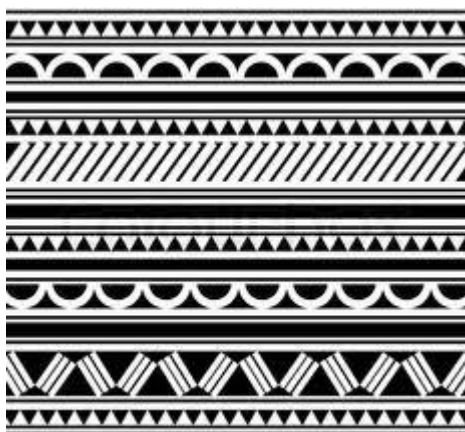
Στολίδια των Ινδιάνων της Αμερικής



Στολίδια των Αβορίγινων



Πολυνησιακά στολίδια





Σκοτσέζικα καρώ

