Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language
Project Number: 526333-LLP-1-2012-1-IT-COMENIUS-CMP

LE DECORAZIONI NELL'INSEGNAMENTO DELLE SIMMETRIE

di Hana Moraová* e Jarmila Novotná*

INTRODUZIONE

La seguente unità didattica guarda alle potenzialità del contenuto multiculturale delle decorazioni di culture diverse e al loro potenziale utilizzo in un'aula di matematica. Su quali strutture matematiche si può fare pratica usando i contenuti culturali delle decorazioni? Quali collegamenti cross-culturali sono generati da questa unità? Come può questa aiutare l'integrazione nell'aula di alunni migranti?

Sperimentazione con insegnanti in formazione

L'unità didattica è stata prima sperimentata durante un laboratorio con insegnanti in formazione e in servizio. Nel laboratorio ai partecipanti è stato presentato il tema dell'insegnare matematica in classi multiculturali. L'obiettivo della sperimentazione era 1) mostrare ai partecipanti come sia facile aggiungere contenuti multiculturali nelle lezioni di matematica, 2) ricavare più idee riguardo a quale matematica è nascosta nelle decorazioni.

Pertanto, i formatori hanno presentato diverse decorazioni da differenti culture e hanno chiesto ai formandi di porre quanti più problemi matematici possibile lavorando con queste decorazioni.

Argomenti di matematica da trattare previsti

Simmetria, rotazione, traslazione, geometria piana, tassellazione.

* Facoltà di Educazione – Charles University in Praga, Repubblica Ceca.

Altri argomenti trattati dagli insegnanti in formazione: proporzionalità, funzioni lineari, rapporto, calcolo combinatorio, minimo comune multiplo.

Obiettivi del laboratorio

***Per gli insegnanti in formazione*:**

- Ricercare strategie per la soluzione / l'apprendimento
- Porre problemi
- Discutere questi problemi in gruppo

Per i formatori:

- Arricchire i contenuti matematici che possono essere usati con le decorazioni
- Arricchire il repertorio di possibili problemi multiculturali per le lezioni di matematica

Sperimentazione principale

di Hana Moraová e Jarmila Novotná

1. Descrizione dell'attività

L'attività si è basata sul concetto di *ambienti rilevanti di apprendimento* – SLE sviluppato da Erich Wittmann (1995), in particolare sul concetto che "Un buon materiale didattico per insegnanti e alunni dovrebbe essere quello che ha un punto di partenza semplice e molte possibili analisi o estensioni". Il punto di partenza semplice, in questo caso, è stato un certo numero di decorazioni la cui origine era in differenti culture (con l'intenzione di permettere ad alunni di minoranze culturali di essere ascoltati, di presentare decorazioni tipiche della loro cultura o casa, di abbattere la parete fra la cultura della casa e della scuola, fra la matematica usata a casa in modo naturale e la matematica usata a scuola – Meany&Lange, 2013). Gli insegnanti in formazione sono stati invitati a porre quanti più problemi di contenuto matematico possibile. Il *problem posing* è una componente importante del curricolo matematico ed è considerato una parte essenziale del fare matematica (NCTM, 2000; Tichá&Hošpesová, 2010). E' un'attività che l'insegnante di matematica compie quasi ogni giorno quando ha bisogno di integrare i problemi del libro di testo.

<u>Fase 1</u> – Gli insegnanti in formazione

- Introduzione alle tematiche multiculturali, alla psicologia interculturale e alle loro implicazioni per le aule di matematica
- Discussione sui metodi tradizionali e i tipici compiti dell'insegnamento della simmetria
- Attività: simmetrie nelle lettere di differenti alfabeti, lettere minuscole e maiuscole, simmetrie nelle parole

Fase 2 – *Gli insegnanti in formazione*

- Attività: decorazioni di differenti culture
- Tipi di decorazioni: simmetrici e asimmetrici, natura, geometria, linee, tassellazioni, rosoni
- Compito: porre un problema e/o sviluppare un piano didattico e attività usando una decorazione tua o di un altro. Quale contenuto matematico contiene?
- Presenta il tuo problema/piano didattico agli altri insegnanti in formazione Discussione dei piani didattici, selezione delle migliori attività

Fase 3a – *Gli insegnanti in formazione*

- Preparare lo schema finale del piano didattico da sperimentare, preparare i materiali e sussidi didattici necessari

o

Fase 3b – *I formatori*

- Scegliere una delle attività proposte
- Preparare la bozza finale di una unità didattica più ampia (più lezioni) che sia flessibile e possa essere adattata per un uso a livelli e in classi diverse
- Adattare l'unità didattica alle necessità della classe scelta, preparare materiali e sussidi didattici

(Questo è lo scenario ideale nel caso di formazione di docenti sia iniziale che in servizio. Nel caso di questa sperimentazione, lo schema finale è stato fatto dal gruppo di ricerca / formatori poiché vi era troppo tempo fra la sessione di formazione in servizio e la sperimentazione a scuola: vedere dopo!)

Fase 4 – *Sperimentazione a scuola*

- La bozza finale viene insegnata in una scuola secondaria inferiore selezionata
- Riscontro immediato dagli alunni (5 minuti circa)
- Intervista all'insegnante dopo la lezione
- Riflessioni scritte sull'attività da parte dell'insegnante

Fase 5 – *Sperimentazione in una scuola selezionata all'estero*

a) *Problemi posti dagli insegnanti in formazione*

- Il teorema di Pitagora: misurare e calcolare con i triangoli presenti nelle decorazioni presentate.
- Confrontare simmetrie assiali, rotazioni e traslazioni. Che cosa è presente in quale decorazione?
- Trovare tutte le differenti forme geometriche che puoi vedere in una singola decorazione, dare loro un nome e descriverle.
- Studiare il concetto di tassellazione; trovare quali decorazioni possono creare tassellazioni.

- Copiare le decorazioni su una griglia a quadretti e guardare la loro area. Usare griglie quadrettate di scala diversa, studiare la proporzionalità.
- Calcolare la proporzione di area dei singoli colori.
- Di quanta stoffa con questa decorazione avresti bisogno per fare, ad esempio, un kilt (con motivi tartan)?
- Trovare l'elemento generatore.
- Quanti assi di simmetria ci sono in una determinata decorazione?
- Il minimo comune multiplo (nel caso delle decorazioni indiane).
- Quante perline sono necessarie per fare un tratto di decorazione degli americani nativi?
- Quanto nastro serve per decorare una parete di determinate dimensioni?
- Patchwork e decorazioni: quali forme geometriche sono possibili per fare un patchwork?
- Quanti fili di ciascun colore abbiamo bisogno per fare un pezzo di tartan?
- Disegna decorazioni simmetriche, copiale dall'originale o crea le decorazioni stesse degli alunni.

b) Il piano didattico

Gli insegnanti in formazione hanno studiato le varie idee e hanno concordato di realizzare la seguente unità didattica. L'unità è stata attuata ed elaborata in dettaglio ma, per quanto necessario alla sperimentazione, è stata poi adattata dall'insegnante per soddisfare le esigenze del Programma Educativo della Scuola, del curricolo di matematica di quel particolare gruppo e quelle degli alunni.

Nota: Per i materiali usati durante l'unità didattica, vedere, ad esempio, www.googleimages.com.

Lezione 1

- Titolo della lezione: DECORAZIONI
- Ripasso delle simmetrie: ricerca di assi di simmetria in tipi diversi di lettere (Allegato 1) – 10 minuti
- Introduzione: presentazione di tipi di decorazioni in differenti culture (10 minuti)
- Attività principale:
    - Mostrare decorazioni di differenti culture
    - Mostrare i diversi tipi di simmetria e trasformazioni in una o due decorazioni
    - Dare a ciascun alunno una decorazione e chiedere di trovare tutti gli assi di simmetria
    - Chiedere agli alunni di dare un nome e copiare tutte le figure geometriche simmetriche presenti nella decorazione
    - Chiedere agli alunni di formulare conclusioni sulle decorazioni tipiche di una particolare cultura

- Lavoro per casa: portare da casa un oggetto ornamentale decorativo, portare foto di varie decorazioni raccolte durante le vacanze.

Lezione 2

- Introduzione: presentare le decorazioni, che tipo di decorazioni sono? Quali assi di simmetria sono stati trovati?
- Attività principale:
  - Dare a ciascun alunno uno dei tre tipi di decorazioni (dei celti, degli americani indigeni, rosoni arabi) e un foglio a quadretti con scale differenti
  - Chiedere agli alunni di trovare tutti gli assi di simmetria nelle loro decorazioni
  - Chiedere agli alunni di copiare la decorazione nel foglio a quadretti
  - Chiedere agli alunni di contare il numero di quadratini almeno parzialmente colorati
  - Chiedere agli alunni di calcolare l'area della decorazione (considerando i quadratini parzialmente colorati come quadratini coperti)
- Prosecuzione: copiare sulla LIM il seguente diagramma:

scala	0.5 cm	0.75 cm	1 cm	1.25 cm	1.5 cm	2 cm
area						

Qual è la proporzionalità fra la scala e l'area?

Sperimentazione a scuola

L'attività è stata sperimentata nella classe 5[a] della scuola ZŠ Fr. Plamínkové s RVJ a Praga. Il gruppo di ricerca ha analizzato molto nel dettaglio il Quadro di Riferimento e i Programmi di Educazione Scolastica per l'Educazione nella Scuola Primaria nella Repubblica Ceca (MŠMT 2013, http://www.plaminkova.cz/skolni-vzdelavaci-program) per vedere quali degli argomenti elencati nella proposta didattica sopra descritta siano adatti per alunni di questo età. Gli alunni cechi di 5[a] non hanno ancora conoscenza delle simmetrie e non lavorano con esse in modo esplicito, ma ne hanno probabilmente una conoscenza intuitiva. In 5[a] imparano a lavorare sui fogli quadrettati e sanno costruire i loro primi concetti di geometria piana (area e perimetro). Non è stato ancora presentato loro il concetto di proporzionalità.

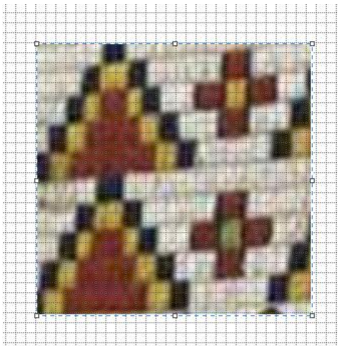
Il gruppo di ricerca ha preso la decisione di adattare l'unità didattica e di sperimentarne due.

Lezione 1

Introduzione alle decorazioni, discussione sulle decorazioni, tipi, forme, differenze nelle culture, elementi base, discussione sulle decorazioni degli indiani nativi di America (fatte di perline).

Ai bambini sono stati dati fogli a quadretti (0,5 cm) e una decorazione degli indiani di America; è stato prima chiesto loro di copiarlo (accuratamente) quadretto per quadretto, poi di calcolare il numero di quadratini blu, la dimensione della croce blu, della figura blu e gialla. Comunque, questo non è stato possibile utilizzarlo come introduzione al concetto di area a causa della scala.

Agli alunni è stato poi dato un foglio a quadretti di 1 cm e un altro esempio di decorazione degli indiani di America che era stata ricamata non utilizzando le perline, cioè era fatta di elementi rettangolari, non quadrati. Due parti della decorazione sono state copiate su un foglio a quadretti (un rettangolo ottenuto unendo tre quadrati). Agli alunni è stato chiesto di copiare queste figure in una un foglio a quadretti di 1 cm di lato.

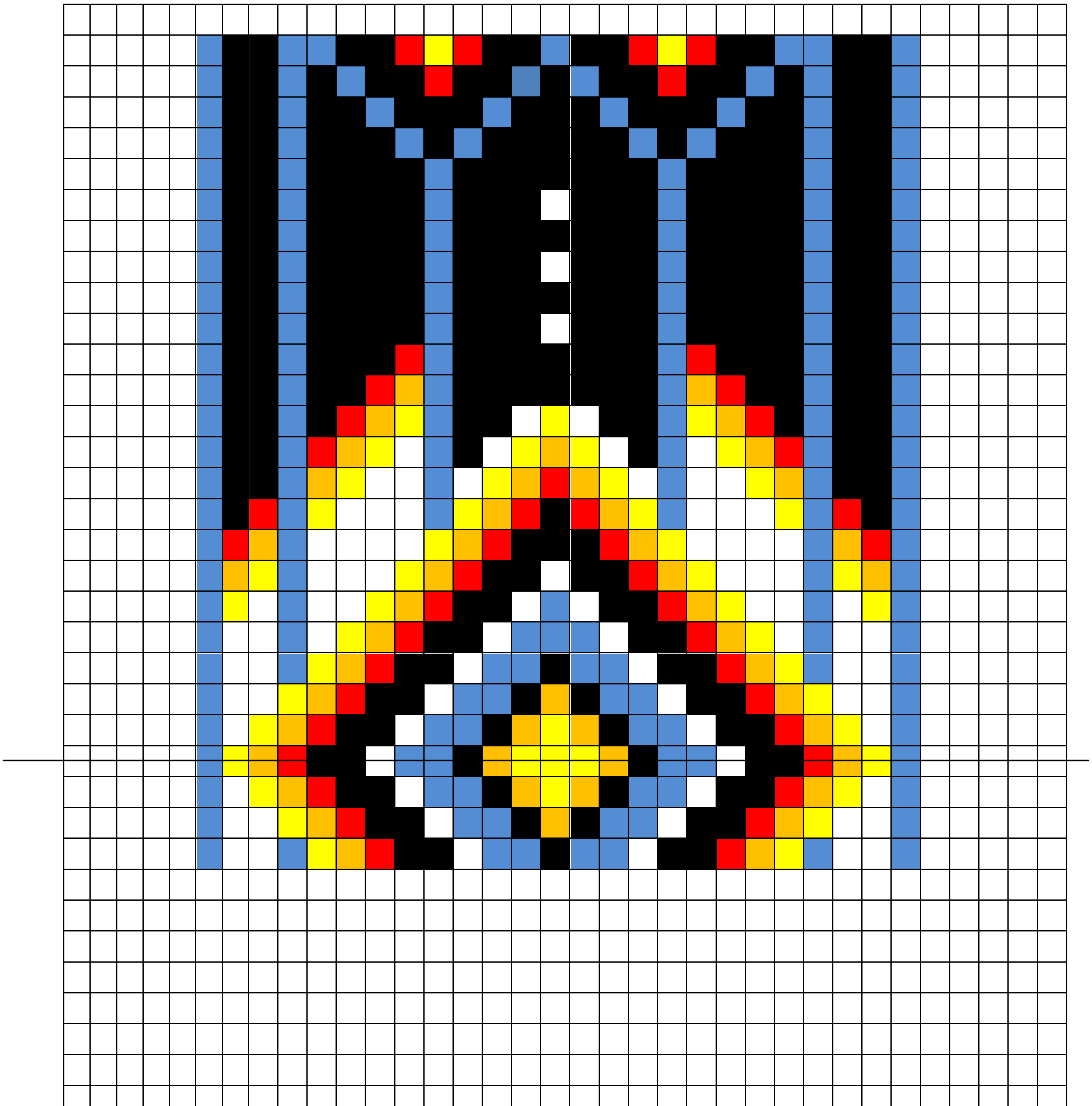


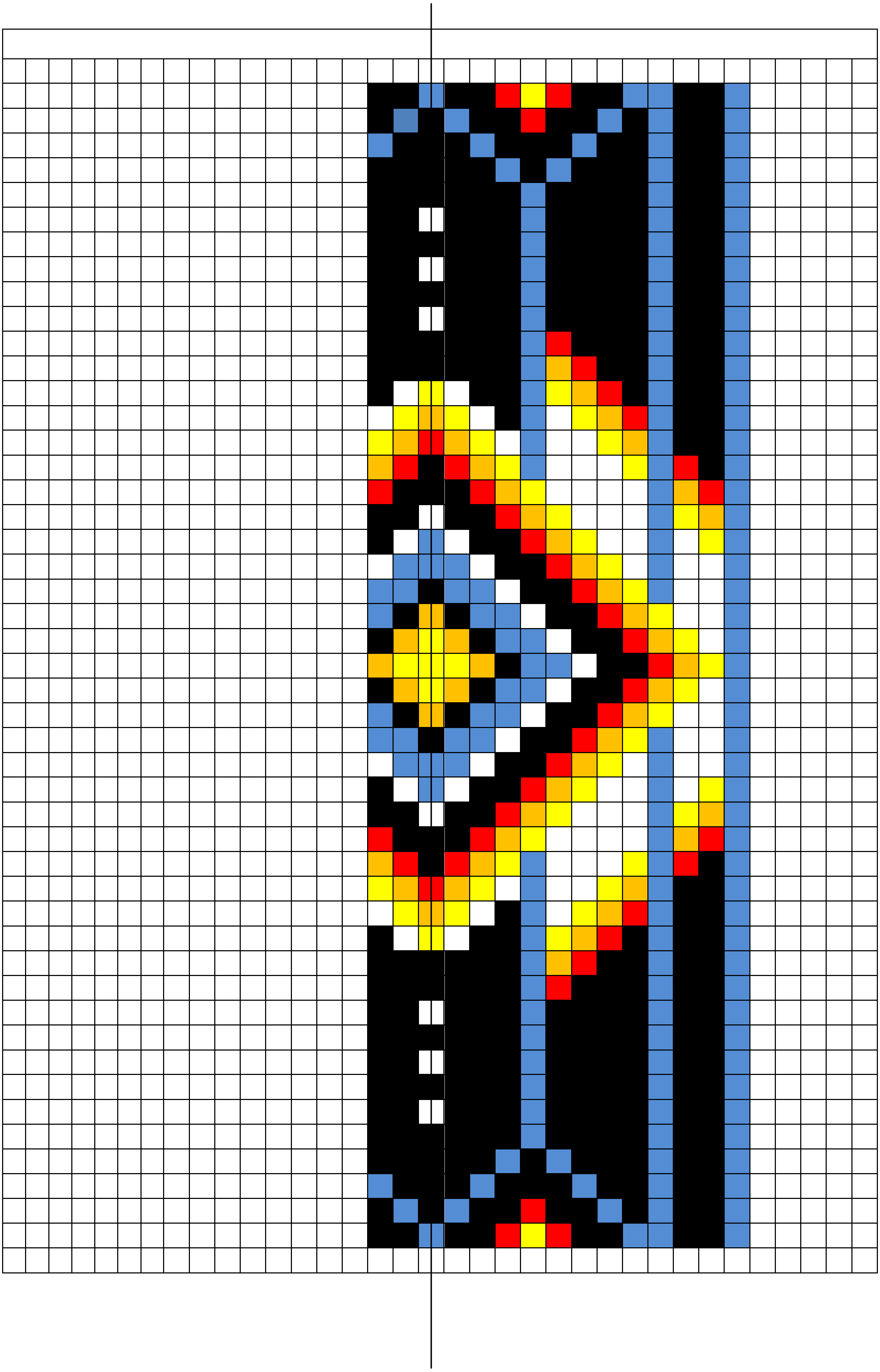
Poiché l'area di ciascun quadratino era $1cm^2$, gli alunni non potevano dire facilmente quale fosse l'area delle differenti figure geometriche che avevano disegnato (rettangolo, due rettangoli, croce, piramide, ecc.). La stessa cosa è stata fatta per il perimetro.

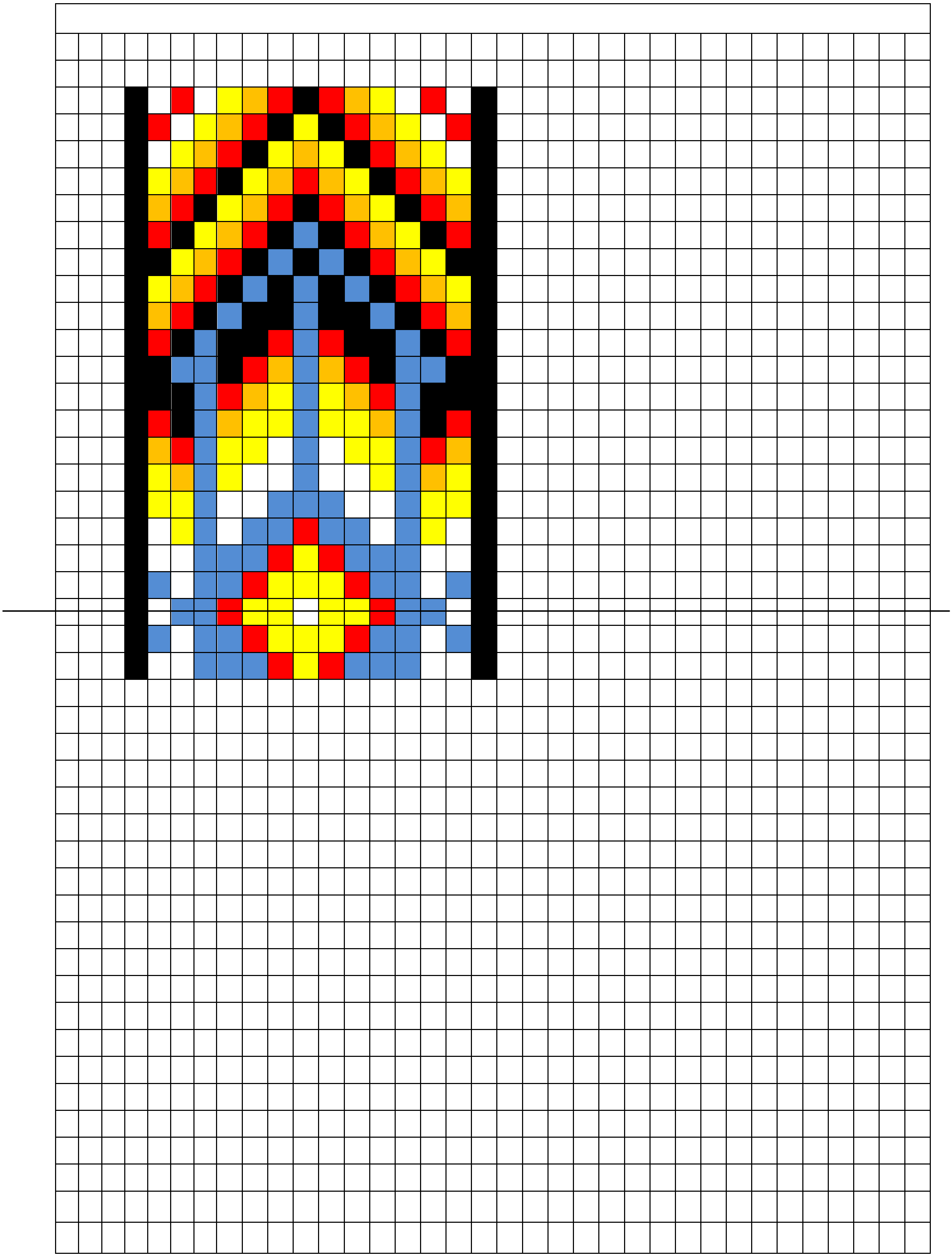
<u>Lezione 2</u> – Lavoro sulle simmetrie (una lezione di Matematica e Arte insieme)

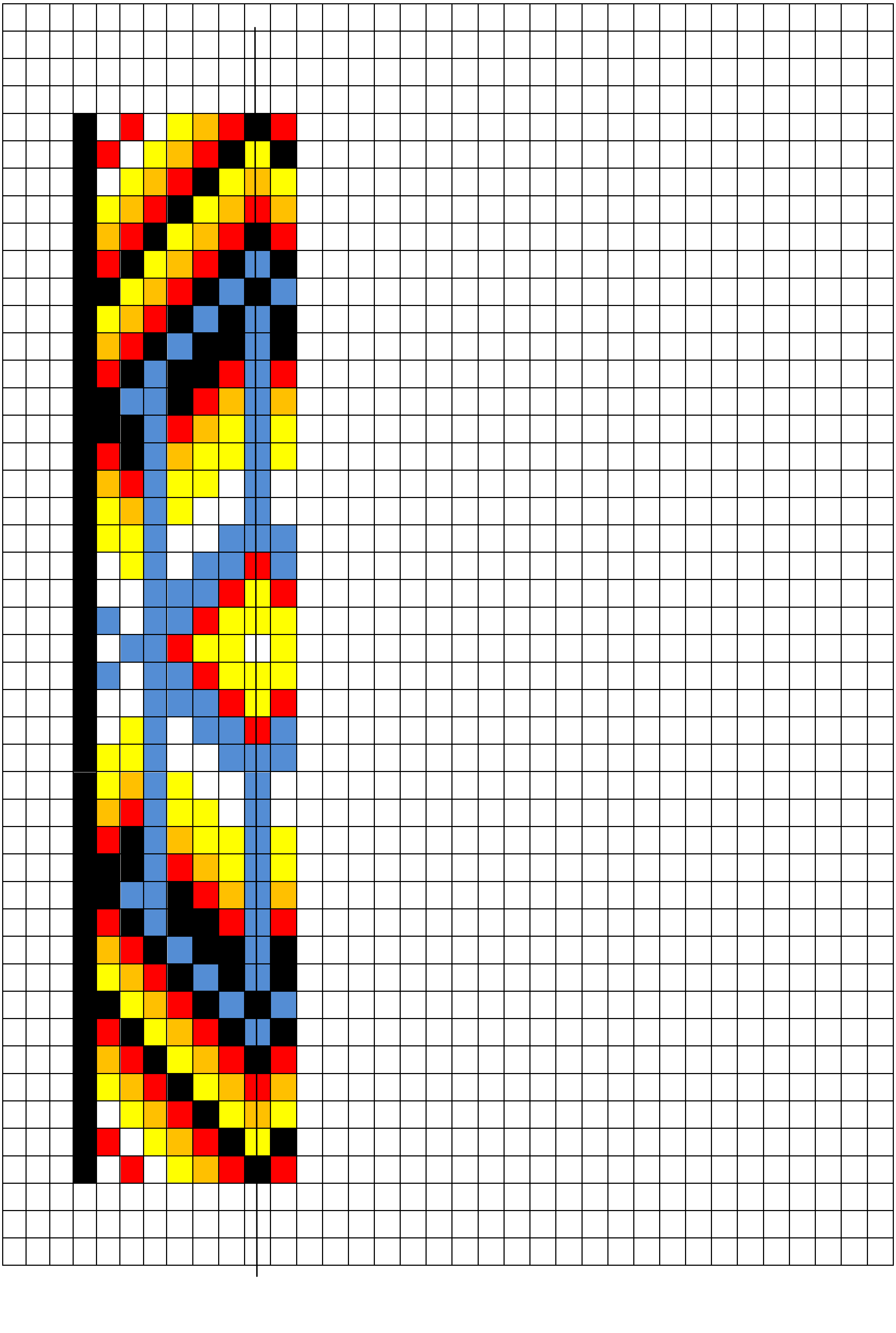
Agli alunni sono state mostrate due decorazioni originali dei Nativi Americani. Hanno parlato delle figure che si possono vedere qui:

Dopo, è stato dato loro una decorazione con evidenziato un asse di simmetria ed è stato loro chiesto di completarla. Qui sotto sono mostrati alcuni esempi:









Gli alunni hanno utilizzato pennarelli, perline, fili ecc, per creare modelli di decorazioni.

Compito per casa: Guardare alle decorazioni che avete a casa. Di dove sono? Quali tipi? Quali forme, colori materiali ecc.? Copiarle o fotografarle. La prossima lezione lavoreremo su queste.

Commenti da parte dell'insegnante sperimentatore

L'insegnante che ha sperimentato questa attività ha, dal punto di vista generale, valutato l'unità didattica come motivante per i suoi alunni, che sono stati occupati e hanno lavorato duro per la maggior parte delle due lezioni. I materiali hanno permesso di fare alcune differenziazioni durante le lezioni: scelta di figure più o meno difficili, numero di figure di cui determinare l'area e il perimetro.

L'insegnante ha suggerito che con un gruppo di alunni di questa età debba essere utilizzato solo carta con quadretti di 1 cm in tutte le attività, perché rende l'attività del contare i differenti quadretti concettualmente più matematico e più significativo fin dall'inizio. Ha avvisato che, nello svolgimento del primo compito, gli alunni devono essere messi in guardia sul fatto che se non iniziano con la figura blu centrale ma iniziano a contare il numero di quadratini rossi e a disegnare il contorno del rettangolo rosso, si accorgono spesso molto tardi che il loro contorno originale è sbagliato e non lascia spazio per la croce blu centrale. Se questo accadeva, gli alunni non erano molto motivati a iniziare proprio dall'inizio.

Seconda sperimentazione

di Antonella Castellini, Lucia Alfia Fazzino e Franco Favilli[**]

Analisi a priori

Contesto

L'attività è stata progettata e realizzata dalle professoresse Antonella Castellini e Lucia Alfia Fazzino per un gruppo di ragazzi provenienti da due classi diverse, durante le settimane di flessibilità organizzate dall'Istituto Comprensivo "Poggibonsi 1" di Poggibonsi (SI); in questi periodi le classi vengono aperte per svolgere varie attività di tipo disciplinare, interdisciplinare e per progetti esterni alla scuola. Il gruppo era formato da circa 15-18 alunni di classi seconde della scuola superiore di primo grado.

Motivazioni

La scelta dell'argomento permetteva di recuperare conoscenze già note ma di vederle in un'ottica diversa, certamente più creativa e con il valore aggiunto dell'affettività in

[**] CAFRE – Università di Pisa, Italia.

quanto riferita a particolari aspetti del proprio Paese di nascita. Inoltre si prestava bene per affrontare argomenti non ancora svolti (*problem posing*) e sviluppare particolari competenze di tipo matematico.

Le motivazioni della scelta sono essenzialmente quattro:

- Guardare la realtà con occhi matematici
- Sviluppare una educazione interculturale come desiderio di far conoscere agli altri la propria identità
- Sviluppare un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative (dalle Indicazioni Nazionali)
- Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri. (dalle Indicazioni Nazionali).

Progettazione

La metodologia adottata è stata, ed è, di tipo laboratoriale, dove il laboratorio è inteso come un momento in cui il fare s'interseca con il pensare, come un luogo dove si costruiscono significati degli oggetti matematici con esperienze ricche e che motivano.

Tutte le attività sono state strutturate e ideate a partire dal percorso sulle isometrie, iniziato nel precedente anno scolastico. L'argomento era stato affrontato con l'uso dello specchio: da un disegno o da un oggetto posto davanti allo specchio, dall'osservazione dell'immagine riflessa, i ragazzi erano riusciti a scoprire le caratteristiche fondamentali della simmetria assiale. (Foto 1)

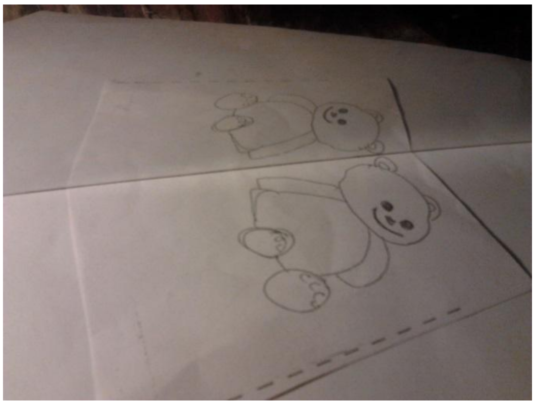


Foto 1

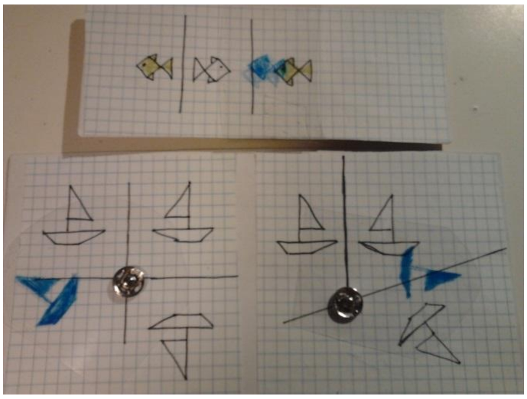


Foto 2

Il passo successivo era stato quello di costruire, come composizione di simmetrie ad assi paralleli o perpendicolari, le altre isometrie – traslazione e rotazione – e di identificare le loro caratteristiche fondamentali. In seguito tutti gli alunni avevano costruito i modelli dinamici. (Foto 2)

Il collegamento oggetto-azione lascia libero l'alunno di ideare e di interpretare ed è per questo motivo che diventa importante vedere, osservare, interagire con un oggetto non statico ma dinamico. La staticità, limita l'alunno ad osservare un solo aspetto e non lo aiuta ad analizzare la situazione da più punti di vista, inoltre non stimola la curiosità dell'allievo e soprattutto non permette di formulare congetture e tanto meno di costruire argomentazioni escludendo dunque una parte consistente di quei processi che sono basilari nella formazione del pensiero. Nella progettazione dunque, oltre ai modelli precedenti, è stata inserita anche un'attività con la camera di specchi che per gli alunni era un'esperienza nuova.

Sviluppo dell'attività

Lezione 1

Nella prima lezione vengono consegnati ai ragazzi, divisi in 4 gruppi di circa 4-5 ragazzi ciascuno, due motivi ornamentali (un fregio e un rosone) e viene chiesto loro di analizzarli con l'uso dello specchio piano al fine di individuare le isometrie che hanno permesso la realizzazione del decoro. Dopo un breve esame collettivo gli alunni dovranno nominare un capogruppo che illustrerà agli altri gruppi i movimenti individuati. Lo scopo è quello di recuperare le conoscenze già acquisite e di confrontare i risultati dei vari gruppi con l'obiettivo principale di fare congetture e di saperle argomentare di fronte agli altri.

<u>Gruppi fregio</u>

I ragazzi hanno cominciato a osservare con lo specchio piano: "Inizialmente abbiamo messo lo specchio in posizione orizzontale rispetto al decoro (Foto 3) ma osservando abbiamo capito che non era possibile una simmetria fatta così perché un fregio è di solito molto lungo. Quindi abbiamo messo lo specchio in posizione verticale rispetto al disegno (Foto 4) e abbiamo osservato che c'è una simmetria assiale considerando come modulo il quadrato **a**. Ma se consideriamo i quadrati **a, b** e **c** si vede bene che c'è una doppia simmetria assiale con assi paralleli. Poi, guardando meglio, ci siamo accorti che se prendiamo le fig. **a** e **b** come un tutt'uno allora c'è anche una traslazione verso destra." (Foto 5-6-7)

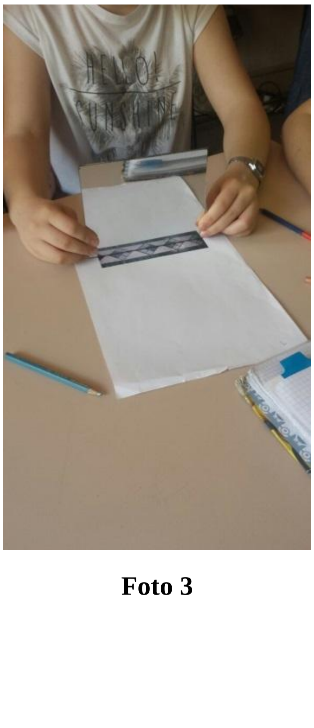


Foto 3

Foto 4

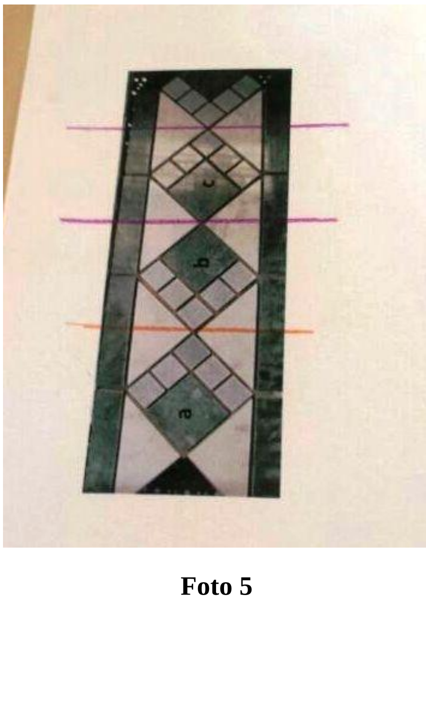


Foto 5

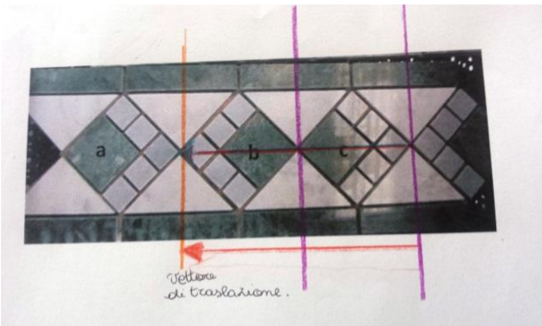


Foto 6

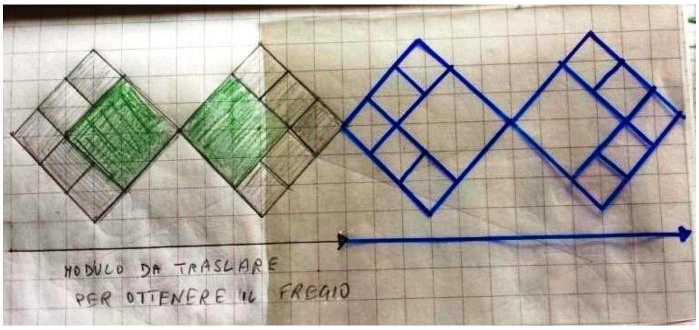


Foto 7

A questo punto si sono posti la domanda “*ma quanto è lungo il vettore traslazione?”*.

Con l’aiuto del modellino dinamico hanno verificato che la lunghezza del vettore traslazione è esattamente il doppio della distanza fra i due assi paralleli che hanno originato il movimento.

Gruppi decoro

Riportiamo direttamente le loro osservazioni: “in questo decoro abbiamo osservato subito che ci sono simmetrie assiali con assi incidenti (Foto 8). Poi A. ci ha fatto notare che quindi c’è anche una rotazione perchè prodotta dalla composizione di 2 simmetrie ad assi incidenti. Allora abbiamo pensato di disegnare gli assi di simmetria e abbiamo trovato il centro di rotazione. Per verificare la rotazione abbiamo preso l’acetato e abbiamo fatto il modellino dinamico.” (Foto 9)

Foto 8

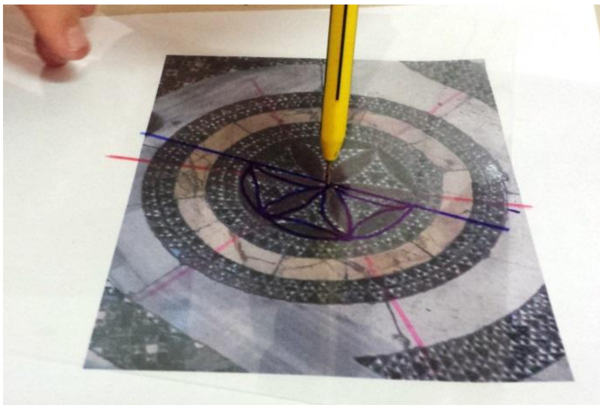


Foto 9

Interessante è il fatto che i ragazzi evidenziano sul decoro il modulo e gli assi di simmetria per spiegare il loro ragionamento e ricorrono ancora una volta al modellino dinamico per chiarire ogni dubbio.

In questa prima lezione è stato molto d’aiuto l’utilizzo dello specchio e dei modellini dinamici che i ragazzi si sono costruiti per avere la conferma di quanto osservato.

Finito di rivedere le varie isometrie viene chiesto di fare a casa, singolarmente, una sintesi scritta del lavoro fatto in classe (diario di bordo) e di cercare in casa e portare per la lezione seguente, oggetti e/o tessuti del loro Paese di origine o provenienti da viaggi, contenenti decori.

Lezione 2

Vengono messi a disposizione dei ragazzi sia gli oggetti che tessuti**.** Ogni gruppo sceglie l'oggetto che preferisce. Viene preso in considerazione un tessuto del Senegal (che riscuote i maggiori successi forse perché molto colorato e con diversi tipi di decorazioni), e un altro tessuto che un'alunna usa in casa come telo copri-divano, anche questo abbastanza colorato con decori molto regolari. Vengono scartati pizzi e trine (numerosi anche questi fatti dalle nonne all'uncinetto) e piatti e scatole in ceramica, a dire in vero meno numerosi e poco colorati.

Viene assegnato al gruppo questo compito:

1. Motiva la scelta dell'oggetto.
2. Con l'aiuto dello specchio piano ricerca le isometrie presenti
3. Riproduci sui due fogli quadrettati (da 1 cm o da 0,5 cm) la decorazione scelta.
4. Individua l'elemento "generatore"
5. Presenta agli altri gruppi la decorazione scelta fornendo a ciascuno l'elemento generatore e le istruzioni per realizzare la decorazione

<u>Gruppo trifogli</u>

I ragazzi che hanno scelto questa decorazione (Foto 10) motivano la scelta con il fatto che era "facile e bellino". In realtà, come poi scrivono nella loro relazione, si erano inizialmente sbagliati: "Abbiamo pensato solo a semplici simmetrie sia nel petalo sia nella decorazione da quadrato a quadrato, ma poi, guardando meglio con lo specchio ci siamo resi conto che c'era il gambino del fiore e che non era una simmetria assiale dunque, ma una simmetria centrale. (....) per questo abbiamo usato l'acetato con l'automatico, per farlo capire bene."

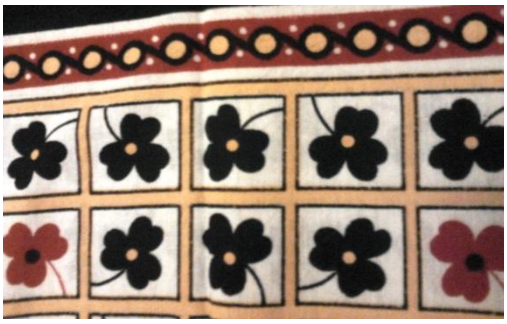


Foto 10

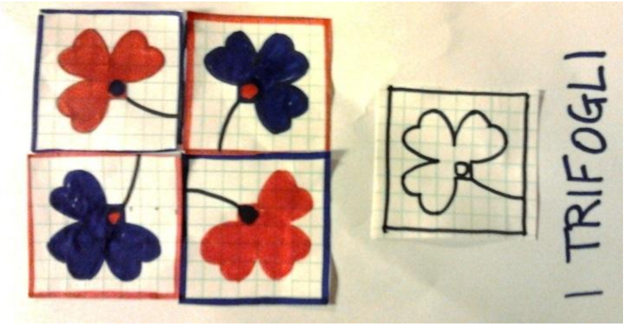


Foto 11

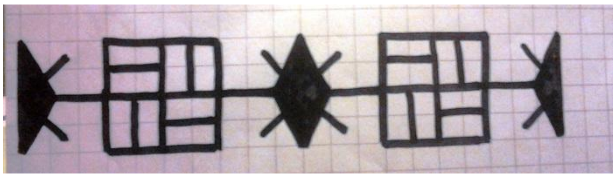
Foto 12

Il lavoro fatto (Foto 11- 12) documenta in maniera precisa questa loro ricerca e dimostra quanto lo specchio li abbia aiutati a identificare meglio l’isometria presente nel decoro ma anche quanto l’uso dei modelli dinamici sia utile per la visualizzazione delle trasformazioni.

Dal modulo base, con le successive rotazioni di 90°, sono arrivati alla decorazione del tessuto. Interessante è la scelta del colore che ha fatto il gruppo per evidenziare le due figure che si corrispondono nella simmetria centrale.

<u>Gruppo decorazione cornicetta</u>

Foto 13



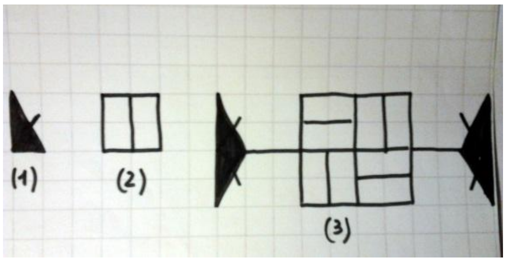


Foto 14 **Foto 15**

Il gruppo ha scelto questa decorazione (Foto 13) perché “sembrava una delle cornicette che si facevano alla scuola elementare”. Hanno riprodotto con facilità il modulo evidenziando immediatamente la traslazione (Foto 14) che permetteva di ricostruire il decoro intero. Ma anche in questa occasione, dopo un primo momento di euforia per la velocità della loro esecuzione, hanno posto attenzione sul decoro centrale cioè “quello fatto con i rettangolini”. Si sono resi conto che c’erano altre simmetrie in particolare una coppia di simmetrie centrali ovvero una serie di 4 rotazioni di 90°. A questo punto erano sicuri che non ci fosse altro e hanno iniziato a scrivere la sequenza di istruzioni per far riprodurre la cornicetta ai compagni. Mentre scrivevano però si sono resi conto che anche l’altro decoro -“quello nero tipo stella”- presentava in realtà la stessa situazione di doppia simmetria centrale. Non poche sono state a questo punto le discussioni “come facciamo ? dobbiamo dare tre istruzioni diverse allora? Una per i due decori e una per la cornicetta insieme? E qual è allora il modulo generatore?". Concordano di procedere così e di dare tre istruzioni diverse mettendo a disposizione dei compagni i tre moduli in foto: due per ricreare i motivi centrali con le rotazioni e l'altro per eseguire la traslazione. (Foto 15)

Gruppo losanga

Anche in questo caso la motivazione è espressa per il fatto che "sono molto colorati ma poi ci sono linee curve e dritte cioè due modi diversi di decorare". Proprio questo però mette in difficoltà il gruppo nel riportare su carta il disegno del tessuto (Foto 16) e serve un po' l'aiuto dell'insegnante. A quel punto realizzano di nuovo che bastano quattro rotazioni di 90° per ricreare la decorazione e facilmente identificano e compongono il modulo base. (Foto 17 - 18)

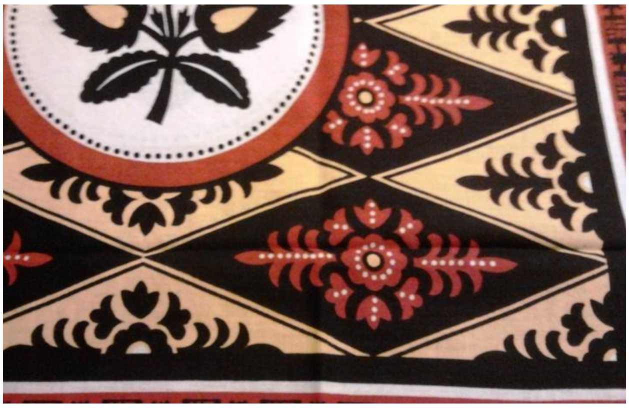


Foto 16

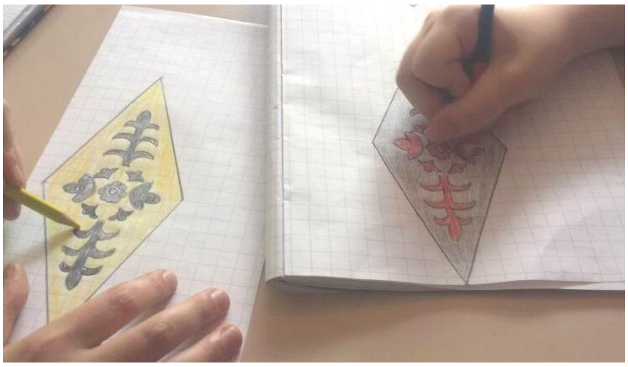


Foto 17

Foto 18

Gruppo rosone

Il gruppo che sceglie il rosone (Foto 19) motiva la scelta dicendo che ricorda alcuni disegni natalizi. Il motivo li mette ben presto in crisi: non riescono a evidenziare il modulo generatore, vedono simmetrie ma solo in due coppie di elementi, riconoscono le rotazioni ma non sanno spiegare come eseguirle. Discutono molto se "separare i due decori, quello con quadrato piccolo dall'altro "; provano con un modulo poi un altro e infine decidono che "possiamo lavorare con tre moduli: due che per ricreare rosone devono ruotare per 4 volte di 90° oppure uno che invece completa il rosone con 8 rotazioni di 45°." (Foto 20 - 21)

Foto 19

Foto 20

Foto 21

Lezione 3

Nella successiva lezione viene assegnata questa attività:

<u>dalla camera di specchi alla proporzionalità</u>

- Considerate i moduli ricavati nella lezione precedente che originavano il decoro del rosone. (Foto 22)

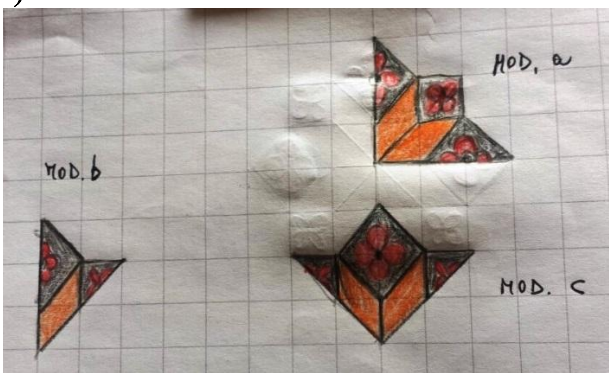


Foto 22

- Inserite i moduli, uno per volta, nella camera a specchio e determinate quanti di questi moduli servono per completarlo. (Foto 23 a-b-c)

Foto 23 a

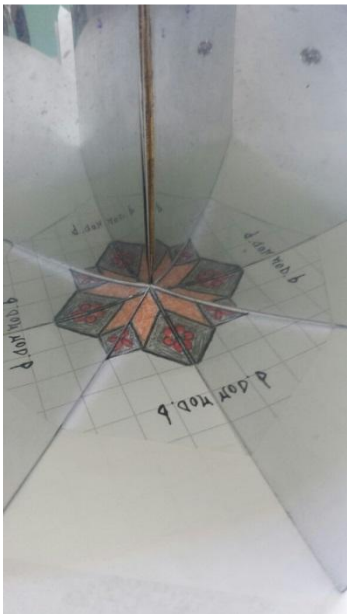


Foto 23 b

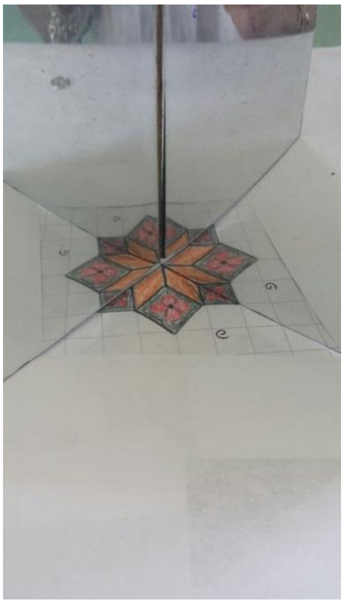


Foto 23 c

I ragazzi cominciano a mettere gli specchi sul modulo che ha un angolo di 90°. In tal caso vedono quattro immagini (3 riflesse e una reale) che formano una pavimentazione cioè un intero decoro. Poi mettendo l'altro modulo osservano "*con l'angolo di 45° però si ottengono 8 immagini quindi raddoppiano. Eppure l'angolo è diminuito, anzi è dimezzato!"* Questa considerazione stimola la loro curiosità e cominciano a provare con altri pezzi. "*Proviamo con mezzo rosone, di sicuro vengono solo due immagini".* Quindi arrivano a dire che se l'angolo della camera di specchi diminuisce, il numero delle immagini aumenta. A questo punto le insegnanti decidono di andare più a fondo e propongono ai ragazzi di utilizzare il goniometro per evidenziare l'angolo fra gli specchi e di inserire nella camera un oggetto sottile come ad esempio un lapis. La tabella ora non ha più solo i valori (90, 4) (180, 2) (45,8) ma anche (30, 12) (40,9) ed altri scelti da loro a proprio piacere. Dalla tabella è più evidente ora la relazione <u>ampiezza angolo/numero immagini</u> perché è facile osservare che se l'angolo dimezza, diventa un terzo ecc, il numero delle immagini raddoppia, triplica ecc. In pratica osservano che il prodotto fra numero d'immagini e ampiezza dell'angolo è costante, sempre 360°. I ragazzi hanno scoperto in modo intuitivo ma nello stesso tempo rigoroso la legge di proporzionalità inversa. Le insegnanti decidono quindi di far riportare i dati su un piano cartesiano e di far costruire il grafico. Come previsto i ragazzi scoprono dei punti che si trovano su un ramo d'iperbole.

A questo punto B. chiede: "*Ma perché questo grafico parte da 10°? Se chiudo la camera cioè se l'angolo è zero cosa succede? Non vedo niente quindi non ho figure, le immagini sono zero ... ma allora non torna ... c'è qualcosa che non va!".* Ecco che il dubbio di uno diventa una risorsa per tutti! Ai ragazzi viene allora proposto di

inserire un pezzo di spago nella camera di specchi e di osservare bene chiudendo lentamente gli specchi.
L'azione del chiudere permette ai ragazzi di comprendere che le immagini non sono zero ma infinite "*solo che non le vediamo perché sono dentro"*. Ancora una volta la dinamicità di un oggetto porta a esaminare un importante caso limite che non sarebbe stato facile da affrontare e da capire solo per via aritmetica dato che la divisone per zero è impossibile. Così, invece, riescono a vedere l'infinito in quest'operazione impossibile.

Lezione 4

<u>Tassellazioni artistiche</u>

I ragazzi hanno già lavorato sulla tassellazione del piano e conoscono quali sono i poligoni regolari che tassellano e perché questo è possibile. Viene quindi proposta una variazione su questa attività già fatta che permetta di liberare la loro "creatività artistica".
A partire da un quadrato viene chiesto di ritagliare parte del poligono e di disporre la parte tagliata sul lato opposto. In tal modo si ottiene un modulo che per successive traslazioni crea una pavimentazione. La stessa attività si può proporre con altri poligoni regolari ad esempio il triangolo equilatero ma anche con il parallelogramma. La creatività di ciascuno trasformerà questo modulo in un soggetto che sarà il "protagonista" di questa nuova e personalissima pavimentazione. (Foto 24 – 25 - 26)

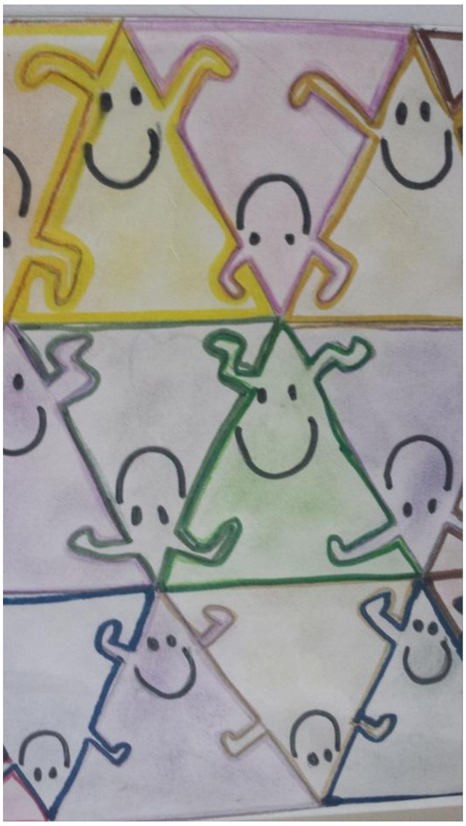


Foto 25

Foto 24 **Foto 26**

L’attività è molto piaciuta ai ragazzi che dopo un primo momento di disorientamento legato alla realizzazione concreta del modulo si sono divertiti a creare splendide pavimentazioni dimostrando fantasia e senso artistico. Mentre il quadrato e il parallelogramma non hanno dato problemi, maggiore difficoltà ha creato l’utilizzo del triangolo come figura da cui iniziare. Dove disporre la parte tagliata per poter ottenere una pavimentazione? Va bene su uno qualunque degli altri due lati? Oppure va disposta sullo stesso? Questo domande sono nate spontaneamente hanno dato luogo ad una bella discussione che si è articolata con ottime argomentazioni. Ancora una volta la manualità, in un contesto affettivo e significativo, ha favorito il nascere spontaneo di quesiti interessanti che, opportunamente gestiti dall’insegnante, possono dare l’opportunità di aprire nuovi orizzonti o di ripercorrere percorsi già svolti ma in un’altra prospettiva, sviluppando una continua ricostruzione di conoscenze.

Conclusioni

L’esperienza didattica ha rafforzato il convincimento che si debbano modificare gli atteggiamenti verso la matematica e che, come dicono le Indicazioni Nazionali, in classe si debba promuovere “*un atteggiamento positivo nei confronti della matematica attraverso esperienze significative*”. Pertanto più che accumulare sapere trasferendo una serie di nozioni e d’informazioni spesso non collegate, si deve cercare di stimolare negli alunni un’attitudine a porsi problemi che siano in grado di far crescere motivazione e di favorire la scoperta.

Il percorso didattico presentato rientra in questo quadro, nel fare laboratorio in modo che l’apprendimento sia centrato sull'alunno, sui suoi bisogni, sulle sue caratteristiche. Lo studente è sperimentatore e come tale acquisisce la capacità di individuare, accettare, affrontare e risolvere problemi nuovi, sia individualmente sia in gruppo. Tutto il percorso si basa su tre cardini fondamentali:

1. Porre situazioni-problema
2. Favorire l’emergere di domande
3. Lavorare in gruppo in modo che l’eterogeneità degli alunni sia una risorsa per l’intera classe nell’ottica di una didattica sempre più inclusiva.

I problemi con i quali i docenti devono confrontarci, sono molti: si ha spesso a che fare con studenti demotivati, si lavora in classi molto disomogenee e con alunni di diverse culture. Si devono quindi progettare percorsi che permettano agli allievi di vedere la realtà da diverse prospettive e che permettano anche di sviluppare una maggiore conoscenza di se stessi.

Questo percorso permette di soddisfare le esigenze degli studenti di oggi senza rinunciare all’insegnamento dei concetti fondamentali propri della disciplina. Spesso la matematica è vista come materia astratta invece così diventa in qualche modo vicina a loro, alle loro realtà. L’utilizzo di oggetti della quotidianità,legati anche a culture diverse come le nostre stoffe decorate provenienti dall’Africa, dà alla materia un aspetto affettivo da non trascurare. Anche la realizzazione delle decorazioni in cui l'alunno è libero di sperimentare e di sbizzarrire la propria fantasia offre una dimensione emotiva importante dato che non si ha apprendimento se non è coinvolta positivamente la sfera delle emozioni. Il lavoro di gruppo permette di imparare a difendere le proprie congetture ma nello stesso tempo ad accettare di modificarle quando le argomentazioni altrui appaiono chiare e fondate.

Tutto il percorso gioca dunque su aspetti fondamentali per l'apprendimento: è attivo, costruttivo, collaborativo, contestuale e riflessivo e come tale offre ottime possibilità per costruire competenze.

Terza sperimentazione

di Andreas Ulovec[***] e Therese Tomiska

Informazioni generali

L'unità didattica è stata sperimentata da una insegnante di matematica con cinque anni di esperienza di insegnamento, che lavora in una scuola secondaria superiore vicino a Vienna. Il gruppo di progetto austriaco ha inviato il materiale all'insegnante all'incirca tre settimane prima dell'attività di sperimentazione programmata. L'insegnante aveva a disposizione, per la sperimentazione, una classe 5^a (studenti di 14-15 anni di età), una 6^a (15-16 anni) e una 8^a (17-18 anni). Dopo un incontro con il gruppo di progetto, lei ha scelto di condurre la sperimentazione della *Lezione 1* durante una normale lezione di matematica (di 50 minuti) nella classe 6^a e la Lezione 2 durante una lezione di 50 minuti utilizzando il lavoro sul campo come metodo di insegnamento. Hanno preso parte alle lezioni 8 studenti (17-18 anni di età), tre dei quali sono studenti immigrati: la lezione 1 è stata oggetto di osservazione, la lezione 2 è stata video-registrata ed osservata da un membro del gruppo di progetto austriaco.

Sperimentazione in aula

L'insegnante ha presentato l'argomento portando in classe per la Lezione 1 diversi oggetti di sua proprietà con motivi giapponesi, sud-africani, così come statunitensi. Gli studenti hanno formato gruppi di due ed è stato loro chiesto di cercare simmetrie e figure geometriche diverse, e, infine, confrontare i differenti tipi di figure e simmetrie che hanno trovato negli oggetti di culture diverse. Ciascun gruppo ha presentato poi brevemente all'intera classe ciò che aveva trovato e gli altri gruppi hanno preso appunti sui loro quaderni. Alla fine della lezione, l'insegnante ha chiesto agli studenti di portare per la lezione seguente decorazioni o foto di decorazioni di culture differenti, come suggerito nella proposta. Gli studenti hanno obiettato che solo pochissimo di loro (o delle loro famiglie) aveva in effetti a caso decorazioni e

[***] Facoltà di Matematica - Università di Vienna, Austria.

foto adatte. Ripetere la lezione con ulteriori oggetti dalla collezione dell’insegnante è stato considerato non molto interessante sia da parte dell’insegnante che degli studenti. Gli studenti sono allora venuti fuori con l’idea di andare fuori all’aperto, nella natura, e portare invece foto di simmetrie o figure geometriche che si trovano nei fiori o nelle piante. L’insegnante ha obiettato che se la simmetria in natura era interessante per gli studenti, sarebbe stato allora meglio fare della Lezione 2 una sessione di lavoro sul campo, invece di guardare solamente le fotografie. Pertanto, è stato deciso che la lezione sarebbe stata modificata e che gli studenti sarebbero andati fuori insieme all’insegnante, a cercare simmetrie in natura e fare foto per una successiva discussione in classe sulla simmetria e sulla scala (questa ultima parte, cioè il lavoro di nuovo in aula, non è stata inclusa nella sperimentazione).

Foto 1-3. Motivi di decorazioni del Giappone, Sud Africa e USA

La lezione 2 è iniziata con l’insegnante che ha ricordato agli studenti i differenti tipi di simmetrie e figure, così come gli angoli speciali (ad esempio, a partire dai numeri di Fibonacci). Dopo l’insegnante e gli studenti sono andati fuori in un campo vicino alla scuola per cercare la presenza di simmetrie e e figure geometriche sia in oggetti naturali che in artefatti. Gli studenti hanno prima cercato la presenza di certi angoli sulle piante. Molto presto si sono resi conto che 137,5° era un angolo molto frequente su molte specie di piante, un fatto che ha colpito moltissimo gli studenti. Gli studenti hanno fotografato gli oggetti da utilizzare nella successiva lezione.

Foto 4. Alla ricerca di certi angoli su un cardo

L’unità didattica è proseguita con gli studenti alla ricerca di simmetrie, in particolare simmetrie assiali. Lì, la maggior parte degli studenti hanno potuto affermare che un determinato oggetto mostrava effettivamente un qualche tipo di simmetria, ma non sono sempre stati capaci di dare un nome al tipo di simmetria interessata. Così, abbastanza spesso, gli studenti hanno messo in evidenza simmetrie e l’insegnante ha spiegato la particolare simmetria presente sull’oggetto.

Foto 5. Fili d’erba con simmetria assiale

Gli studenti hanno poi iniziato a discutere su quanto siano effettivamente esatte queste simmetrie. L’insegnante ha utilizzato questa opportunità per sottolineare come gli oggetti reali (indipendentemente dal fatto che siano degli artefatti come quelli che lei ha portato in aula nella Lezione 1, oppure oggetti naturali come l’erba) non sono mai esattamente simmetrici in senso matematico, e qui è dove entra in gioco la modellizzazione.

Alla fine della lezione, sono stati controllati anche degli artefatti (cartelloni pubblicitari, motivi decorativi sulle t-shirts) e gli studenti e l’insegnante hanno discusso se i motivi o la forma del cartellone abbiano delle motivazioni culturali e/o pratiche. Sono stati fotografati diversi motivi decorativi delle magliette; avevano radici culturali diverse senza che gli studenti (secondo quanto da loro stessi dichiarato) lo sapessero quando le avevano acquistate le magliette. L’insegnante ha dato come compito a casa per tutti gli studenti scoprire quale background culturale avessero i motivi fotografati e qual è la loro rilevanza culturale.

Foto 6-7. Motivi decorativi culturali sulle t-shirts degli studenti

La lezione è terminata con il rientro della classe nell’edificio scolastico, dove è stato ripetuto il compito assegnato per casa.

Conclusioni

La sperimentazione ha mostrato come, anche se l’unità didattica è stata modificata e – almeno a prima vista – si allontana dagli aspetti interculturali, questi aspetti possono essere facilmente richiamati alla mente degli studenti con il riferirsi a oggetti della vita quotidiana e alle loro connessioni culturali.

Conclusioni dalle tre sperimentazioni

di Hana Moraová e Jarmila Novotná

Le attività proposte e sperimentate sono di natura fortemente multiculturale. Gli insegnanti possono utilizzare materiali stampati, materiali scaricati da internet od oggetti di uso quotidiano e motivi decorativi che sono intorno a noi. Qualunque sia la forma, l'uso di questi materiali rende attivi gli alunni, li motiva al pensiero critico e alla ricerca di relazioni, amplia le loro prospettive. Il fatto che motivi ornamentali molto diversi siano spesso utilizzati per decorare oggetti di uso quotidiano consente agli alunni di cultura minoritaria di essere ascoltati, di portare dalle loro culture alcuni contenuti e dalle loro stesse case motivi decorativi nelle aule. Consente all'insegnante di mostrare che la matematica è universale.

L'esperienza tratta dalle tre sperimentazioni mostra come i materiali possano essere utilizzati in modo molto flessibile. Possono essere adattati alle esigenze ed alle conoscenze di gruppi differenti e di singoli alunni. Possono essere utilizzati nell'aula, sotto forma di progetti diversi, ma anche come lavoro individuale fuori della scuola. Sono materiali di natura fortemente cross-curricolare e possono essere utilizzati contemporaneamente in molte materie. L'ambiente e l'attivtà proposti verificano I criteri dell'ambiente rilevanti di apprendimento di Wittmann.

Le sperimentazioni mostrano che le attività, se sono ben progettate e attuate, consentono l'inclusione di alunni con background e tradizioni culturali differenti, ma anche con interessi molto diversi. Se l'insegnante offre loro l'opportunità, ogni alunno troverà la sua "tazza di tè" e, in più, può portare in aula la propria esperienza a beneficio di tutti. Sta all'insegnante decidere come presentare questa attività agli alunni e quanta libertà dare loro mentre lavorano ad essa.

Bibliografia

Meany, T. and Lange, T. (2013). Learners in Transition between Contexts. In Clements, M.A., Bishop, A.J., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F.K.S. (Eds.), *The Third International Handbook of Mathematics Education*, Vol. 27 (pp. 169-202). Springer.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM

Tichá, M. and Hošpesová, A. (2010). Tvoření úloh jako cesta k matematické gramotnosti[Problem posing as a way to mathematical literacy, in Czech]. In *Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15let; sborník příspěvků celostátní konference*(pp. 133-145). Plzeň: Vydavatelský servis.

Wittmann, E.Ch. (1995). Mathematics education as a "Design Science", *Educational Studies in Mathematics, 29,* 355-374.

Framework Education Programme for Elementary Education (2013). Prague: MŠMT.

Allegato 1

Czech **Matematika, MATEMATIKA**,

Hebrew **מתימטיקה**

Chinese **數學**

Japanese **数学**

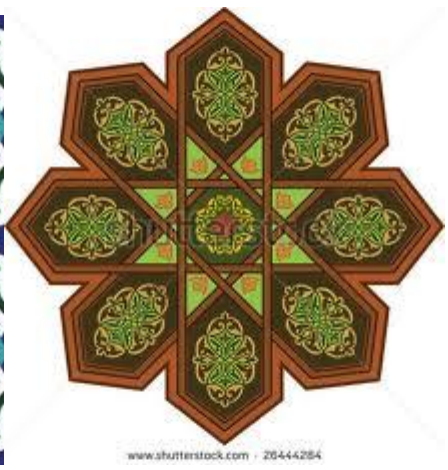
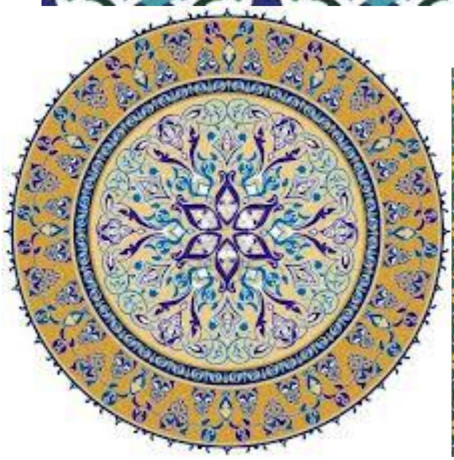
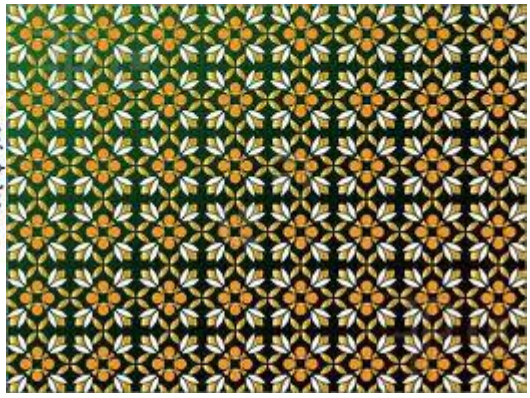
Russian **Математика, МАТЕМАТИКА**

Greek **Μαθηματικά, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΆ**

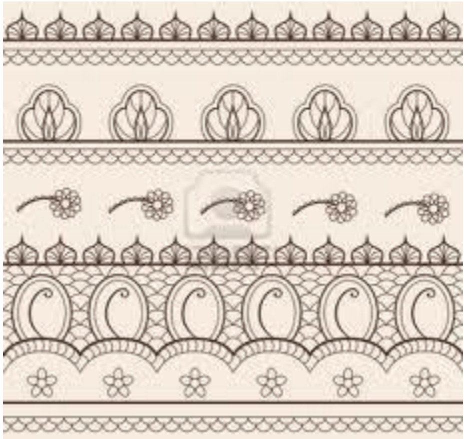
Persian تایضایر

Allegato 2 – Decorazioni tratte da www.googleimages.com

Decorazioni arabe

Decorazioni indiane



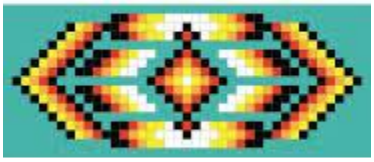
Decorazioni gitane

Decorazioni moraviane



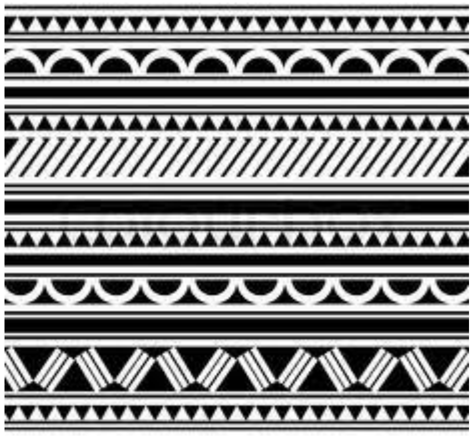
Decorazioni amerindiane



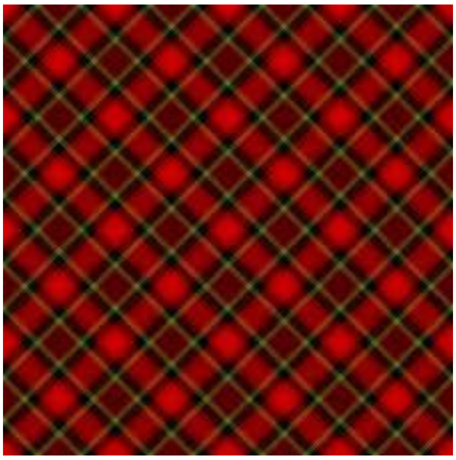



Decorazioni aborigene

Decorazioni polinesiane



Decorazioni scozzesi




shutterstock
www.shutterstock.com