

EINFÜHRUNG EINES ANTIKEN MAGISCHEN QUADRATES

von Marie-Hélène Le Yaouanq* und Brigitte Marin*

EINLEITUNG

Das Ziel dieser Einheit ist es, die SchülerInnen gleichzeitig an Dezimalnummerierung und den Gebrauch der französischen Sprache in Wort und Schrift zu arbeiten zu lassen. In Mathematik sollen Begriffe des Vokabulars und eine Erklärung der eigenen Überlegungen behandelt werden. Es geht darum, verbalen Austausch über schriftliche und mündliche Nummerierung von gestern und heute in verschiedenen Ländern zu ermöglichen und die Beiträge anderer Zivilisationen zur Konstruktion der Mathematik in Europa hervorzuheben.

Die Einheit basiert auf diesem antiken magischen Quadrat, das in 1956 entdeckt wurde.



http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Grenier/car_mag.html

* UPEC Universität - ESPE, Créteil (Frankreich).

Hauptausführung

von Marie-Hélène Le Yaouanq und Brigitte Marin

Präsentation der Ausführung mit LehrerInnen

Der erste Schritt des Projekts fand während einer Schulung für LehrerInnen im Dienst statt, die darauf abzielte die Geschichte der Mathematik innerhalb des Klassenzimmers zu verwenden. Das Dokument mit dem antiken magischen Quadrat, wurde den LehrerInnen ausgeteilt. Sie mussten die Zahlen in ihrer jetzigen Schreibweise finden, die hinter den Symbolen versteckt waren.

Da die meisten LehrerInnen die Arabischen Ziffern, die im Quadrat vorkommen, nicht kannten, mussten sie nach einer Strategie suchen, um diese zu entschlüsseln. Drei LehrerInnen, deren Muttersprache Arabisch war, konnten das Quadrat direkt transkribieren und fanden dies nicht magisch! Sie wurden gebeten einen anderen Ansatz zu planen. Sie gaben eher schnell auf es mit dem algebraischen Ansatz zu probieren und bauten eine Argumentation über Einer, Zehner und die Anzahl in der sie vorkamen auf.

Als das Quadrat entschlüsselt war, lieferten die Trainer Informationen über die benutzten Symbole, die Vorfahren der heutigen Arabischen Ziffern waren. Einige Schreibweisen haben sich so verändert, dass einige LehrerInnen falsch lagen. Danach beauftragten die Trainer die LehrerInnen eine Verwendung in der Klasse für dieses Dokument zu finden.

Dieser erste Teil hatte ein zweifaches Ziel für die Trainer: Einerseits um die LehrerInnen in eine Suchsituation zu bringen, die sie mit ihren eigenen SchülerInnen in der Klasse reproduzieren sollten, auch im Austausch mit den LehrerInnen über ihrer Techniken und andererseits um die LehrerInnen auf die Schwierigkeiten bei der Suche am gegebenen Dokument aufmerksam zu machen und ihnen zu ermöglichen die Situation zu adaptieren.

A priori Analyse

1. Involvierte Mathematische Konzepte und Lehrplan

Die Aktivitäten der SchülerInnen setzen auf Aufzählung und additive Verbindungen. Während der Elementarstufe wird am Schreiben von Dezimalzahlen, zuerst an Ganzen Zahlen und dann an Dezimalbrüchen gearbeitet, aber viele Schwierigkeiten bleiben im 6. Schuljahr bestehen. Im Lehrplan der 6. Schulstufe wird von den SchülerInnen explizit verlangt „den Wert der Zahlen, entsprechend ihres Platzes in einer gesamten geschriebenen Dezimalzahl zu kennen und zu verwenden“.

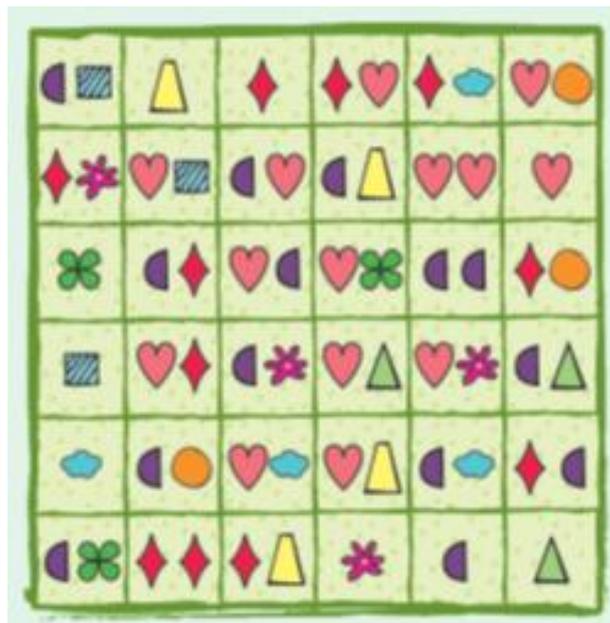
Die Eingliederung der vorgeschlagenen Arbeit ist normal für die 6. Schulstufe.

Diese Arbeit verlässt sich auch auf die Lust am Suchen, die Fähigkeit eine Serie von Argumentationsschritten von potentiell verschiedenen Naturen zu verfolgen, und Anordnungen von Größen.

2. Vorhersehbare Schwierigkeiten und vorgeschlagene Anpassungen

Die LehrerInnen, die das ursprüngliche magische Quadrat untersucht hatten, wiesen auf einige Schwierigkeiten hin:

- Die Schwierigkeit, die Symbole, die im Quadrat vorkommen, zu benennen, was die Kommunikation der Überlegungen erschwert. Sie schlugen vor, dass die antiken arabischen Ziffern durch Zeichnungen Mathematischer Figuren, oder Alltagsobjekte ersetzt werden sollten. Um diese zu benennen, müssen die SchülerInnen mathematische oder allgemeine Begriffe verwenden.



Angepasstes Quadrat (Quelle: Hélice, 6th, Didier; siehe Anhang 1)

- Die Schwierigkeit, sich zu versichern, dass die SchülerInnen wirklich verstehen, was ein magisches Quadrat ist, führte dazu einen ersten Arbeitsschritt anzubieten, um das magische Quadrat in kleineren Größen zu entdecken (3 x 3 oder 4 x 4).
- Es wird notwendig sein, ein gründliches Verständnis mancher benötigter Begriffe, wie Zahlen, Ziffern, Zeilen, Spalten, Diagonalen, Addition und Summe, zu besitzen. Die Arbeit des Entdeckens, des magischen Quadrates wird es erlauben an diese Wörter zu erinnern, oder diese einzuführen.
- Die Suche nach der magischen Konstante des 6 x 6 Quadrates, impliziert die ganzen Zahlen von 1 bis 36 aufeinanderfolgend zu addieren. Es wurde als relevant erachtet, die Schwierigkeit am Beginn der Aktivität nicht zu erhöhen.

3. Beschreibung der Ausführung in der Klasse

a. Vorhergesagte Verfahren

Die Trainingseinheit in der Klasse wurde mit der durchführenden Lehrperson auf drei Sitzungen, sozusagen vier Stunden angepasst.

Stunde 1: Entdeckung des magischen Quadrates (1 Stunde)

Der Lehrer gibt seinen Schülern eine Aufgabe mit einer behilflichen Software (Framapad¹): Sie müssen etwas über die Legende der Schildkröte Lo Shu.

Jeder/Jede SchülerIn hat einen Laptop mit Internetanschluss und startet die Recherche der Legende.

Sie müssen herausfinden, was hinter der Nummer 15 versteckt ist, ein essentielles Element der Legende, das nichts als die Konstante eines 3 x 3 magischen Quadrates ist. Sie müssen dann kontrollieren, ob ein gegebenes Quadrat magisch ist und 3 Quadrate ausfüllen, um diese magisch zu machen.

Um zu folgern, müssen sie eine Zusammenfassung darüber schreiben, was sie mit dem behilflichen Werkzeug gelernt haben. Die Stunde wurde gefilmt.

Stunde 2: Gruppenarbeit am angepassten Quadrat (2 Stunden)

Es ist eine zweistündige Stunde. (Zwei aufeinanderfolgende Stunden.) Das angepasste Quadrat und Fragen, die bei der Entschlüsselung helfen werden den SchülerInnen ausgeteilt. Die SchülerInnen arbeiten in Dreier- und Vierergruppen, um den Austausch und die Argumentationsformulierung zu fördern. Die Stunde wurde gefilmt und Dialoge zwischen den SchülerInnen wurden aufgenommen.

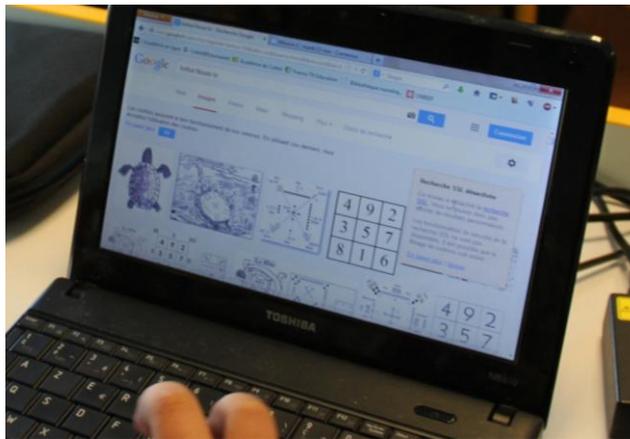
Stunde 3: gemeinsame Zusammenfassung (1 Stunde)

Diese Stunde wird der Kritik der getanen Arbeit, dem Studieren des ursprünglichen Quadrates, dem Austausch und kulturellen und historischen Beiträgen gewidmet.

¹ <http://framapad.org/>

b. Reelle Vorgänge und Analyse

Stunde 1: Der „Auftragsaspekt“ war in der ersten Stunde für die SchülerInnen sehr motivierend. In der Bewältigung der Onlinesuche nach Informationen konnten große Unterschiede festgestellt werden. Z.B. die Verwendung oder Nichtverwendung von Schlüsselbegriffen in Suchmaschinen und danach bei der Auswahl der verschiedenen gefundenen Webseiten, die Wahl ob nach Text oder Bildern gesucht wurde, zwischen umschreiben und Copy-Paste, um die Fragen des Lehrdokuments zu beantworten.



Die Fähigkeiten, angeforderte Information zu suchen und auszuwählen, danach mit Hilfe der Materialien zusammenzuarbeiten, sind Teil der Kompetenzen, an denen in der Sekundarstufe I gearbeitet werden muss.

Die schnellsten SchülerInnen begannen das gemeinsame Schreiben der Zusammenfassung am Ende der Stunde und andere stellten sie am nächsten Tag zu Hause fertig. Es konnte beobachtet werden, dass die schnellsten SchülerInnen ihre Zusammenfassungen nur auf das magische Quadrat bezogen, während die SchülerInnen, die mehr Schwierigkeiten während der Stunde hatten ihre Zusammenfassung über die Legende und eine Beschreibung der Schildkröte schrieben.

Conclusion Mission 1 Maths Administration Options Import / Export Versions Historique dynamique

B I U S [List Icons] 100% [Refresh]

1 Bienvenue dans ce pad
2
3 La première chose à faire est d'entrer votre nom ou votre pseudo dans le champ en haut à droite, afin que les futurs collaborateurs puissent facilement vous identifier. Vous pouvez également modifier votre couleur en cliquant sur le carré à gauche du nom.
4
5 Tu rédigeras ici ce que tu appris à la fin de la mission 1 :
6
7 J'ai appris que le carée magique est un carée ou dans chaque ligne la somme est égale dans chaque ligne.
8
9 J'ai appris que le carré magique est un carré oui il y a des chiffres en lignes, est quand on additionne chaque ligne, on obtient le même résultat.
10
11 j'ai appris que dans un carré magique changer si on les additionnes sa fait la même sommes
12
13 j'ai d'ou venait les carrés magiques et que dans le carré magique 3x3 on doit trouver 8 sommes dans les carrés dont les valeurs sont égales
14 Aujourd'hui nous avons appris comment résoudre un carré magique il fallait additionner les chaque ligne et ça nous donner le résultat .
15
16 On a vu la légende de la tortue du fleuve de Lo et que sur son dos il y avait des points comme sur le dos de la tortue on peut y voir des points comme un sudoku il faut juste additionner les colonnes pour troue le même nombre partout .
17 puis il fallait deviner pour le carré de l'activité est t-il magique puis après avoir compris tout cela il fallait en completer d'autre un peu plus difficile.

< enter your name >

Inviter d'autres utilisateurs.

Share this pad

léa: salut 17:08
Sophie: Salut vous aller bien 17:20
Clara: coucou 17:25
Clara: ^^ 17:25
Clara: aujourd'hui on a vue une nouvelle légende qui parle d'une tortue qui a des petits signes sur son dos . 17:27
keeven: salut les gens 17:38
unnamed: Bravo les 6B, vos écrits sont déjà bien 20:13

Einige SchülerInnen lasen Sätze, die bereits von anderen geschrieben worden waren (Änderung der Farbe in der Zeile) nochmals durch und korrigierten Fehler. Einige Tätigkeiten wie schreiben, lesen, korrigieren, kritisieren von vorübergehenden Schriften, werden während einer kurzen Zeit auf verschiedener Basis gefordert und gut in die mathematische Arbeit integriert.

Bienvenue dans ce pad

La première chose à faire est d'entrer votre nom ou votre pseudo dans le champ en haut à droite, afin que les futurs collaborateurs puissent facilement vous identifier. Vous pouvez également modifier votre couleur en cliquant sur le carré à gauche du nom.

Tu rédigeras ici ce que tu appris à la fin de la mission 1 :

J'ai appris que le caré magique est un caré où dans chaque ligne la somme est égale dans chaque ligne.

J'ai appris que le carré magique est un carré où il y a des chiffres en lignes, et quand on additionne chaque ligne, on obtient le même résultat.

J'ai appris d'où venait les carrés magiques et que dans le

On a vu la légende de la tortue du fleuve de Lo et que sur son dos il y avait des points comme sur le dos de la tortue on peut y voir des points comme un sudoku il faut juste additionner les colonnes pour trouver le même nombre partout.

Puis il fallait deviner pour le carré de l'activité est-il magique puis après avoir cela il fallait en compléter d'autres un peu plus difficile.

Nous avons étudié la légende de la tortue de Lo en mathématiques sur sa carapace il y avait des signes. Chaque signe représente un nombre et sa forme : un carré magique que l'on devait résoudre. Pour le résoudre il fallait additionner les lignes verticales et les lignes horizontales.

Sie schreiben eine endgültige Zusammenfassung dessen, was sie mit dem gemeinsamen Hilfsmittel mit Hilfe des Lehrers gelernt haben.

Die SchülerInnen, die erst kürzlich in Frankreich angekommen sind, mussten nur einen Satz auf ein Blatt Papier schreiben, in dem sie beschreiben sollten was sie gesehen haben (die Schildkröte, die Punkte,...)

Stunde 2

Stunde 2 beginnt mit einer Wiederholung der Zusammenfassung am gemeinsamen Hilfsmittel, die von einigen SchülerInnen zwischen den zwei Stunden geschrieben wurde, um sie zu vereinfachen und zu vervollständigen.

Danach kann die Suche am angepassten Quadrat starten. (Anhang 1, Fragen 2, 3, 4) Eine wichtige Schwierigkeit tritt am Beginn der Aktivität auf: Die SchülerInnen verstehen gut, dass jedes Symbol eine Zahl versteckt, aber für einige von ihnen repräsentieren die Symbole 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.

Aber die Interpretation, dass dieses Quadrat die aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen von 1 beinhaltet, birgt auch ein Problem, da für die meisten der SchülerInnen die Zahlen von 10 oder sogar 11 starten. Es ist eine unvorhergesehene Schwierigkeit: Für diese SchülerInnen sind 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 keine Zahlen, sondern Ziffern.

Eine weitere Schwierigkeit besteht in der Differenzierung der Anzahl der Symbole vom Wert, den sie repräsentiert. Die Entdeckung der ersten beiden Zahlen nimmt viel Zeit in Anspruch, danach wird die Suche einfacher, aber vier Symbole müssen am Ende der Stunde immer noch entschlüsselt werden.

Stunde 3

Die Suche ist bald vorbei. Einige SchülerInnen bemerken, dass eine Diagonale in den Argumentationen nicht verwendet wurde und fragen nach einer Überprüfung aller Zahlen, die in dieser Diagonale geschrieben stehen. Das ursprüngliche Quadrat und die Erklärung dessen Entdeckung in China wird den SchülerInnen ausgeteilt. Ein/Eine SchülerIn zieht eine Analogie zum entschlüsselten Quadrat.

Ein anderer Schüler, der/die erst vor kurzem in Frankreich angekommen ist, liest und schreibt einige der Arabischen Zahlen, die er erkennt, was ein starkes Interesse in der Klasse auslöst. Die SchülerInnen zeigen danach viel Fantasie beim Versuch den Grund für die Entdeckung des Quadrats in China zu erklären. Danach informiert der Lehrer über die Geschichte der Arabischen Zahlen.

A posteriori Analyse

Zuerst kann bemerkt werden, dass diese Trainingseinheit das Interesse der SchülerInnen gehoben hat. An Fähigkeiten im Lesen, Suchen und Auswählen von Information wurde gearbeitet. Die Verwendung eines gemeinsamen Hilfsmittels ermöglichte es einigen SchülerInnen an der Schreibearbeit in verschiedenen Formen teilzunehmen: beim Schreiben, Neuschreiben, Überarbeiten, Korrigieren,...

Wir können auch feststellen, dass einige mathematische Begriffe am Beginn der Einheit nicht spontan verwendet wurden, wie z.B. „Zeilen“ und „Spalten“, wurden oft durch „horizontale Linien“ und „vertikale Linien“ ersetzt, konnten aber am Ende der Einheit korrekt verwendet werden.

Jedoch zeigte die Bezeichnung der Symbole eine reelle Differenz zwischen den „EANA²“ und den anderen SchülerInnen.

Die „EANA“ SchülerInnen² sind auf die Schulsprache angewiesen, die das Vokabular benutzt, das sie seit ihrer Ankunft (vor 1 bis 5 Monaten) gelernt haben. Sie führen den Kreis, den Halbkreis, den Rhombus, das Dreieck und das Rechteck. Französisch sprechende SchülerInnen haben mehr Rückgriff auf alltägliche Dinge (Mond, Apfeltasche). Deshalb hatten sie Schwierigkeiten bei der Benennung der roten Figur und keiner/keine von ihnen schlug den Rhombus vor. Schließlich nannten alle das Quadrat anstelle des Rechtecks und schienen deshalb ein exemplarisches Wort in Referenz zu einem alltäglichen Konzept zu verwenden, anstelle des wissenschaftlichen Konzepts, das während der Mathematikstunden gelehrt wird. Dies zog keine Kommunikationsprobleme untereinander mit sich.

Vorwiegend traten Schwierigkeiten im Verstehen der Fragen und der Erklärung der Argumentation auf. Komplexe syntaktische Konstruktionen können manchmal nützlich sein und benötigen eine Umformulierung.

² Drei SchülerInnen, deren Muttersprache Portugiesisch ist, ein/eine SchülerIn von Bangladesch, ein/eine von Pakistan und ein/eine von Sri-Lanka;

Aber vor allem, muss die verwendete Sprache die verwendeten Begriffe exakt ausdrücken. Die Bedeutung der Worte „Wert“ und „Zahl“ variiert, je nach Kontext in der Muttersprache oder in Mathematik und es machte den Eindruck, dass diese Begriffe von einer großen Mehrheit der SchülerInnen noch nicht ganz bewältigt wurden. Jedoch führten sie einzelne Schularbeiten, die wiederholt wurden und klassische Aufgaben für Nummerierung, wie z.B. die (Werte) der Zehner einer Zahl bestimmen, ohne Schwierigkeiten durch.

Die Rahmenbedingungen des Problemlösens, in kommunikativen Situationen und Zusammenspiel schließt ein weiteres Level der Verfügbarkeit mathematischen Wissens und Beherrschung der Sprache ein.

BIBLIOGRAPHIE

Chabanne J.-C., Bucheton D.(2002) *Écrire en ZEP : un autre regard sur les écrits des élèves*, Delagrave édition - CRDP Versailles <http://www.cndp.fr/bienlire/04-media/b-biblio03.asp?prodid=42772> (available address on 2015 May 01)

Vygotski, L.S. (1934). *Pensée et Langage*, Editions sociales (Traduction de F.Sève, 1985).

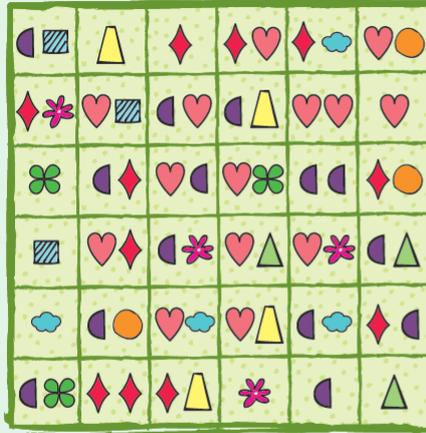
Marin B. (2011-2012), La reformulation en classe: un discours équivoque, *La construction des inégalités scolaires*, sous la direction de Rochex J.-Y., Crinon J., Presses Universitaires de Rennes.

IfrahG. (1994), *Histoire universelle des chiffres*, édition Robert Laffont.

Saint-Andrews University, *The Arabic numeral system*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Indexes/Arabs.html> (available address on 2015 May 01)

Anhang 1 (Quelle: Hélice, 6th, Didier)

@ Un grand carré magique



Ce carré est magique mais chaque chiffre est remplacé par un symbole. Cherchons à découvrir tous les nombres contenus dans les cases !

1 Préparation du travail

- a/ Reproduire ce carré avec des cases vides.
- b/ Dessiner sous ce carré les symboles utilisés dans le carré magique ci-contre.

2 La constante magique

La constante magique de ce carré est 111. Expliquer ce que cela signifie.

3 Les chiffres des dizaines

- a/ Ce carré contient les premiers nombres entiers à partir de 1. Quels sont les nombres qu'il contient ? Quels sont les chiffres des dizaines possibles ?

b/ Compter le nombre d'apparitions de chaque symbole comme chiffre des dizaines et démasquer un premier chiffre.

c/ Écrire le chiffre démasqué dans le carré vide partout où il se trouve.

d/ Dans la 1^{re} colonne, quel doit être le chiffre des dizaines inconnu pour pouvoir obtenir la constante magique ? En déduire le 3^e chiffre des dizaines à démasquer. Compléter le carré.

4 Les chiffres des unités

a/ Quel symbole des chiffres des unités n'est jamais seul dans une case ? Quel chiffre cache-t-il ?

b/ Observer la dernière colonne : quel chiffre permet-elle de découvrir ?

c/ Quel chiffre la 3^e ligne permet-elle de découvrir ?

d/ Quel autre chiffre peut-on alors connaître ? (Penser aux diagonales.)

e/ Finir de remplir le carré. Vérifier que le carré obtenu est bien magique !

5 Un carré bien ancien

Observer un très vieux carré magique conservé au musée de Xian en Chine, sur le site :

http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Grenier/car_mag.html. Traduire chacun des chiffres inscrits.

Zweite Ausführung

von Maria Piccione^{**}

Einführung

Der Vorschlag betrifft arithmetische Konzepte, im Speziellen Aufzählen (Dezimal- und Positionsschreibweise), additive Beziehungen und allgemeinere symbolische Darstellungen. Er bietet einen adäquaten Kontext, um mit den grundlegenden Inhalten des Lehrplanes der Sekundarstufe I, wie sie in den nationalen Italienischen Richtlinien gefunden werden, umzugehen.

Der Vorschlag wurde zuerst vom Trainer beschrieben und dann mit den zwei Lehrern der Versuchsklassen diskutiert.

Der Vorschlag

Der Arbeitskontext bezieht sich auf die Entschlüsselung eines alten magischen Quadrates, das in China entdeckt wurde.

Die Aktivität zielt auf die Wiederholung von bereits bekannten Konzepten ab, um das Wissen über diese zu vermehren und fundamentale Eigenschaften explizit auszudrücken, sowie einen Sinn für Symbole zu entwickeln. In anderen Worten fördert es eine metakognitive Analyse von Zeichen – Zeichenbedeutung Konzepten in der Arithmetik, um die Relation „Natürliche Zahl – Symbolische Repräsentation“ und so auch die Relation „Wert der Ziffernstelle“ und schlussendlich das Konzept der „Größenordnung“. Daher wird es mit dem kognitiven Hindernis konfrontiert, das entsprechend dem epistemologischen Hindernis, wenn man von der Ansicht des Zählens auf die Ansicht der Zahlen vordringt, ist.

Ergänzend bietet der Vorschlag signifikante Möglichkeiten um die Vorführungstätigkeit und das Algebraische Denken vorzustellen und über geometrische Fragen nachzudenken. Der Lernkontext ist passend um die Entwicklung der Sprachfähigkeit im Verstehen und Schreiben eines Textes zu fördern und Diskussionen durch Erklärungen von Strategieplänen für Lösungen.

Den *Emotions* - Bereich betreffend benützt dieser Ansatz zwei Methoden: Spiel und Erzählung, welche nicht nur nützlich sind um Neugier, Fantasie, Kreativität, Entdeckung, Rollenthesen zu stimulieren, sondern auch um Angst, Frustration, oder Gefühlen der Unzulänglichkeit vorzubeugen.

Eine historische und multikulturelle Perspektive kann verwendet werden um die Entwicklung von schriftlicher und mündlicher Aufzählung von der Vergangenheit zur Gegenwart, in verschiedenen Kulturen darzustellen.

^{**} Department of Information Engineering and Mathematics - University of Siena, Italy

Speziell erlaubt der Vorschlag die Lücke zwischen der instinktiven menschlichen Tätigkeit des „Zählens“ und dem langsamen Prozess, der zu einem elaborierten Schriftsystem, welches wenige Zeichen verwendet, um sogar große Nummern darzustellen, aufzuzeigen.

Die Ausführung

Die Unterrichtseinheit wurde in zwei zweiten Klassen (7. Schulstufe) der Sekundarstufe I „G. Papini“ (Castelnuovo Berardenga, Siena) durchgeführt. Sie umfasste 42 SchülerInnen (11 MigrantInnen und 10 SchülerInnen mit kognitiven Problemen) und zwei LehrerInnen (V. La Grotteria & P. Sabatini) in Zusammenarbeit mit dem/der TrainerIn. Die Aktivität wurde nach dem Design des Französischen Projekt-Teams, strukturiert in 4 Stunden, mit zwei zusätzlichen Argumenten durchgeführt. Ersteres ein geometrischer Exkurs und Zweiteres das Schema einer arithmetischen Konstruktion. Diese zwei Schritte wurden nicht im Plan festgelegt, aber entstanden während der Arbeit mit den Klassen. Sie korrespondieren im Bezug auf ein *metakognitives-linguistisches Ziel* und ein *kognitives Ziel*, welche folgende sind:

- Die SchülerInnen über die Schwierigkeit des Erklärens in Fachbegriffen, sogar bei augenscheinlich leichten Verfahren (nämlich die Konstruktion eines Quadrates, das in deckungsgleiche Teile aufgeteilt wird), reflektieren zu lassen;
- Den SchülerInnen zu erlauben, ein klares mentales Bild über die Art, wie Natürliche Zahlen geordnet werden können zu konstruieren. Zehn mal zehn, das Wiederauftreten von Ziffern in der Rolle von Einern oder Zehnern von 0 bis 99 hervorhebt.

Wir konnten das Programm Framapad wegen Managementproblemen des Computerraumes nicht verwenden. Dennoch hat dieser Unterschied, mit Beachtung der originalen Richtung, die Arbeit von der Sichtweise kognitiver Aspekte nicht beeinflusst. Andererseits gab es jedem/jeder die Möglichkeit auf irgendeinem Weg beizutragen (wenigstens mit der Aufgabe Zahlen zu schreiben).

Stunde 1: Annäherung an das magische Quadrat (3 Stunden)

Vorstellung der Aufgabe. Die Arbeit begann mit einer Kurzgeschichte, die vom/von der TrainerIn erzählt wurde (siehe Anhang A.1) und der Vorführung des alten Quadrates:



Das Wort „Quadrat“ wurde untersucht um die Fähigkeit einen sehr vertrauten geometrischen Begriff zu erklären zu überprüfen.

Einige unerwartete Schwierigkeiten traten im Bezug auf „Seite“ und „rechter Winkel“ auf. Konträr zu dem, was aus den Bedingungen von „Äquivalenz von Abschnitten“ und „Äquivalenz von Winkeln“ hervorging, die sofort in Bezug auf „Überlappung“ verstanden wurden.

Genauer wurde „Seite“ zuerst mit „Grenze“ bezeichnet. Die Formulierung des Satzes wurde Schritt für Schritt zur angemessenen Definition verbessert. Übereinstimmend mit den folgenden Schritten:

- „der Teil der Grenze“
- „der Teil der Grenze zwischen zwei Vertikalen“
- „die Strecke, die zwei Vertikale verbindet“.

Das Wort „rechter Winkel“ verursachte Schwierigkeiten in der Formulierung kompletter Sätze und bei der Erklärung der Konstruktion durch Falten von Papier, wie unten veranschaulicht:

- „Der Platz der zwischen zwei Strecken eingeschlossen ist, welche einander ...“
- „Ich falte zuerst einen Teil des Blattes und danach falte ich den anderen Teil vorsichtig hinein, dass er nicht davor oder dahinter ist“;
- „ich falte einmal einen Teil des Blattes und danach falte ich die zweite Falte über die erste Falte“.

In einigen Fällen war es ähnlich zu „messen“ und zu „Vorkommen zwischen einer horizontalen und einer vertikalen geraden Linie“.

Internetsuche und resultierende Ergebnisse. Mittlerweile müssen die Ausdrücke „magisches Quadrat“ und „Quadrat der Ordnung 6“ untersucht werden. Eine Recherche im Internet wurde gestartet, um dieses Thema zu beantworten.

Die SchülerInnen begannen in Zweier- und Dreiergruppen an den Computertischen im Computerraum im Internet zu suchen.

Danach schrieb jede Gruppe einen Text, der die gesammelten Informationen enthielt die für relevant befunden wurden, auch im Bezug auf die Geschichte des magischen Quadrates.

SchülerInnen jeder Gruppe lasen den Text laut vor. Einige spezielle Begriffe, wie „Anordnung“, „Ordnung“, „magische Summe“ tauchten auf und wurden während des Lesens umrissen. Außerdem wurden einige Eigenschaften hervorgehoben, im speziellen die Existenz und Einzigartigkeit von magischen Quadraten, die eine Ordnung benötigen. Es erzeugte für viele SchülerInnen ein Gefühl des Wunders mit einem überraschenden Sprung von der Kardinalität der dritten Ordnung zur vierten Ordnung (von 1 bis 880), und von der vierten zur fünften Ordnung (von 880 bis 275.305.224), die das Level von Milliarden und Milliarden von Milliarden im nächsten Schritt erreichen.

In einer gemeinschaftliche Arbeitsweise wurden die Informationsteile, die von den verschiedenen Gruppen gesammelt worden waren, in einem einfachen Text zusammengefasst und von einem/einer SchülerIn niedergeschrieben, mit dem Ziel in die Abschließende Poster Ausstellung inkludiert zu werden. (Foto 1)

Übung eines einfachen Falles. Diese Aktivität hatte das Ziel die bestimmenden Eigenschaften eines magischen Quadrates zu festigen. Jede Gruppe bekam ein Blatt Papier, das ein farbiges Bild eines 3 x 3 magischen Quadrates und einige Fragen über die Arten der vorkommenden Zahlen und der Additionseigenschaften der Zahlen, die in jeder Reihe, Spalte und Diagonale vorkommen. (siehe Anhang A.2). Als diese Aufgabe ausgegeben wurde, musste sich die Mehrheit der SchülerInnen mit den Begriffen „Reihe“ und „Spalte“ im natürlichen Sprachgebrauch und dem Begriff „Diagonale“ in der geometrischen Interpretation auseinandersetzen. Sie benutzen nicht den Begriff „Konstante“, sondern umschreiben diesen wie unten angegeben:

- „Es gibt immer dasselbe Ergebnis“.

Einige SchülerInnen konnten die Objekte mit Gesten andeuten. (Foto 2)



Foto 1



Foto 2

Stunde 2: Diskussion der Begriffe „Ordnung eines Quadrates“ und „magische Summe“ (2 Stunden)

Die SchülerInnen waren von den neuen Konzepten der „Ordnung eines Quadrates“ und „magische Summe“ fasziniert.

Im Klassenverband arbeitend, unter der Leitung der Lehrperson durch vorgegebene Fragestellungen wurden die folgenden Tätigkeiten durchgeführt um das Konzept der Ordnung eines Quadrates zu erarbeiten.

- Ein Quadrat jeder Ordnung (von 1 bis 6) an die Tafel zeichnen
- Erklären der durchzuführenden Operationen
- Relation zwischen der Ordnung der Quadrate und der Anzahl der Zellen
- Erkennen der Trivialität des magischen Quadrates der Ordnung 1 und der Nicht-Existenz (Unmöglichkeit) von Modellen der Ordnung 2.

Wie die Versuche der verbalen Erklärungen gezeigt haben, ist der Übergang von der intuitiven zur exakten Idee der Ordnung nicht leicht. Um diese gedankliche Konstruktion zu unterstützen, führten die SchülerInnen eine Zeichenaktivität durch, die wirklich hilfreich war: danach waren sie fähig zu sagen: die Ordnung ist „*die Anzahl der Zellen entlang einer Seite*“ oder „*die Anzahl der Zellen in jeder Reihe*“, „*die Anzahl der Unterteilungen einer Seite*“. Schwierigkeiten traten beim Erkennen und Beschreiben der Schritte der aufeinanderfolgenden Anleitung auf, welche die Entwicklung eines niedrigen Levels an verfahrensorientierter Denkweise von den SchülerInnen verlangte.

Das Konzept der magischen Summe bereitete keine Probleme. In der Diskussion darüber argumentierte ein/eine (schlaue/schlauer) SchülerIn die eindeutige Berechnungsregel der magischen Summe, die auf der Ordnung beruht, womit er/sie den Enthusiasmus seiner/ihrer KlassenkameradInnen weckte.

„Mit Hilfe der Ordnung kann ich die gesamte Anzahl der Zellen herausfinden. Ich muss alle Zahlen von 1 weg bis zur gefundenen Zahl addieren und schlussendlich muss ich diese neue Zahl durch die Zahl der Reihen dividieren.“

Wiederholung aktueller Aufzählung. Immer noch im Klassenverband arbeitend wiederholte die Klasse die Eigenschaften der aktuellen Aufzählung und ihnen wurde aufgetragen die Bedeutung von Ziffer und die Bedeutung von Ziffern in Abhängigkeit ihrer Position zu erklären.

Ein nützliches Instrument, diese Arbeit durchzuführen, war das auf die Tafel Zeichnen einer Tabelle, wie in Foto 3.

0	10	20	30				
1	11	21	31				
2	12	22	32				
3	13	23	33				
4	14	24	34				
5	15	25	35				
6	16	26	36				
7	17	27	...				
8	18	28					
9	19	29					

Foto 3

Dieses Schema ermöglichte den SchülerInnen eine bildliche Vorstellung der gleichmäßigen Verteilung von Einerziffern und Zehnerziffern in geschriebener Abfolge und eine Diskussion der beobachteten Vorkommnisse.

Stunde 3: Entschlüsselung des magischen Quadrates (1 Stunde)

Lösen eines schönen magischen Quadrates. Nachdem die SchülerInnen in Kleingruppen aufgeteilt waren, wurden sie angewiesen ein magisches Quadrat der Ordnung 6, bei dem die originalen alten Symbole durch vertraute Figuren ersetzt worden waren, zu entschlüsseln.

Sie begannen mit Versuchen die Stimmigkeit vom vermuteten Zahlenwert einiger Zahlen zu prüfen. Danach fuhren sie systematischer fort, indem sie einigen, von der Lehrperson gegebenen Tipps folgten und das „Leitschema“, das bis zur Zahl 36 erweitert wurde, verwendeten. Sie konnten die Strategie des Zählens des Vorkommens von Ziffern und Zahlen anwenden und die Ergebnisse vergleichen, um auf Lösungen zu kommen (zuerst entdeckten sie das Symbol der Nummer 3, dann das von 0 ...). (Foto 4a - 4b).



Foto 4a



Foto 4b

Entschlüsselung des magischen Quadrates von Xian. In dieser Stunde wurde jeder Gruppe eine Kopie des antiken chinesischen magischen Quadrates zur Verfügung gestellt und die Aufgabe erteilt, die arabischen Zahlen zu entschlüsseln. Der Zusammenhang zwischen den Symbolen der beiden Quadrate wurde unmittelbar erkannt. (Foto 5)



Photo 5

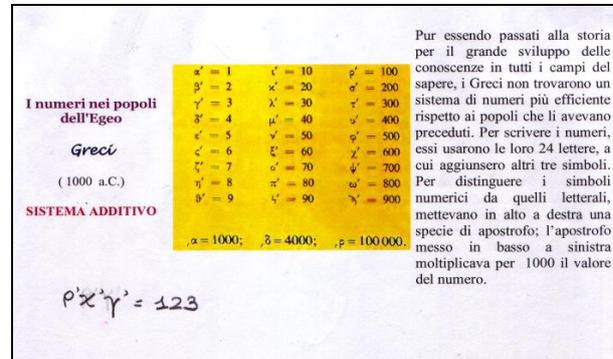


Photo 6

Stunde 4: Zurück zum kulturellen Gesichtspunkt (1 Stunde)

Ein historischer Gesichtspunkt der Evolution der arabischen Ziffern, wurde durch lesen und zusammenfassen im Klassenverband und in Gruppenarbeiten mit dem Material auf neun, von den LehrerInnen vorbereiteten Tischen erarbeitet. Das Material bezog sich auf Zahlensysteme in sumerischen, babylonischen, ägyptischen, indo-arabischen, griechischen, chinesischen, römischen Kulturen und der Kultur der Maya.

Zwei weitere Tische behandelten die „Zahlen der Computer“ und die „Geschichte der Null“.

Jede Gruppe versuchte eine Zahl im vorgegebenen System zu schreiben.

Schlussprüfung (1 Stunde)

Ein letzter Fragebogen (siehe Anhang A.3) wurde den SchülerInnen ungefähr fünf Monate nach dem Ende der Aufgaben ausgeteilt, um die Spuren ihrer Arbeit zurückzuverfolgen. Die Antworten lieferten viele Bildungsrichtlinien. Die wichtigsten und allgemeinsten Richtlinien beziehen sich auf die Dichte und Tiefe des Vorschlag-Inhaltes, der *Zeit* für die Durchführung verlangt, um das volle Lernpotential zu nutzen.

A posteriori Analyse.

Der Vorschlag schien produktiv für das Wecken von Interesse unter verschiedenen Aspekten auf Methodische und Fachbezogenen Levels zu sein: geschichtlicher Zugang, gemeinsames arbeiten, verwendete Hilfsmittel, Rolleninterpretation, Aktivität des Entdeckens und Entschlüsselns.

Im *Emotionalen Bereich*, kann die Erfahrung, trotz mentaler Anwendung, als Spiel gelebt werden. Es kommt zu einem guten Wettbewerb unter den Gruppen. Das neue

Problem des Entschlüsselns von Lösungen erzeugt Momente der Überraschung und Befriedigung, durch das Finden der Lösungen durch Überlegungen und Logische Anstrengungen.

Im *Kognitiven Bereich*, bietet die Aktivität einen Kontext, in dem die Schüler Innen arithmetische Konzepte und Operationen anwenden müssen, indem sie diese wiederholen und das Bewusstsein von Zahlenverhältnissen und Gesetzmäßigkeiten stärken, bekommen sie allgemeine Formeln (die erste natürliche Summe von n , der „Magische Schlüssel“ Wert) und verbessern den Sinn für Symbole.

Die Arbeit fordert und entwickelt Fähigkeiten von:

- Informationen aus einem Text herausholen, um den Text umzuschreiben
- Verstehen von Anleitungen
- Erklären, definieren, Argumentieren.

Die Tätigkeiten hoben Schwierigkeiten hervor, die (in mehreren Fällen) auf ein mechanisches lehren/lernen von Arithmetik zurückzuführen sind. Die Unterrichtssprache scheint linguistische Stereotype zu erzeugen die einem schwachen Begriffskörper ein „Kleid“ geben.

Es wurde sogar eine unerwartete Schwierigkeit im Zeichenprozess eines Quadrates, das durch eine gegebene Anzahl von gleichen Zellen unterteilt werden soll aufgezeigt: Viele Schüler Innen konnten dies nicht auf systematischem Weg ausführen. Sie konnten die Schritte der geometrischen Konstruktion, der strukturierten Figur nicht allein mit Hilfe eines mentalen Bildes wiedergeben.

Die Aktivität ist angemessen für die Weiterbildung von MathematikLehrerInnen (im Dienst und in Ausbildung).

ANHANG

A.1

Die erzählte Geschichte. *Eine unserer Freundinnen, die Archäologin ist, reiste nach China. Dort besuchte sie das Museum von Xian. Hier war sie fasziniert von einem archäologischen Fund: Eine Metallplatte mit dem Bild eines Quadratischen Musters, das außergewöhnliche Zeichen enthielt. Die Tafel unter dem Ausstellungsstück enthielt folgendes: „Magisches Quadrat der Ordnung 6“. Zurück in Italien erkundigte sie sich bei uns über die mathematische Bedeutung der Tafel. Unser Vergnügen beim Lösen des Rätsels hat uns veranlasst euch dasselbe Rätselspiel vorzuschlagen...*

A.2



OSSERVATE QUESTO QUADRATO CON NUMERI NELLE CASELLE
QUI SOTTO ABBIAMO TRASCritto ALCUNI COMANDI E DOMANDE AI
QUALI VI CHIEDIAMO DI PROVARE A RISPONDERE

- Quali numeri compaiono nelle caselle del quadrato?
- Addizionate i numeri di ogni riga del quadrato.
Che cosa potete notare?
- Addizionate i numeri di ogni colonna del quadrato.
Che cosa potete notare?
- E addizionando i numeri di ciascuna diagonale del quadrato.
Che cosa trovate?

ADESSO SCRIVETE TUTTO QUELLO CHE AVETE SCOPERTO

A.3

1. A scuola è arrivato un bambino nuovo...
2. Prova a spiegargli che cos'è un quadrato magico.
3. Digli che cosa ti ha colpito dell'attività svolta per riuscire a decifrare il quadrato magico con le figurine.
4. Il bambino non sa disegnare un quadrato diviso in caselle quadrate uguali.
Raccontagli come si fa.
5. Inoltre è curioso di sapere come si scrive un numero nel nostro sistema di numerazione. Prova a spiegarglielo.

Dritte Ausführung

von Hana Moraová***

2 verschiedene Klassen, 7. und 5. Schulstufe, CLIL-Stunde (Kooperationsstunde?), d.h. sprachliche und mathematische Ziele

gefilmt

1. Ausführung: 7. Schulstufe, CLIL-Stunde, Verwendung des Smartboard – nutzen der Möglichkeit auf ein existierendes Bild des Schildkrötenpanzers zu schreiben, Erfahrung mit Mathematik in der Englischstunde, die Sprache war weniger ein Hindernis.

Sprachliche Ziele: Sprachaktivität – Diskussion von Magie und Wunder, hören – die Lo Shu Legende

Mathematische Ziele: suchen nach Mustern und Gesetzmäßigkeiten, entdecken (wiederentdecken) von Eigenschaften arithmetischer Operationen, Muster in einer Matrix

Vorgekommene Probleme – das Muster der Schildkröte in der Präsentation hatte einen Fehler. D.h. die Zahlen bildeten kein magisches Quadrat

Bei der Aufgabe jede Zahl mit derselben Zahl zu multiplizieren, multiplizierten einige SchülerInnen 1x1, 2x2, 3x3 usw. was keine magische Zahl ergibt.

Aufwärmen: Diskussion – Was sind Legenden, was ist der Unterschied zwischen einer Legende und einem Märchen, gebe Beispiele von Legenden, gefallen dir Legenden und Magie?

Einführung: Erzählen der Legende von Lo Shu

Hauptaktivität:

1. entdecken der Zahlen in einem magischen Quadrat und was ein magisches Quadrat ausmacht (misslang, da die Bild falsch waren)

2. entdecken was passiert, wenn dieselbe Zahl zu jeder Zahl addiert wird; Ist es immer noch magisch? Warum?

3. entdecken was passiert, wenn jede Zahl mit derselben Zahl multipliziert wird (wurde von 2 SchülerInnen missverstanden)

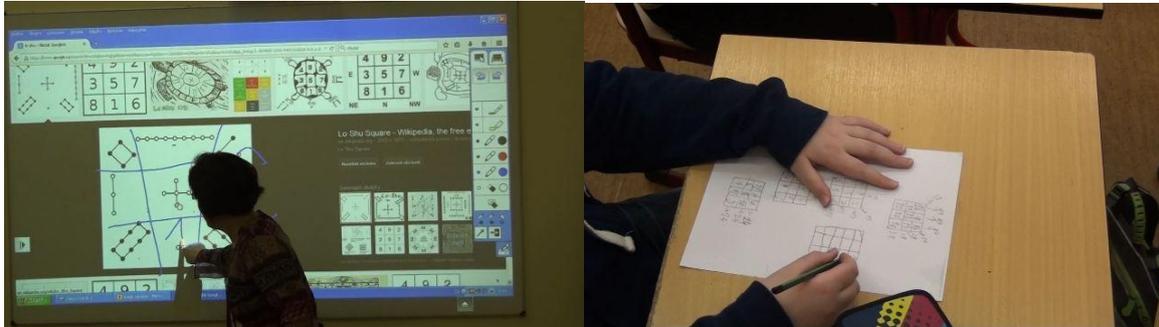
4. entdecken was passiert, wenn Reihen oder Spalten, mit gleichem Abstand vom Zentrum, vertauscht werden

5. zeigen des Prinzips, wie eine Zahl in das magische Quadrat eingetragen wird

*** Faculty of Education - Charles University in Prague, Czech Republic.

6. SchülerInnen arbeiten an einem 5 x 5 Quadrat, versuchen die Zahlen einzutragen, einige werden rechtzeitig und erfolgreich fertig, die Lehrperson überwacht und versucht bei Problemen zu helfen.

Das Ende der Stunde. Die Lehrperson entscheidet sich die gleiche Einheit nochmals durchzuführen und dabei die Probleme dieser Stunde zu eliminieren.



2. Ausführung: 5. Schulstufe, CLIL-Stunde, Verwendung des Smartboards – nutzen der Möglichkeit auf ein existierendes Bild des Schildkrötenpanzers zu schreiben, erste Stunde von Mathematik in Englisch

Sprachliche Ziele: Sprachaktivität – Diskussion Magie und Wunder, hören – die Lo Shu Legende, Einführung vom grundlegenden mathematischen Vokabular in Englisch (ungerade, gerade, multiplizieren, addieren, subtrahieren, Diagonale, Reihe, Spalte)

Mathematische Ziele: suchen nach Mustern und Gesetzmäßigkeiten, entdecken von Eigenschaften arithmetischer Operationen

Der originale Stundenplan wurde angepasst um einige Probleme der vorhergehenden Stunden zu vermeiden (das gewählte Bild hatte das richtige Muster, sodass die SchülerInnen die Zahlen wirklich entdecken konnten)

Aufwärmen: Was ist Magie? Sprachaktivität, Ideen der Kinder hervorlocken

Einführung: Die Lehrperson erzählt die Geschichte von Lo Shu, wobei das Verständnis kontrolliert wird (schwierigere Vokabeln wie Hochwasser, Schildkröte, Opfer)

Hauptaktivität:

1. das Bild des Schildkrötenpanzers wird am Smartboard projiziert, ein Gitter wird darüber gezogen und die SchülerInnen werden gefragt, warum sie glauben, dass es magisch ist.

Die SchülerInnen suchten aktiv nach Zehnern verschiedener Gesetzmäßigkeiten (Muster von ungeraden und geraden Zahlen, die Summe der Zahlen in einem Dreieck, die Summe der Zahlen in den Ecken usw.), nach ca. 7 Minuten des Ausprobierens der Ideen wurde 15 entdeckt (durch die Idee, dass die gegenüberliegenden Zahlen die Summe zehn haben)

2. SchülerInnen wurden aufgefordert dieselbe Zahl zu jeder Zahl zu addieren, eine Zahl mit der jeder/jede arbeiten würde wurde eruiert (6), SchülerInnen arbeiten und finden heraus, dass das Quadrat noch immer magisch ist, die Lehrperson fragt warum?

Nach einigen Vorschlägen sehen die SchülerInnen, dass die Differenz zwischen der originalen Summe 15 und der neuen Summe 33, 18 beträgt. Mit Hilfe der Lehrperson erkennen sie, dass 18 gleich drei Mal sechs ist, d.h. die neue Zahl dreimal in jeder Reihe Spalte und Diagonale addiert.

3. SchülerInnen wurden aufgefordert jede Zahl mit derselben Zahl zu multiplizieren. (Zurückgreifend auf die Erfahrung aus der 7. Schulstufe wurde die Zahl 3 ausgewählt und die ersten drei Zahlen zusammen als Beispiel gerechnet, um Mehrdeutigkeiten zu vermeiden.) SchülerInnen arbeiten und finden heraus, dass das Quadrat immer noch magisch ist, die Summe ist 45, sie werden erneut nach dem Grund warum gefragt.

Das Experiment brachte verschiedene Ideen warum es funktioniert hervor, aber es wurde beträchtliche Hilfe der Lehrperson benötigt, um zu erkennen, dass 15 mal 3 gleich 45 ist, d.h. dass das Multiplizieren jedes Summanden, oder die gesamte Summe mit derselben Zahl, dasselbe Resultat gibt.

Das Ende der Stunde. Da mehr Zeit für die Entdeckung der Magie beansprucht wurde, konnten weniger Aktivitäten ausgeführt werden, Aber die Lehrperson bewertete diese Stunde als die Bessere und förderlicher für die SchülerInnen, die mehr Dinge selbst entdeckt hatten.



Schlussfolgerungen aus den drei Ausführungen

von Marie-Hélène Le Yaouanq und Brigitte Marin

Die ausgeführten Experimente bestätigten das Interesse an „magischen Quadraten“ und die Anpassungsfähigkeit für verschiedene Schwierigkeitsstufen (von CM2 zu 5è, d.h. für die 5. bis 7. Schulstufe).

Zuallererst werden die SchülerInnen in eine Rechercheposition gebracht. Die Präsentation der Legende, der „magische“ Aspekt der Situation, erlaubt eine Beteiligung der SchülerInnen, die aufgeschlossen gegenüber dem spielerischen Zugang und einer Präsentation, die den Eindruck einer Herausforderung vermittelt, sind. Diese Beteiligung bleibt sogar über eine Einheit von drei oder vier Stunden erhalten.

In Frankreich und in Italien, wurde die Einheit mit einer Internetsuche gestartet, gefolgt von Austausch und dem Schreiben einer Zusammenfassung, entwickelt Kompetenzen, die mit suchen, klassifizieren, erkunden von Information zusammenhängen, sowie Kompetenzen in der Beherrschung von geschriebener oder gesprochener Sprache. In der Tschechischen Republik, wo die Entdeckung in Englisch stattgefunden hat, ist den Entdeckungen der französischen Arbeit mit fremden SchülerInnen sehr nahe.

Jedoch zeigen sich Unterschiede in den Ausführungen.

Unterschiede in der Länge von 1 bis 4 Stunden können erkannt werden, welche mit den verschiedenen mathematischen Zielen in Verbindung stehen. Die mathematische Arbeit inkludiert die Entdeckung des magischen Quadrates, aber dann wurde der Fokus auf Aufzählung im Fall von Entschlüsselung des magischen Quadrates oder die Entdeckung von bestimmten mathematischen Eigenschaften eines magischen Quadrates gelenkt.

Der multikulturelle und historische Aspekt wurde in Italien, mit einer Gruppenarbeit über die verschiedenen Nummerierungen, und in Frankreich mit aktivem Austausch in der Klasse, abhängig von der Anwesenheit fremder SchülerInnen, anders gestaltet.

Die Entschlüsselung des antiken magischen Quadrates, legt den Schwerpunkt auf die Schwierigkeit des Symbolismus, aber auch auf reelle Argumentationsschwierigkeiten, die Aufzählung und die Position einer Figur in einem Kontext betreffen, der sich von „klassischen“ Übungen unterscheidet, was zu stereotypen Antworten führen kann, ohne das Konzept stark genug zu konstruieren. Der geschichtliche Aspekt und das Untersuchen verschiedener Nummerierungen, ist folglich eine interessante Erweiterung aus einem mathematischen Blickpunkt.

Die Entschlüsselung des magischen Quadrates bestätigt, dass die linguistischen und kognitiven Aspekte eng miteinander verbunden sind. Deshalb zwingt die Schwierigkeit mathematischen Argumentierens SchülerInnen dazu, sich in exakter

Weise auszudrücken, um vorwärtszukommen und, andererseits, Schwierigkeiten im Ausdrücken, was sie aus mathematischer Sichtweise perfekt verstanden haben, weisen sie auf die Notwendigkeit hin, an ihrer Sprache zu arbeiten. Der Fall, der untersucht wurde, scheint einen Kontext zu bieten, der die Entwicklung von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen fördert, während er für die SchülerInnen motivierend bleibt und anpassungsfähig für verschiedene Schulstufen und verschiedene Ziele ist.