

UN ANCIEN CARRE MAGIQUE

par Marie-Hélène Le Yaouanq* et Brigitte Marin*

INTRODUCTION

Cette séquence d'enseignement a pour objectif de faire travailler les élèves à la fois sur la numération décimale et l'usage de la langue française, à l'écrit et à l'oral, en mathématiques, tant du point de vue lexical que de l'explicitation de raisonnements. Il s'agit également d'offrir la possibilité d'échanges verbaux sur la numération écrite et orale utilisée hier et aujourd'hui, dans différents pays et de mettre en valeur l'apport d'autres civilisations à la construction des mathématiques en Europe.

La séquence s'appuie sur cet ancien carré magique découvert en 1956.



http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Grenier/car_mag.html

* Université UPEC - ESPE, Créteil (France).

Pilotage principal

par Marie-Hélène Le Yaouanq et Brigitte Marin

Travail en formation

La première étape du projet s'est déroulée lors d'un stage de formation continue dédié à l'utilisation de l'histoire des mathématiques en classe. Le document représentant l'ancien carré magique a été donné tel quel aux enseignants. Il s'agissait pour eux de découvrir les nombres, dans leur écriture actuelle, qui se cachent sous les symboles.

La plupart d'entre eux ne connaissant pas les chiffres arabes figurant dans ce carré, durent chercher une stratégie pour le décrypter. Trois enseignants de langue maternelle arabe ont transcrit directement le carré et ont trouvé qu'il n'était pas magique ! Il leur a été demandé de mettre en place une autre démarche. Les essais de démarche algébrique ont été abandonnés assez vite et des raisonnements sur les chiffres des unités et des dizaines, sur leurs nombres d'apparitions ont été mis en place.

Une fois le carré décrypté, les formateurs ont apporté des informations sur les symboles utilisés, ancêtres des chiffres arabes actuels, la graphie de quelques chiffres ayant évolué, ce qui avait induit certains en erreur. Ils demandèrent ensuite aux enseignants de concevoir une utilisation de ce document en classe.

Cette première partie avait donc un double objectif pour les formateurs : d'une part mettre les enseignants en situation de recherche, ce qu'ils ont à reproduire en classe avec leurs élèves, d'échanger avec eux sur leurs pratiques, et d'autre part de leur faire prendre conscience des difficultés de la recherche sur le document proposé pour leur permettre d'adapter la situation.

Analyse a priori

1. Les concepts mathématiques mis en jeu et les programmes

Les activités des élèves s'appuient sur la numération et sur des relations additives. Le travail sur l'écriture décimale, d'abord des entiers puis des fractions décimales est effectué à l'école primaire mais de nombreuses difficultés perdurent encore en classe de 6e. Il est explicitement attendu dans le programme de la classe de 6e que l'élève soit capable de "connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier ou d'un décimal."

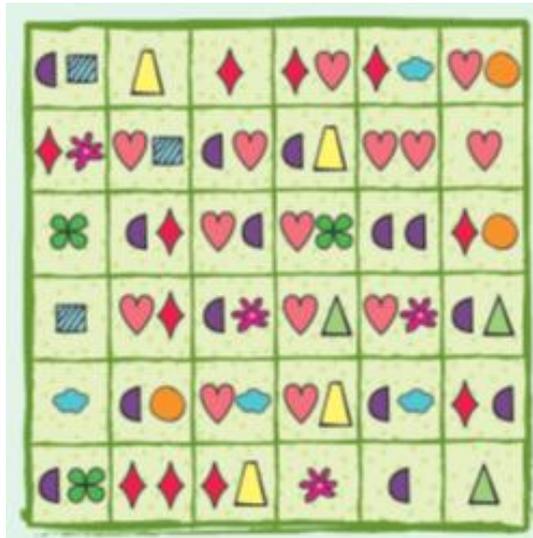
L'ancrage du travail proposé dans la classe de 6e est donc naturel.

Ce travail repose aussi sur le goût de la recherche, la capacité à enchaîner plusieurs étapes de raisonnement éventuellement de types différents, à utiliser des ordres de grandeurs.

2. Les difficultés prévisibles et les adaptations proposées

Les professeurs ayant étudié le carré magique initial ont eux-mêmes mis en avant certaines difficultés :

- la difficulté de désigner les signes apparaissant dans ce carré ce qui rend compliquée la moindre communication d'un raisonnement. Ils ont alors proposé de remplacer pour les élèves ces chiffres arabes anciens par des dessins de figures mathématiques ou d'objets de la vie courante. Des termes mathématiques et des termes de la vie courante seront donc sollicités pour les désigner, faisant travailler le lexique mathématique ou ordinaire.



Le carré transposé

- la difficulté à s'assurer que les élèves comprennent bien ce qu'est un carré magique a conduit à proposer une première étape de travail pour découvrir des carrés magiques de dimensions plus petites (3×3 ou 4×4).
- la bonne compréhension de certains termes comme chiffres, nombres, lignes, colonnes, diagonales, addition, somme dont l'emploi sera nécessaire. Le travail de découverte du carré magique devrait permettre de les (re)mettre en place.
- la recherche de la constante magique du carré 6×6 nécessite d'ajouter les nombres entiers consécutifs de 1 à 36 et il a été jugé plus pertinent de la donner pour ne pas ajouter de difficultés au démarrage de l'activité.

3. Description de la séquence

a. Déroulement prévu

La séquence a été adaptée en collaboration avec le professeur qui l'a mise en œuvre en prévoyant un déroulement sur 3 séances soit 4 heures.

Séance 1 : Découverte des carrés magiques (1 heure)

Le professeur propose sur un logiciel collaboratif (Framapad¹) une mission à ses élèves: il s'agit de découvrir une légende, celle de la tortue du fleuve Lo.

Les élèves disposent chacun d'un ordinateur portable connecté à Internet et lancent des recherches sur cette légende. Il leur faut découvrir ce qui se cache derrière le

¹ <http://framapad.org/>

nombre 15, crucial dans la légende, et qui n'est autre que la constante d'un carré magique 3×3 . Ils ont ensuite à vérifier qu'un carré donné est magique puis à compléter trois carrés pour qu'ils soient magiques.

Pour finir, ils doivent rédiger sur l'outil collaboratif une synthèse de ce qu'ils ont appris.

Séance 2: Travail en groupe sur le carré transposé (2 h)

Le carré transposé est distribué aux élèves, accompagné de questions devant leur permettre de le décrypter. Les élèves travaillent par groupes de 3 ou 4 afin de favoriser les échanges et la formulation des raisonnements.

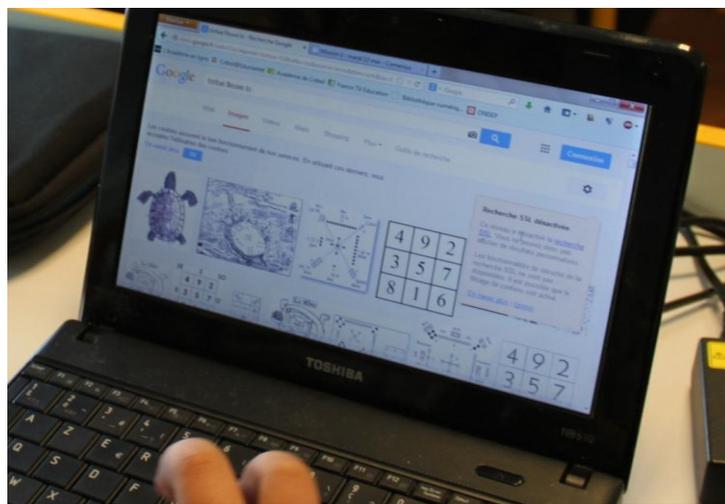
La séance est filmée et les dialogues entre élèves enregistrés.

Séance 3: Synthèse collective (1 h)

Cette séance sera consacrée à un retour sur le travail effectué, à l'étude du carré initial ainsi qu'à des échanges et des apports culturels et historiques.

b. Déroulement réel et analyse

Séance 1: L'aspect "mission" a fortement motivé les élèves lors de la première séance. De grandes différences dans la maîtrise de la recherche d'informations sur Internet ont pu être observées, par exemple dans l'utilisation ou non de mots-clés dans un moteur de recherche, puis lors de la sélection parmi les sites proposés, le choix de demander du texte ou des images de réécrire ou de copier-coller pour répondre aux questions dans le document du professeur.



Ces compétences de recherche et de sélection de l'information demandée, puis de travail commun grâce à des outils collaboratifs figurent dans les compétences à travailler au collège.

L'écriture collective de la synthèse a commencé pour les plus rapides en fin de séance et s'est poursuivie pour les autres le lendemain depuis leur domicile. On a pu observer que les élèves les plus rapides ont axé leur synthèse uniquement sur le carré magique, alors que les élèves ayant plus de difficultés lors de la séance restent sur la légende et consacrent leur synthèse à une description de la tortue.

Conclusion Mission 1 Maths

Bienvenue dans ce pad

La première chose à faire est d'entrer votre nom ou votre pseudo dans le champ en haut à droite, afin que les futurs collaborateurs puissent facilement vous identifier. Vous pouvez également modifier votre couleur en cliquant sur le carré à gauche du nom.

Tu rédigeras ici ce que tu appris à la fin de la mission 1 :

J'ai appris que le carée magique est un carée ou dans chaque ligne la somme est égale dans chaque ligne.

J'ai appris que le carré magique est un carré où il y a des chiffres en lignes, est quand on additionne chaque ligne, on obtient le même résultat.

J'ai appris que dans un carré magique chaque si on les additionnes sa fait la même sommes

J'ai d'ou venait les carrés magiques et que dans le carré magique 3x3 on doit trouver 8sommes dans le carrés dont les valeurs sont égales

Aujourd'hui nous avons appris comment résoudre un carré magique il fallait additionner les chaque ligne et ça nous donner le résultat .

On a vu la légende de la tortue du fleuve de Lo et que sur sont dos il y avait des points comme sur le dos de la tortue on peut y voir des points comme un sudoku il faut juste additionner les colonnes pour trouve le même nombre partout .

puis il fallait deviner pour le carré de l'activité est t-il magique puis après avoir compris tout cela il fallait en compléter d'autre un peu plus difficile.

Inviter d'autres utilisateurs.

Share this pad

léa: salut 17:08
 Sophie: Salut vous aller bien 17:20
 Clara: coucou 17:25
 Clara: ^^ 17:25
 Clara: aujourd'hui on a vue une nouvelle légende qui parle d une tortue qui a des petits signes sur son dos . 17:27
 keeven: salut les gens 17:38
 unnamed: Bravo les 6B, vos écrits sont déjà bien 20:13

Certains relisent et corrigent des fautes dans des phrases déjà écrites par d'autres(changement de couleur dans la ligne). Des activités d'écriture, de lecture et correction et de révision d'écrits intermédiaires sont en jeu, de façon différenciée, sur un temps court et bien intégré dans le travail en mathématiques.

Bienvenue dans ce pad

La première chose à faire est d'entrer votre nom ou votre pseudo dans le champ en haut à droite, afin que les futurs collaborateurs puissent facilement vous identifier. Vous pouvez également modifier votre couleur en cliquant sur le carré à gauche du nom.

Tu rédigeras ici ce que tu appris à la fin de la mission 1 :

J'ai appris que le carée magique est un carée ou dans chaque ligne la somme est égale dans chaque lignes

J'ai appris que le carré magique est un carré où il y a des chiffres en lignes, est quand on additionne chaque ligne, on obtient le même résultat.

J'ai appris d'ou venait les carrés magiques et que dans le

On a vu la légende de la tortue du fleuve de Lo et que sur sont dos il y avait des points comme sur le dos de la tortue on peut y voir des points comme un sudoku il faut juste additionner les colonnes pour trouve le même nombre partout .

puis il fallait deviner pour le carré de l'activité est t-il magique puis après avoir ccela il fallait en compléter d'autre un peu plus difficile.

Nous avons étudié la légende de la tortue de Lo en mathématique sur la carapace il y avait des signes. Chaque signes représente un numéros est sa formait un carré magique que l'on devaient résoudre .Pour le résoudre il fallait additionner les lignes verticales et les lignes horizontale

Avec l'aide du professeur ils écrivent une synthèse de ce qu'ils avaient appris avec l'outil collaboratif.

Les élèves nouvellement arrivés en France (ENAF) ont eu seulement à écrire sur papier une phrase décrivant ce qu'ils avaient vu (la tortue, les points, ..).

Séance 2: La séance débute par un retour sur la synthèse collective sur l'outil collaboratif, alimentée par certains élèves entre les deux séances, pour la simplifier et la compléter. La recherche sur le carré transposé peut ensuite commencer. Une difficulté importante apparaît au début de cette activité : les élèves comprennent bien que chaque symbole cache un chiffre, mais pour certains les dix symboles représentent donc 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Interpréter l'information selon laquelle ce carré contient des nombres entiers consécutifs à partir de 1 pose aussi problème puisque pour la plupart, les nombres commencent à 10 voire 11. C'est une difficulté

imprévue : pour ces élèves 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 ne sont pas des nombres mais des chiffres. Une autre difficulté consiste à bien différencier le nombre d'apparitions d'un symbole du chiffre qu'il représente. La découverte des deux premiers chiffres prend beaucoup de temps, la recherche se fait plus aisément ensuite mais quatre symboles restent à décrypter en fin de séance.

Séance 3: La recherche est rapidement achevée. Certains élèves se rendent compte que l'une des diagonales n'a pas été utilisée dans le raisonnement et demandent de vérifier la somme des nombres inscrits sur cette diagonale.

Le carré initial est ensuite donné aux élèves en expliquant sa découverte en Chine. Un élève fait l'analogie avec le carré décrypté. Un autre élève, nouvellement arrivé en France, lit et écrit certains des chiffres arabes qu'il reconnaît, suscitant un très vif intérêt de la part de la classe. Les élèves font alors preuve de beaucoup d'imagination pour proposer des explications au fait que ce carré ait pu se retrouver en Chine ! Un apport est fait par le professeur sur l'histoire des chiffres arabes.

Analyse a posteriori

Nous pouvons tout d'abord noter que cette séquence a suscité l'intérêt des élèves. Des compétences de lecture, de recherche et de tri d'informations ont été travaillées. L'utilisation d'un outil collaboratif a permis d'amener certains élèves à intervenir à l'écrit de façons diverses : écrire, réécrire, réviser, corriger.

Nous remarquons également que certains termes mathématiques ne sont pas employés spontanément en début de séquence, comme "lignes" et "colonnes" remplacées souvent par "lignes horizontales" et "lignes verticales" mais qu'ils le sont en fin de séquence.

La désignation des symboles a en revanche montré une réelle différence entre les EANA² et les autres élèves.

Les élèves allophones arrivants³ s'appuient sur la langue scolaire, utilisant le vocabulaire appris en cours de mathématiques depuis leur arrivée (entre 1 mois et 5 mois): ils citent donc le cercle, le demi-cercle, le losange, le triangle et le rectangle. Les élèves francophones ont davantage recours à des objets de la vie réelle (lune, chausson aux pommes); ils ont eu ainsi des difficultés à désigner la figure rouge, aucun ne proposant le losange ; enfin, tous ont parlé de carré au lieu de rectangle, semblant utiliser un terme générique en référence à un concept quotidien au lieu du concept scientifique étudié en cours de mathématiques ; ceci n'a en fait posé aucun problème de communication entre eux.

Les principales difficultés sont clairement apparues dans la compréhension des questions et l'explicitation des raisonnements. Des constructions syntaxiques

² "Elèves allophones nouvellement arrivés" en France Trois élèves de langue portugaise, un élève venant du Bangladesh, un du Pakistan et un de Sri Lanka

³ Trois élèves de langue portugaise, un élève venant du Bangladesh, un du Pakistan et un de Sri Lanka

complexes sont utiles par moment et appellent un travail de reformulation. Mais, surtout, le langage utilisé doit traduire précisément les notions en jeu. Les significations des termes "chiffres" et "nombres" varient selon le contexte, dans la langue naturelle ou en mathématiques, et il est apparu que ces notions mathématiques n'étaient pas réellement maîtrisées par la quasi-totalité des élèves. Ceux-ci exécutent pourtant sans difficulté des tâches scolaires isolées classiques et répétées du travail sur la numération comme "donner le chiffre des dizaines d'un nombre".

Le cadre de la résolution de problème, en situation de communication et d'interactions, met en jeu un autre niveau de disponibilité des savoirs mathématiques et de maîtrise de la langue.

Bibliographie, sitographie

Chabanne J.-C., Bucheton D. (2002) *Écrire en ZEP : un autre regard sur les écrits des élèves*, Delagrave édition - CRDP Versailles <http://www.cndp.fr/bienlire/04-media/b-biblio03.asp?prodid=42772> (available address on 2015 May 01)

Vygotski, L.S. (1934). *Pensée et Langage*, Editions sociales (Traduction de F.Sève, 1985).

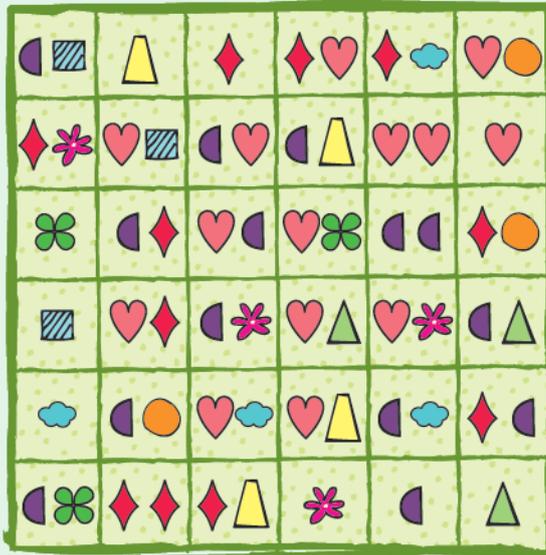
Marin B. (2011-2012), La reformulation en classe: un discours équivoque, *La construction des inégalités scolaires*, sous la direction de Rochex J.-Y., Crinon J., Presses Universitaires de Rennes.

Ifrah G. (1994), *Histoire universelle des chiffres*, édition Robert Laffont.

Saint-Andrews University, *The Arabic numeral system*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Indexes/Arabs.html> (available address on 2015 May 01)

Annexe 1 (source : Hélice, 6th, Didier)

@ Un grand carré magique



Ce carré est magique mais chaque chiffre est remplacé par un symbole. Cherchons à découvrir tous les nombres contenus dans les cases !

1 Préparation du travail

- a/ Reproduire ce carré avec des cases vides.
- b/ Dessiner sous ce carré les symboles utilisés dans le carré magique ci-contre.

2 La constante magique

La constante magique de ce carré est 111. Expliquer ce que cela signifie.

3 Les chiffres des dizaines

a/ Ce carré contient les premiers nombres entiers à partir de 1.

Quels sont les nombres qu'il contient ? Quels sont les chiffres des dizaines possibles ?

b/ Compter le nombre d'apparitions de chaque symbole comme chiffre des dizaines et démasquer un premier chiffre.

c/ Écrire le chiffre démasqué dans le carré vide partout où il se trouve.

d/ Dans la 1^{re} colonne, quel doit être le chiffre des dizaines inconnu pour pouvoir obtenir la constante magique ? En déduire le 3^e chiffre des dizaines à démasquer. Compléter le carré.

4 Les chiffres des unités

a/ Quel symbole des chiffres des unités n'est jamais seul dans une case ? Quel chiffre cache-t-il ?

b/ Observer la dernière colonne : quel chiffre permet-elle de découvrir ?

c/ Quel chiffre la 3^e ligne permet-elle de découvrir ?

d/ Quel autre chiffre peut-on alors connaître ? (Penser aux diagonales.)

e/ Finir de remplir le carré. Vérifier que le carré obtenu est bien magique !

5 Un carré bien ancien

Observer un très vieux carré magique conservé au musée de Xian en Chine, sur le site :

http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Grenier/car_mag.html. Traduire chacun des chiffres inscrits.

Deuxième pilotage

par Maria Piccione*

Introduction

L'activité proposée concerne des concepts arithmétiques: en particulier, la numération (décimale et l'écriture décimale) ; les relations additives ; de façon plus générale la représentation symbolique. Mais cela soulève aussi bien sûr naturellement des questions géométriques. Cette proposition offre bien un contexte adéquat pour traiter des contenus fondamentaux du programme en collège, comme on peut le trouver dans les indications ministérielles.

Cela a d'abord été décrit par le formateur et discuté avec les deux professeurs des classes où le sujet devait être piloté.

Activité proposée

L'activité fait référence au décryptage d'un ancien carré magique découvert en Chine. Elle vise déjà à revisiter des concepts connus, pour améliorer leur connaissance et expliciter certaines propriétés fondamentales, et aussi à développer le sens d'un symbole.

La situation d'apprentissage est adaptée pour promouvoir le développement des compétences linguistiques en comprenant et en écrivant un texte et en argumentant (en expliquant des plans et des stratégies de solutions).

On peut utiliser une perspective historique et multiculturelle pour donner un aperçu des développements de la numération écrite et orale d'hier et d'aujourd'hui, dans des pays et cultures variés.

Le pilotage

La séquence d'enseignement a été conduite par deux professeurs, avec la collaboration du formateur, dans deux classes de la seconde année (classe de 5ème) du collège « G.Papini » (Castelnuovo B.ga, Sienne), impliquant 42 élèves. L'activité a été menée à bien en suivant la conception générale fournie par l'équipe française, élaborée en trois séances, en ajoutant deux éléments, le premier étant une digression géométrique et le second un procédé arithmétique de construction.

Ces deux points n'étaient pas prévus dans le plan original, mais ils ont émergé durant le travail en classe correspondant respectivement à des objectifs *métacognitifs-linguistiques et cognitifs* :

- laisser les élèves réfléchir à la difficulté d'expliquer en termes disciplinaires une démarche même apparemment simple (à savoir la construction d'un carré subdivisé en cases identiques);

* Département de l'Information, l'Ingénierie et des Mathématiques, Université de Sienne, Italie

- Permettre aux élèves de construire une image mentale claire quant à la manière dont les entiers naturels peuvent être rangés dizaine par dizaine, ce qui met l'accent sur la répétition des chiffres dans le rôle des unités ou dizaines de 0 à 99.

Nous n'avons pas pu utiliser le logiciel collaboratif Framapad à cause de problèmes de gestion de la salle informatique : néanmoins cette différence par rapport à la direction donnée dans le plan original n'a pas compromis le travail du point de vue des aspects cognitifs, encore mieux cela a donné à tous la possibilité de contribuer à cela d'une certaine manière (au moins juste en écrivant des nombres)

Séance 1: Une approche des carrés magiques (3 heures)

Présentation de la tâche. Le travail a commencé par une courte histoire racontée par le formateur (voir l'annexe - A.1), qui a ensuite montré aux élèves une photocopie du carré



L'attention a été portée sur le mot "carré" pour vérifier la capacité à donner la signification d'un terme géométrique très courant.

Des difficultés inattendues en rapport avec les concepts "côté" et "angle droit" sont apparues, contrairement à ce qui s'est passé pour « égalité entre segments » et « égalité entre angles », immédiatement compris en terme de « superposition ».

Précisément, le mot "côté" fit référence au début au mot "contour", en améliorant progressivement la formulation des phrases vers la bonne définition, de la façon suivante : " la partie du contour" ; « la partie du contour entre deux sommets » ; « un segment reliant deux sommets » ;

- Le mot " angle droit" a causé des difficultés à la fois dans l'expression de phrases complètes et dans l'explication de la construction du pliage du papier, comme illustré ci-dessous: "l'espace compris entre deux segments consécutifs..." ; « je plie une fois une partie de la feuille et ensuite je plie l'autre partie vers l'intérieur, en prenant garde de la mettre soit avant, soit après » ; « (.....) et ensuite je plie le second pli sur le premier » ; dans quelques cas, cela fut relié à « la mesure », et à « l'incidence entre une ligne droite horizontale et une ligne droite verticale ».

Il fut alors nécessaire d'étudier les expressions "carré magique" et "carré d'ordre 6". Cette question lança une recherche sur internet.

Recherche sur internet et reprise des résultats. En salle informatique, les élèves par groupes de 2-3 à la table de chaque ordinateur, commencèrent à chercher sur internet. Puis chaque groupe a écrit un texte en reprenant l'information qu'il avait trouvée et jugée pertinente, et aussi sur l'histoire des carrés magiques .

Les élèves de chaque groupe lurent le texte à voix haute. Quelques termes spécifiques ont émergé, tels que « tableau », « ordre », « somme magique » dont on donna un aperçu tout en lisant ; de plus quelques propriétés ont été ciblées, en particulier l'existence et l'unicité des carrés magiques dépendant de l'ordre, suscitant un sentiment d'émerveillement pour un grand nombre d'entre eux, avec le surprenant bond du nombre de carrés magiques en passant de l'ordre 3 à l'ordre 4 (de 1 à 880), et en passant de l'ordre 4 à l'ordre 5 (de 880 à 275.305.224) pour atteindre comme ordre de grandeur le milliard de milliards à l'étape suivante.

Travaillant de façon collaborative, les informations recueillies par les différents groupes ont été réunies dans un seul texte écrit par un élève, avec l'objectif d'être montré à la fin sur un poster exposé. (Photo 1).

Entraînement sur un cas simple. Un document annexe, contenant l'image en couleur d'un carré 3X3 et des questions sur quel type de nombres apparaissent dans le carré et quelles propriétés ils satisfont en respectant la somme dans chaque « ligne », « colonne » et « diagonale », a été distribué à tous les groupes (voir annexe-A2). Cette activité a permis aux élèves de consolider les propriétés définissant un carré magique. Presque chaque élève a pu comprendre et exprimer ce concept en utilisant les termes « ligne », « colonne », « diagonale », « constante », ou au moins a pu indiquer ces termes par des gestes. (Photo 2)



Photo 1



Photo 2

Séance 2: Débat sur les mots "ordre d'un carré" et "somme magique" (2 heures)

Les élèves ont été intrigués par les nouveaux concepts « ordre d'un carré » et « somme magique ».

En classe entière, avec le guidage des questions posées par le professeur, les activités suivantes concernant l'ordre d'un carré ont été menées à bien :

- discussion sur le concept
- dessin au tableau du carré correspondant à chaque ordre (de 1 à 6)
- explication des opérations à effectuer
- relation entre l'ordre du carré et le nombre de ses cases
- constatation de la banalité d'un carré magique d'ordre 1 et de la non existence (impossibilité) d'exemples d'ordre 2.

La transition de l'idée intuitive de l'ordre à sa définition rigoureuse n'as pas été facile, comme l'ont montré plusieurs explications orales(.....).Justepour soutenir cette construction conceptuelle, l'activité dessin a été menée à bien et a eu un résultat vraiment très utile.

Le concept de somme magique n'a pas soulevé de problèmes; la discussion concernant cela a même conduit un élève à expliciter la démarche pour calculer la somme magique à partir de l'ordre, suscitant l'enthousiasme de ses camarades :

“ Avec l'ordre je peux trouver le nombre total de cases, ensuite je dois additionner tous les nombres de 1 jusqu'à ce nombre trouvé et enfin je dois diviser le résultat par le nombre de lignes”.

Rappels sur la numération actuelle. Travaillant toujours en classe entière, on fit un rappel des propriétés de la numération actuelle, en demandant d'expliquer le sens d'un chiffre et le sens d'un chiffre qui dépend de sa position.

Un outil utile pour effectuer ce travail a été le dessin d'une table sur le tableau comme cela apparaît sur la figure 2

0	10	20	30					
1	11	21	31					
2	12	22	32					
3	13	23	33					
4	14	24	34					
5	15	25	35					
6	16	26	36					
7	17	27	...					
8	18	28						
9	19	29						

Figure1

Les élèves ont pu grâce à ce procédé obtenir une image mentale de la distribution régulière des chiffres des unités et des chiffres des dizaines dans la liste écrite et argumenter sur les occurrences observées.

Séance 3. Décryptage du carré magique (1 heure)

Résolution d'un joli carré magique. Les élève sont appliqués par petits groupes à résoudre un carré magique d'ordre 6 où les symboles du carré original étaient remplacés par des figures familières.

Ils ont commencé par des essais à tester la cohérence de valeurs numériques supposées de quelques figures ; puis ils ont continué de manière plus systématique en suivant aussi quelques pistes données par le professeur et en utilisant le «procédé du guide » prolongé jusqu'au nombre 36. (Photo 4a et 4b)



Photo 4a



Photo 4b

Décryptage du carré magique de Xian. Le professeur donna alors à chaque groupe une copie de l'ancien carré magique chinois avec pour tâche de décrypter les nombres arabes qu'il contenait. La correspondance entre les symboles des deux carrés fut immédiate. (Photo 5). [\(link5\)](#)



Photo 5

I numeri nei popoli dell'Egeo Greci (1000 a.C.) SISTEMA ADDITIVO	α' = 1	ζ' = 10	ρ' = 100
	β' = 2	χ' = 20	σ' = 200
	γ' = 3	λ' = 30	τ' = 300
	δ' = 4	μ' = 40	ν' = 400
	ϵ' = 5	ν' = 50	ϕ' = 500
	ζ' = 6	ξ' = 60	χ' = 600
	η' = 7	\omicron' = 70	ψ' = 700
	θ' = 8	π' = 80	ω' = 800
	ι' = 9	ς' = 90	ξ' = 900
	α = 1000;	β = 4000;	ρ = 100 000.

Pur essendo passati alla storia per il grande sviluppo delle conoscenze in tutti i campi del sapere, i Greci non trovarono un sistema di numeri più efficiente rispetto ai popoli che li avevano preceduti. Per scrivere i numeri, essi usarono le loro 24 lettere, a cui aggiunsero altri tre simboli. Per distinguere i simboli numerici da quelli letterali, mettevano in alto a destra una specie di apostrofo; l'apostrofo messo in basso a sinistra moltiplicava per 1000 il valore del numero.

$\rho'\chi'\gamma' = 123$

Phot 6

Séance 4. Retour sur l'aspect culturel (1 heure)

On fit une vision historique de l'évolution des chiffres arabes en lisant et en résumant dans des groupes de travail en classe neuf documents annexes préparés par les professeurs, sur les systèmes de numération dans les cultures sumérienne, babylonienne, égyptienne, indo-arabe, maya, grecque, chinoise et romaine.

Deux documents annexes supplémentaires concernaient les « nombres des ordinateurs » et l' « histoire du zéro »

Chaque groupe a essayé d'écrire un nombre dans le système qui lui avait été fourni.

Commentaires.

Cette proposition d'activité a la particularité de déclencher l'intérêt des élèves pour le rôle d'enquêteurs qu'ils ont le sentiment de jouer

L'expérience, malgré son application mentale, a été vécue comme un jeu, avec même un sentiment de bonne compétition entre les groupes. Il y a eu des moments de joie.

L'activité offre un contexte dans lequel les élèves peuvent mettre en œuvre des concepts et des opérations mathématiques, en les revisitant et en augmentant la connaissance des propriétés et des régularités ; en obtenant des formules générales (la somme des n premiers entiers naturels, la valeur de « la clef magique ») ; en améliorant le sens du symbole.

Ce travail demande et développe la capacité :

- de prendre de l'information dans un texte pour en réécrire un
- de comprendre les instructions
- d'expliquer, de définir, d'argumenter.

L'activité a mis l'accent sur des difficultés, nous faisons référence (dans plusieurs cas) à un apprentissage mécanique de l'arithmétique .

Nous pensons que le langage exposé dans l'enseignement conduit à générer des stéréotypes qui donnent un "habit" à un faible corps conceptuel.

Mais même une difficulté inattendue est apparue dans la démarche pour dessiner un carré subdivisé en un nombre donné de cases identiques : de nombreux élèves font cela de manière désordonnée, se rappelant simplement une image mentale sans pouvoir expliquer les étapes de la construction géométrique de cette figure structurée.

ANNEXES

A.1

Une histoire ancienne.

Une de nos amies archéologues allant travailler en Chine, a visité le musée de Xian, où elle fut intriguée par une trouvaille archéologique : une assiette en métal avec l'image d'un carré contenant des signes étranges.

En légende sous le carré il y avait la phrase "carré magique d'ordre 6". De retour en Italie, elle nous interrogea sur la signification mathématique de la plaque. Notre amusement à résoudre l'énigme est ce pourquoi nous vous proposons le même jeu de découverte....

A.2



OSSERVATE QUESTO QUADRATO CON NUMERI NELLE CASELLE
QUI SOTTO ABBIAMO TRASCritto ALCUNI COMANDI E DOMANDE AI
QUALI VI CHIEDIAMO DI PROVARE A RISPONDERE

- Quali numeri compaiono nelle caselle del quadrato?
- Addizionate i numeri di ogni riga del quadrato.
Che cosa potete notare?
- Addizionate i numeri di ogni colonna del quadrato.
Che cosa potete notare?
- E addizionando i numeri di ciascuna diagonale del quadrato.
Che cosa trovate?

ADESSO SCRIVETE TUTTO QUELLO CHE AVETE SCOPERTO

OSSERVATE QUESTO QUADRATO CON NUMERI NELLE CASELLE
QUI SOTTO ABBIAMO TRASCritto ALCUNI COMANDI E DOMANDE

Troisième pilotage

par Hana Moraová^{***}

2 classes différentes, élèves de CM2 et 5ème, cours CLIL, c'est-à-dire avec pour objectifs l'apprentissage d'une langue et des mathématiques

Enregistrement vidéo

1er pilotage: classe de 5ème, cours CLIL, utilisation du tableau numérique-en utilisant la possibilité d'écrire sur la carapace de la tortue, avoir une expérience des mathématiques dans des cours d'anglais, sans le langage d'un obstacle.

Objectifs linguistiques: activité orale- débat sur miracles et magie, écoute – la légende de Lo Shu

Objectifs mathématiques : recherche de motifs, découverte (redécouverte) des propriétés des opérations arithmétiques, dessins dans un quadrillage.

Problèmes rencontrés- il y avait une erreur dans la présentation du dessin sur la tortue, c'est-à-dire que les nombres obtenus ne donnaient pas un carré magique.

Quand on demandait de multiplier chaque nombre par le même nombre, des élèves faisaient comme multiplication 1×1 , 2×2 , 3×3 etc..., ce qui ne donne pas un nombre magique.

Préparation: débat-que sont des légendes, quelle est la différence entre une légende et un conte de fées, donner des exemples de légendes, aimez-vous les légendes et la magie ?

Introduction: La légende de Lo-Shu est racontée.

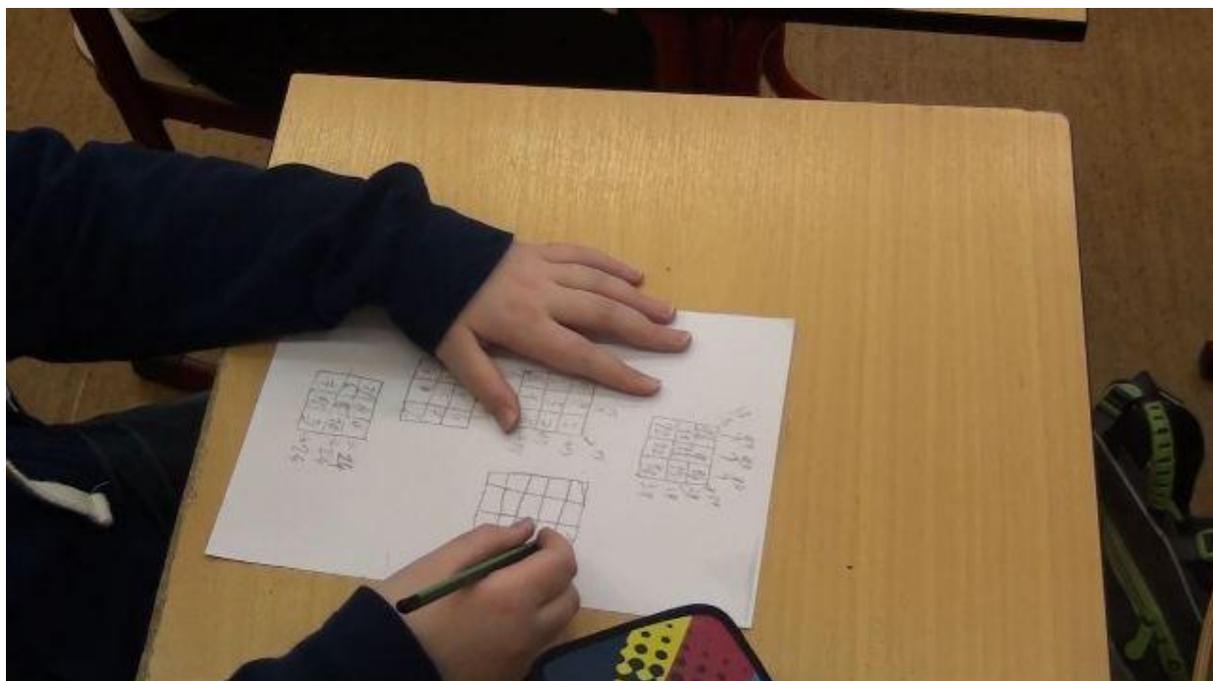
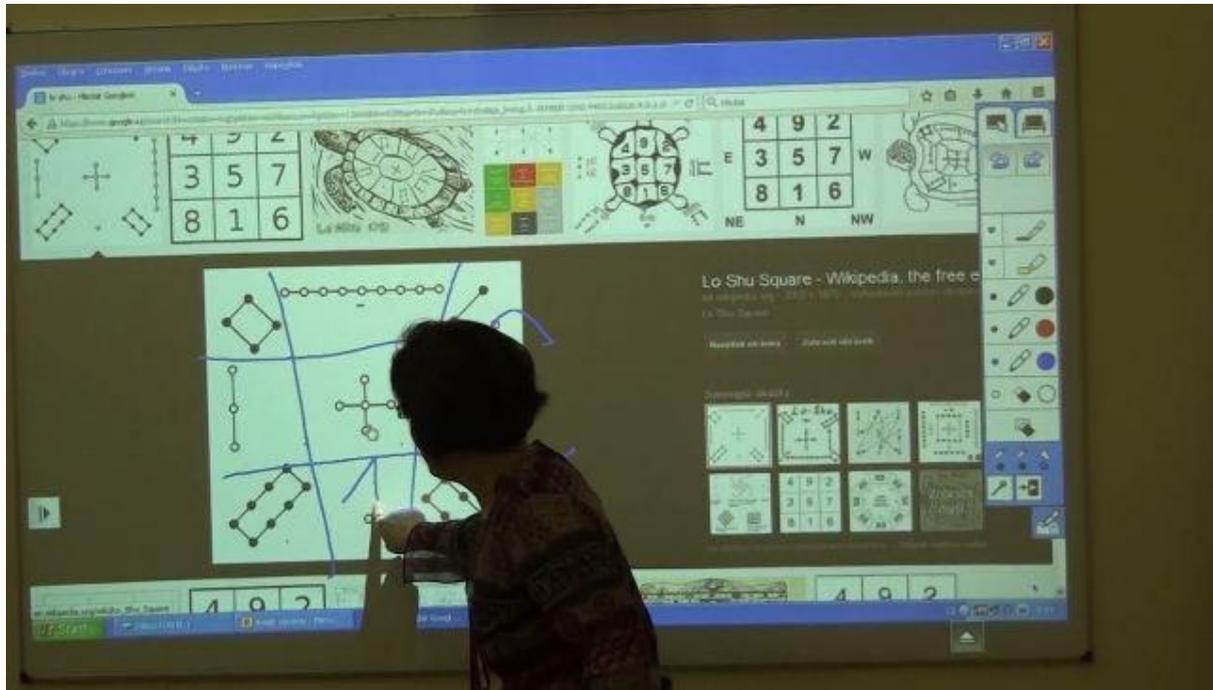
Activité principale

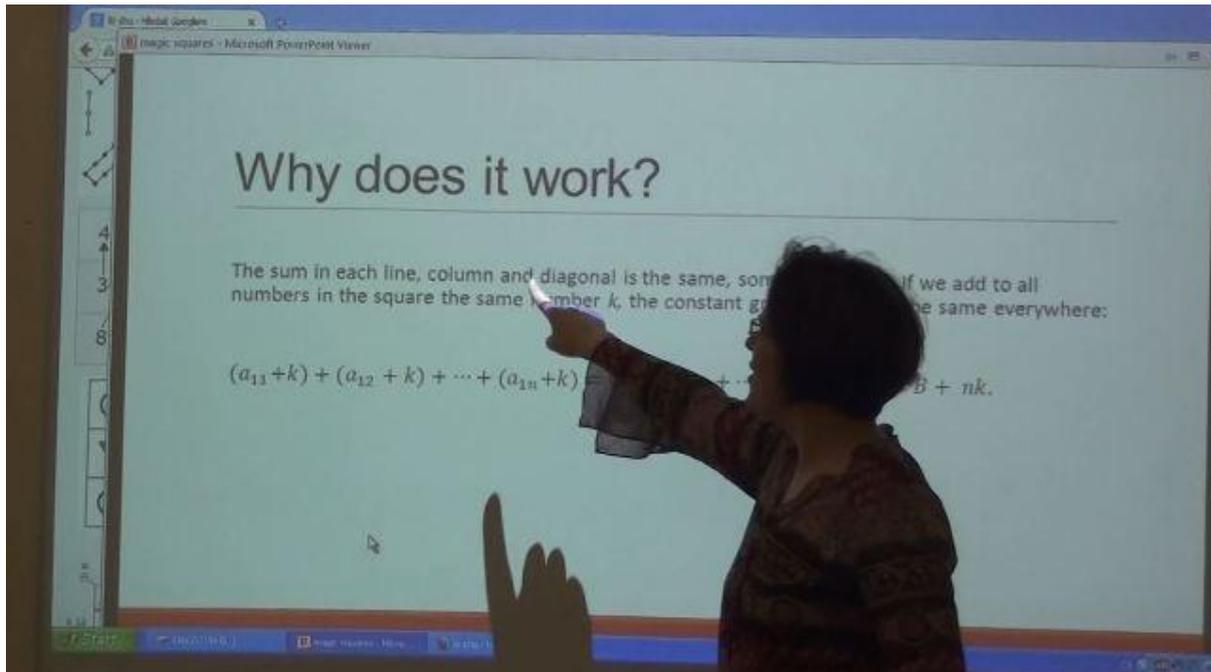
1. Découvrir les nombres dans un carré magique et ce qui rend magique un carré magique (échec à cause de dessins faux)
2. Découvrir ce qui se passe si on ajoute le même nombre à chaque nombre, sera-t-il encore magique ? Pourquoi ?
3. Découvrir ce qui se passe si on multiplie chaque nombre par le même nombre (mal compris par deux élèves)
4. Découvrir ce qui se passe si on permute des lignes ou des colonnes équidistantes du centre.
5. Montrer les règles de base pour mettre des nombres dans un carré magique.

^{***} Faculty of Education - Charles University in Prague, Czech Republic.

6. Les élèves travaillent sur un carré 5X5, en essayant de disposer les nombres, quelques-uns réussissent à temps, le professeur observe et essaie d'aider s'il y a des problèmes.

La fin du cours. Le professeur décide de refaire la même séance, en essayant d'éliminer les problèmes rencontrés durant le cours.





Second pilotage: classe de CM2, utilisation d'un tableau numérique-en utilisant la possibilité d'écrire sur un dessin actuel de la carapace de la tortue, le premier cours de mathématiques en anglais.

Objectifs linguistiques : activité orale- débat sur magie et miracles- la légende de Lo Shu, introduction du vocabulaire mathématique de base en Anglais (impair, pair, multiplier, additionner, soustraire, diagonale, ligne, colonne)

Objectifs mathématiques: rechercher des motifs et des régularités, découvrir les propriétés des opérations arithmétiques.

Le plan original du cours a été modifié pour éviter quelques-uns des problèmes rencontrés dans les cours précédents (l'image choisie avait le bon dessin, ainsi les élèves ont vraiment pu découvrir les nombres à disposition)

Préparation: Qu'est ce qui est magique ? Activité linguistique orale, obtenir des idées venant des élèves.

Introduction : Le professeur raconte l'histoire de Lo-Shu en en suivant la compréhension (plus de mots de vocabulaire difficiles tels qu'inondations, tortue, sacrifice)

Activité principale:

1. l'image du dessin sur la carapace est projetée sur le tableau numérique, une grille est réalisée et on demande aux élèves de réfléchir à la question : pourquoi c'est magique ?

Les élèves sont très actifs, recherchant des dizaines de différentes régularités (dessin de l'impair, de nombres pairs, la somme des nombres dans un triangle, la somme des nombres dans les coins etc...), après environ 7 minutes de tentatives, l'impair 15 est

trouvé (sur l'idée que les nombres symétriques par rapport au centre ont pour somme dix)

2. On demande aux élèves d'ajouter le même nombre à chaque nombre, ils choisissent un nombre avec lequel tous travailleraient (6); les élèves travaillent et découvrent que le carré est toujours magique, le professeur demande pourquoi ?

Après quelques propositions les élèves constatent que la différence entre la somme initiale 15 est la nouvelle somme 33 est 18. Avec le professeur ils réalisent que 18 c'est 3 fois 6, par exemple le nouveau nombre ajouté trois fois dans chaque ligne, colonne et diagonale.

3. On demande aux élèves de multiplier chaque nombre avec le même nombre (en tenant compte de l'expérience faite en classe de 5^{ème}, le nombre 3 est choisi et on calcule les trois premiers nombres ensemble pour éviter toute ambiguïté) ; les élèves travaillent et découvrent que le carré est toujours magique, la somme étant 45, on leur redemande d'en chercher la raison.

Ils expérimentent, proposent différentes idées pour expliquer pourquoi cela fonctionne, mais ont besoin d'une très grande aide de la part du professeur pour voir que 15 fois 3 font 45, c'est-à-dire que la multiplication de chaque nombre ou de toute la somme, par le même nombre, donne le même résultat.

Le cours se termine. Comme il est laissé plus de temps pour la découverte de la magie, moins d'activités sont faites. Mais le professeur évalue ce cours comme le meilleur et plus bénéfique pour les élèves qui avaient plus découvert les choses par eux-mêmes.



Conclusions issues des trois pilotages

par Marie-Hélène Le Yaouanq et Brigitte Marin

Les expérimentations menées tendent à confirmer l'intérêt de l'activité « carré magique » et son adaptabilité à différents niveaux de classe (CM2 à 5^e).

En premier lieu, les élèves sont mis en situation de recherche de façon très active. La présentation de la légende, l'aspect « magique » de la situation, permettent un enrôlement des élèves, sensibles au caractère ludique et à une présentation qui leur donne l'impression de relever un défi. Cet enrôlement se maintient même tout au long d'une séquence de trois ou quatre séances.

En France et en Italie, l'entrée dans l'activité par une recherche sur Internet, suivie d'échanges et de la rédaction d'une synthèse, développe des compétences liées à la recherche, au tri et à l'exploitation d'informations, ainsi que des compétences de maîtrise de la langue, à l'écrit ou à l'oral. En République Tchèque, la découverte de la situation, effectuée en anglais, est assez proche de celle du travail fait en France avec les élèves allophones.

Des différences apparaissent cependant dans les mises en œuvre.

On peut noter des différences de durée, de 1 à 4 séances, en lien avec des objectifs mathématiques différents. Le travail mathématique inclut la découverte d'un carré magique mais il est ensuite centré sur la numération dans le cas du décryptage de l'ancien carré magique ou sur la découverte de certaines des propriétés mathématiques d'un carré magique.

L'aspect multiculturel et historique est géré différemment en Italie, avec un travail en groupes sur différentes numérations et en France, avec des échanges en direct dans la classe, prenant appui sur la présence d'élèves étrangers.

Le décryptage de l'ancien carré magique met en évidence la difficulté du symbolisme mais aussi de vraies difficultés de raisonnement sur la numération et la position d'un chiffre dans un contexte différent des exercices « classiques » qui conduisent peut-être à des réponses stéréotypées sans construction suffisamment riche du concept. L'aspect historique et l'étude de différentes numérations est de ce fait un prolongement intéressant d'un point de vue mathématique.

Le décryptage du carré magique confirme le fait que les aspects linguistiques et cognitifs sont intimement liés. Ainsi une difficulté dans le raisonnement mathématique oblige les élèves à échanger de façon précise pour pouvoir avancer, et, à d'autres moments, des difficultés à exprimer ce qu'ils ont parfaitement compris d'un point de vue mathématique leur faire prendre conscience de la nécessité d'un travail sur la langue. La situation explorée ici semble fournir un contexte permettant de développer de façon conjointe des compétences langagières et mathématiques tout en restant motivante pour les élèves et en étant adaptable à différents niveaux de classe et à différents objectifs.