

INTRODUKSJON AV ET GAMMELT MAGISK KVADRAT

ved Marie-Hélène Le Yaouanq^{*} og Brigitte Marin^{*}

INTRODUKSJON

Målet med denne undervisningsenheten er å få elevene til å jobbe med desimaltall og det franske språket samtidig. Det er fokus på ordforråd og det å forklare tenkemåter. Gjennom arbeid med tallsystemer fra tidligere tider og tallsystemer som brukes i ulike land i dag, skal elevene få belyst hvordan andre sivilisasjoner har bidratt til utviklingen av matematikken i Europa, og så bli i stand til å snakke om og skrive om disse tallsystemene.

Opplegget er basert på et magisk kvadrat fra oldtiden som ble oppdaget i 1956.



http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Grenier/car_mag.html

^{*}UPEC University, ESPE, Créteil (France).

Hoved utprøving

ved Marie-Hélène Le Yaouanq og Brigitte Marin

Utprøving med lærere

Første trinn i prosjektet foregikk på et kurs for lærere der det var fokus på bruk av matematikkens historie i undervisningen. Dokumentet med det magiske kvadratet ble gitt til lærerne. De skulle finne tallene som var gjemt bak symbolene i kvadratet.

Siden de fleste lærerne ikke kjente til de arabiske tallene som var gjengitt i kvadratet, måtte de finne ut en måte de kunne dekode symbolene. Tre lærere med arabisk som morsmål, kunne skrive av kvadratet direkte, men de fant ut at det overhodet ikke var magisk! De ble så bedt om å prøve en annen tilnærming, men gav ganske raskt opp å forsøke ut fra en algebraisk tilnærming. De prøvde så ut et system med enere og tiere og med antall ganger disse dukket opp.

Så snart kvadratet var dekodet, fortalte lederne at symbolene i kvadratet var opphavet til de nåværende arabiske tallene. Noen av de skrevne tallene hadde endret seg slik at det førte til at noen lærere gjorde feil. Lærerne ble så bedt om å tenke ut hvordan de kunne bruke dokumentet i timene sine.

Lederne hadde et dobbelt mål for denne delen. På den ene siden ville de sette lærerne i en søke-situasjon som kunne planlegges og diskuteres med de andre lærerne på kurset, og som senere kunne gjentas i klassene. På den annen side ville de at lærerne skulle bli bevisste på vanskeligheter i forbindelse med dokumentet, slik at de skulle bli i stand til å tilpasse opplegget.

Forhåndsanalyse

1. Matematiske begreper involvert og læreplanen

Elevenes aktiviteter er avhengige av tallsystemet og av additive sammenhenger. Gjennom grunnskolen blir det arbeidet med titallsystemet, først med hele tall og så med desimalbrøker, men i 6. klasse fins det fremdeles mange vanskeligheter. I læreplanen for 6. klasse er det eksplisitt forventet at elevene skal være i stand til å «kunne og bruke tallverdiene ut fra plasseringen tallene - både hele tall og desimaltall - har når de blir skrevet;».

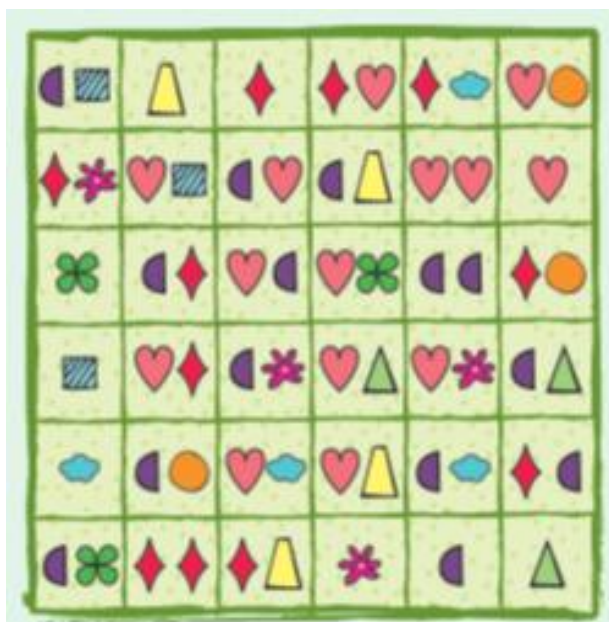
Det betyr at det passer å ta inn det foreslåtte arbeidet i 6. klasse.

Dette arbeidet forutsetter at en kan søke og være i stand til å utføre en rekke resonnementer av potensielt ulik natur, og at en kan bruke titallsystemet.

2. Forutsette vanskeligheter og foreslåtte tilpasninger

Lærerne som var med og undersøkte det opprinnelige magiske kvadratet, pekte på noen vanskeligheter:

-Vanskeligheter med å gi navn til symbolene i kvadratet gjorde selv den enkleste utvekslingen av måter å tenke på, vanskelig. De foreslo derfor at de gamle arabiske symbolene for tall skulle bli byttet ut med tegninger av matematiske figurer eller gjenstander fra dagliglivet. På den måten ville matematiske og dagligdagse termer være nødvendige for å navngi dem, og elevene ville få øvelse i bruk av både matematisk og vanlig ordforråd.



Et tilpasset kvadrat (kilde: Hélice, 6th, Didier; se vedlegg 1)

Siden det er vanskelig å vite om elevene virkelig har forstått hva et magisk kvadrat er, gikk første del av oppgaven ut på å oppdage et mindre magisk kvadrat (3x3 eller 4x4).

- Det vil bli nødvendig å ha en gjennomgående presentasjon av noen termer som behøves i arbeidet. Eksempler er: figur, tall, linjer, kolonner, diagonaler, addisjon og totalt. Arbeidet med å oppdage det magiske kvadratet gir muligheter for en introduksjon eller repetisjon av disse ordene.
- Leting etter den magiske konstanten i 6 x 6 kvadratet innebærer blant annet å addere etterfølgende hele tall fra 1 til og med 36. Det ble bestemt å gi oppgaven på denne måten i stedet for å øke vanskegraden ved starten av opplegget.

2. Beskrivelse av utprøvingen i klassen

a. Anslått forløp

Opplegget ble tilpasset av lærer som gjennomførte det i klassen. Det ble anslått å bli gjennomført i 4 økter med et totalt timeforbruk på 4 timer.

Første økt: Oppdagelse av et magisk kvadrat (1 time)

Lærer gir elevene et oppdrag gjennom et nettprogram (Framapad¹). Her blir de bedt om å finne fram til en spesiell legende, den om kvadratet Lo Shu på ryggen av en elveskilpadde.

Hver elev har en PC med internett-tilknytning og starter søk etter legenden.

De skal så finne ut hva som er viktig med tallet 15, et avgjørende element i legenden, som ikke er noe annet enn konstanten i et 3 x 3 kvadrat. De må så sjekke om et gitt kvadrat er magisk, og så fylle ut tre kvadrater slik at de er magiske.

Som konklusjon må de skrive en oppsummering av hva de har lært ved å bruke den nevnte programvaren. Denne fasen blir filmet.

Økt 2: Gruppearbeid om kvadratet (2t)

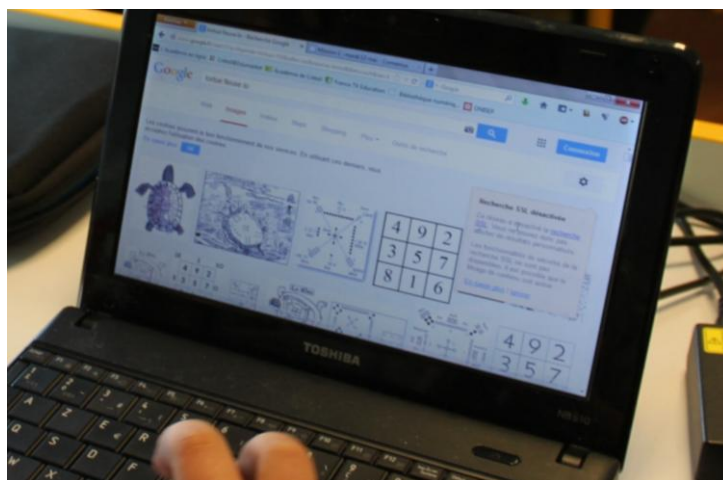
Dette er en fase med arbeid i to etterfølgende skoletimer. Det tilpassede kvadratet blir delt ut til elevene med spørsmål som skal gjøre dem i stand til å dekode det. Elevene blir delt i grupper på 3 eller 4 for å legge til rette for utveksling og formulering av tanker og ideer. Fasen blir filmet, og dialoger mellom elevene tas opp.

Økt 3: Oppsummering i plenum (1t)

Denne fasen vil bli satt av til gjennomgang av arbeidet som er gjort, til å se på det opprinnelige kvadratet, til diskusjon og til innspill som har å gjøre med kultur og historie.

b. Gjennomføring og analyse

Økt 1: Oppdraget var svært motiverende i den første fasen. Det ble observert store forskjeller i hvordan elevene mestret internettsøket, for eksempel i hvordan de brukte/ikke brukte nøkkelord i en søkemotor, eller hvordan de så valgte ut gitte nettsider. Det var også store forskjeller mellom elevene når det gjaldt å laste ned tekst eller bilder, og også når det gjaldt å skrive om eller å kopiere og lime inn i svarene de la inn i lærers dokument (i samskrivings-programmet Framapad).



¹ <http://framapad.org/>

Ferdigheter i å søke og velge ut relevant informasjon og så arbeide med det de har funnet i felles dokumenter på nettet, er ferdigheter som det i følge læreplanen skal jobbes med på mellomtrinnet.

De raskeste elevene startet på fellesskrivingen av oppsummeringen i slutten av denne fasen. De andre gjorde det ferdig hjemme dagen etter. Det ble observert at de raskeste elevene baserte hele oppsummeringen på det magiske kvadratet, mens de som opplevde vanskeligheter under prosessen, holdt seg til legenden og en beskrivelse av skilpadden i oppsummeringen.

Conclusion Mission 1 Maths

Bienvenue dans ce pad

La première chose à faire est d'entrer votre nom ou votre pseudo dans le champ en haut à droite, afin que les futurs collaborateurs puissent facilement vous identifier. Vous pouvez également modifier votre couleur en cliquant sur le carré à gauche du nom.

Tu rédigeras ici ce que tu appris à la fin de la mission 1 :

J'ai appris que le carée magique est un carée ou dans chaque ligne la somme est égale dans chaque ligne.

J'ai appris que le carré magique est un carré oui il y a des chiffres en lignes, est quand on additionne chaque ligne, on obtient le même résultat.

j'ai appris que dans un carré magique chaguer si on les additionnes sa fait la même sommes

j'ai d'ou venait les carrés magiques et que dans le carré magique 3x3 on doit trouver 8sommes dans le carrés dont les valeurs sont égales

Aujourd'hui nous avons appris comment résoudre un carré magique il fallait additionner les chaque ligne et ça nous donner le résultat .

On a vu la légende de la tortue du fleuve de Lo et que sur sont dos il y avait des points commes sur le dos de la tortue on peut y voir des points comme un sudoku il faut juste additionner les colonnes pour trouve le même nombre partout .

puis il fallait deviner pour le carré de l'activité est t-il magique puis après avoir compris tout cela il fallait en completer d'autre un peu plus difficile.

Inviter d'autres utilisateurs.

Share this pad

léa: salut 17:08

Sophie: Salut vous aller bien 17:20

Clara: coucou 17:25

Clara: ^^ 17:25

Clara: aujourd'hui on a vue une nouvelle légende qui parle d'une tortue qui a des petits signes sur son dos . 17:27

keeven: salut les gens 17:38

unnamed: Bravo les 6B, vos écrits sont déjà bien 20:13

Noen elever leste teksten på ny og korrigererte feil i setninger som allerede var skrevet av andre (ulike farger for setninger som er endret - bildet over). Skrive-, lese- og korrigeringsarbeidet var en viktig aktivitet og naturlig differensiert. Det tok liten tid og ble godt integrert i arbeidet med matematikken.

Bienvenue dans ce pad

La première chose à faire est d'entrer votre nom ou votre pseudo dans le champ en haut à droite, afin que les futurs collaborateurs puissent facilement vous identifier. Vous pouvez également modifier votre couleur en cliquant sur le carré à gauche du nom.

Tu rédigeras ici ce que tu appris à la fin de la mission 1 :

J'ai appris que le carée magique est un carée ou dans chaque ligne la somme est égale dans chaque lignes

J'ai appris que le carré magique est un carré oui il y a des chiffres en lignes, est quand on additionne chaque ligne, on obtient le même résultat.

j'ai appris d'ou venait les carrés magiques et que dans le

On a vu la légende de la tortue du fleuve de Lo et que sur sont dos il y avait des points commes sur le dos de la tortue on peut y voir des points comme un sudoku il faut juste additionner les colonnes pour trouve le même nombre partout .

puis il fallait deviner pour le carré de l'activité est t-il magique puis après avoir ccela il fallait en completer d'autre un peu plus difficile.

Nous avons étudié la légende de la tortue de Lo en mathématique sur la carapace il y avait des signes. Chaque signes représente un numéros est sa formait un carré magique que l'on devaient résoudre .Pour le résoudre il fallait additionner les lignes verticales et les lignes horizontale

Elevene skrev så en endelig oppsummering av hva de hadde lært i samskrivingsprogrammet, Framapad, godt hjulpet av lærer.

Elevene som nylig var kommet til Frankrike, måtte bare skrive en setning på et stykke papir om hva de hadde sett (Skilpadden, punktene...).

Økt 2

Den andre økten startet med å videreføre arbeidet med oppsummeringen som noen elever hadde begynt på. Hensikten var å forbedre og gjøre denne ferdig.

Så kunne søket etter det tilpassede kvadratet begynne (Vedlegg 1, spørsmål 2, 3, 4). Et viktig problem oppstod i begynnelsen av aktiviteten. Elevene forstod at hvert symbol skjuler et tall, men for noen av elevene representerer disse ti symbolene konsekvent tallene 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.

Men tolkningen, at dette kvadratet inneholder etterfølgende tall fra 1, representerer også et problem, fordi de fleste elevene tenker seg at tallene begynner fra 10 eller 11. Det er et uventet problem at for disse elevene er 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 bare siffer ikke tall i denne sammenhengen.

Et annet problem bestod i å skille antall ganger et symbol opptrer, fra tallet symbolet representerer. Å oppdage de to første symbolene tok lang tid, mens letingen ble enklere etterpå. I slutten av denne økten var det fremdeles 4 symboler som ikke var dekodet.

Økt 3

Søket ble fort unnagjort. Før søket og dekodingen var helt gjennomført, innså noen elever at en diagonal ikke ble brukt i resonnementet, og disse ba om at total sum i diagonalen ble sjekket.

Det opprinnelige kvadratet ble så gitt til elevene i tillegg til informasjon om hvordan det ble oppdaget i Kina. En elev sammenlignet dette kvadratet med det som allerede var dekodet.

En annen elev som nylig hadde kommet til Frankrike leste og skrev av noen av de arabiske tallene som han gjenkjente. Dette vekket de andre elevenes interesse. Elevene kom så med fantasifulle forklaringer på hvorfor kvadratet ble funnet i Kina. Lærer gav deretter informasjon om historien til de arabiske tallene.

Analyse av utprøvingen

Først kan det sies at opplegget vekket elevenes interesse. Elevene ble gjennom opplegget trent i å lese, søke etter og velge ut informasjon. Bruken av samskrivingsprogrammet gjorde at noen elever deltok i skriving på flere måter. De skrev, skrev om og korrigerter. Vi så at noen matematiske termer ikke ble brukt spontant i starten av opplegget. Eksempler er termene linjer og kolonner, som ofte ble kalt horisontale og vertikale linjer, men etter hvert ble de riktige termene brukt.

Det viste seg at det var en reell forskjell når det gjaldt bruk av betegnelser på symboler og figurer mellom de elevene som nylig var kommet til Frankrike, «EANA elevene», og de som hadde vokst opp i landet

“EANA” elevene² brukte skolespråket, et vokabular de hadde lært seg siden de kom til landet (for 1-5 måneder siden). De brukte ordene sirkel, halvsirkel, rombe, trekant, og rektangel. De franskspråklige elevene hadde et større ordforråd fra dagligspråket (måne, eple), og hadde derfor problemer med å navngi den røde figuren korrekt. Ingen kalte den rombe. De kalte rektanglet kvadrat, og det så derfor ut til at de brukte et generisk ord som referanse til et dagligdags begrep i stedet for det vitenskapelige begrepet de hadde lært i matematikktimene. Det skapte likevel ikke problemer i kommunikasjonen dem i mellom.

Hovedproblemet var å forstå spørsmålene og forklare argumentene. Komplekse syntaktiske konstruksjoner ble brukt noen ganger, og de måtte reformuleres.

Men fremfor alt, språket som brukes, må nøyaktig uttrykke begrepene som blir brukt. Betydningen av ordene "figur" og "tall" varierer avhengig av konteksten, om det er i morsmålet eller i matematikken, og det viste seg at de fleste elevene ikke mestret disse begrepene fullt ut. Men de brukte dem uten problemer i gjentatte, isolerte, klassiske skoleoppgaver relatert til tall og tallforståelse.

Det å løse et problem muntlig og i samspill med andre krever et annet nivå av matematisk kunnskap og mestring av språket, enn skriftlig arbeid.

Referanser:

Chabanne J.-C., Bucheton D. (2002) *Écrire en ZEP : un autre regard sur les écrits des élèves*, Delagrave édition - CRDP Versailles <http://www.cndp.fr/bienlire/04-media/b-biblio03.asp?prodid=42772> (available address on 2015 May 01)

Vygotski, L.S. (1934). *Pensée et Langage*, Editions sociales (Traduction de F.Sève, 1985).

Marin B. (2011-2012), La reformulation en classe: un discours équivoque, *La construction des inégalités scolaires*, sous la direction de Rochex J.-Y., Crinon J., Presses Universitaires de Rennes.

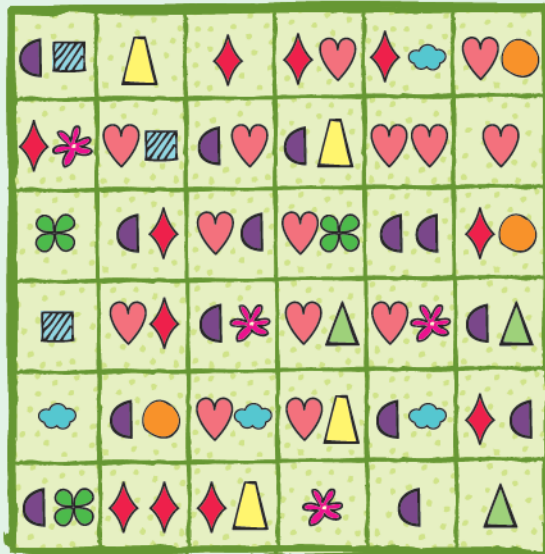
Ifrah G. (1994), *Histoire universelle des chiffres*, édition Robert Laffont.

Saint-Andrews University, *The Arabic numeral system*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Indexes/Arabs.html> (available address on 2015 May 01)

²Tre elever med portugisisk som språk; en elev fra Bangladesh; en elev fra Pakistan og en fra Sri-Lanka.

Vedlegg 1 (Kilde: Hélice, 6th, Didier)

@ Un grand carré magique



Ce carré est magique mais chaque chiffre est remplacé par un symbole. Cherchons à découvrir tous les nombres contenus dans les cases !

1 Préparation du travail

- a/ Reproduire ce carré avec des cases vides.
- b/ Dessiner sous ce carré les symboles utilisés dans le carré magique ci-contre.

2 La constante magique

La constante magique de ce carré est 111. Expliquer ce que cela signifie.

3 Les chiffres des dizaines

- a/ Ce carré contient les premiers nombres entiers à partir de 1. Quels sont les nombres qu'il contient ? Quels sont les chiffres des dizaines possibles ?

b/ Compter le nombre d'apparitions de chaque symbole comme chiffre des dizaines et démasquer un premier chiffre.

c/ Écrire le chiffre démasqué dans le carré vide partout où il se trouve.

d/ Dans la 1^{re} colonne, quel doit être le chiffre des dizaines inconnu pour pouvoir obtenir la constante magique ? En déduire le 3^e chiffre des dizaines à démasquer. Compléter le carré.

4 Les chiffres des unités

a/ Quel symbole des chiffres des unités n'est jamais seul dans une case ? Quel chiffre cache-t-il ?

b/ Observer la dernière colonne : quel chiffre permet-elle de découvrir ?

c/ Quel chiffre la 3^e ligne permet-elle de découvrir ?

d/ Quel autre chiffre peut-on alors connaître ? (Penser aux diagonales.)

e/ Finir de remplir le carré. Vérifier que le carré obtenu est bien magique !

5 Un carré bien ancien

Observer un très vieux carré magique conservé au musée de Xian en Chine, sur le site :

http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Grenier/car_mag.html. Traduire chacun des chiffres inscrits.

Andre utprøving

ved Maria Piccione^{**}

Introduksjon

Forslaget handler om aritmetiske begreper, spesielt tallbegreper og tallforståelse (desimaltall og posisjonssystemet), additive forhold og mer generelt symboler som representasjoner. Konteksten passer som basis for arbeid med læreplaninnhold på mellomtrinnet i Italia.

Opplegget ble beskrevet av leder før det ble diskutert med de to lærerne som skulle prøve det ut i klassene sine.

Forslaget til opplegg

Oppdraget går ut på å dekode et gammelt magisk kvadrat som ble oppdaget i Kina.

Gjennom aktiviteten jobbes det med allerede kjente begreper, i den hensikt at kunnskapen om disse skal bli bedre, og at elevene eksplisitt skal kunne uttrykke egenskapene til begrepene og utvikle symbolforståelse. Det fremmer med andre ord en metakognitiv analyse av symboler og meningen til disse symbolene innenfor aritmetikken, noe som kan klargjøre forholdet mellom naturlige tall og deres representasjoner, og med det forholdet mellom-siffer- posisjon- verdi og selve posisjonssystemet. På den måten blir elevene utfordret på forholdet mellom navn på tallet og tallet selv.

I tillegg gir opplegget muligheter for å introdusere demonstrasjon som metode, algebraisk tenkning og geometri. Konteksten er passende for utvikling av språklige ferdigheter i forbindelse med det å forstå og skrive tekster. Opplegget legger også til rette for diskusjoner når planer, strategier og løsninger skal forklares.

To saker i opplegget har betydning for det følelsesmessig aspektet, nemlig innslaget av spill og fortelling, noe som ikke bare stimulerer nysgjerrigheten, fantasien, kreativiteten og ønsket om å oppdage, men det hindrer også at elevene blir engstelige, frustrerte eller får en følelse av utilstrekkelighet.

Et historisk og kulturelt perspektiv kan brukes til å gi et bilde av utviklingen av muntlige og skriftlige tall og tallforståelse i ulike land og kulturer gjennom historien, fram til vår tid.

Spesielt gir det muligheter til å vise skillet mellom den instinktive, menneskelige aktiviteten 'telling' og den langsomme prosessen det var å utvikle et skriftlig system der noen få symboler kunne brukes til å representere også store tall.

^{**} University of Siena, Italy

Utprøvnngen

Opplegget ble prøvd ut i to 7. klasser i skolen “G. Papini” (Castelnuovo Berardenga, Siena). 42 elever var involvert (11 innvandrere og 10 med kognitive problemer) og to lærere (V. La Grotteria & P. Sabatini) i samarbeid med en leder fra prosjektet. Opplegget ble stort sett fulgt som det opprinnelig var utarbeidet av det franske teamet. Det var delt inn i 4 økter, med to emner i tillegg. Det ene handlet om geometri, det andre om aritmetikk. Disse to var ikke planlagt, men de dukket opp underveis. Det første korresponderer med et metakognitivt lingvistisk mål og det andre med et kognitivt mål som er:

- å la elevene reflektere over vanskeligheten det er å teknisk forklare en tilsynelatende enkel prosedyre (konstruksjonen av et kvadrat som videre ble delt inn i mindre celler).
- å la elevene få konstruere et klart *mentalt bilde* av måten naturlige tall kan bli arrangert i posisjonssystemet; hvordan en ved gjentakelse av siffer som enere eller tiere kan produsere alle tallene fra 0 til 99.

Vi kunne ikke bruke programmet Framapad på grunn av problemer på PC laben. Uansett, selv om dette var et avvik fra det originale opplegget, så hadde det ingen betydning fra et kognitivt perspektiv. På andre måter gav det alle mulighet til å bidra på samme måte som i det opprinnelige opplegget (i det minste i forhold til å skrive tall).

Økt 1: Tilnærming til magiske kvadrater (3 timer)

Presentasjon av oppgaven. Arbeidet startet med en kort historie fortalt av personen fra prosjektet (se vedlegg A.1), og visning av et bilde av det gamle kvadratet.



Ordet ‘kvadrat’ ble så gjenstand for diskusjon for å kontrollere om elevene var i stand til å forklare meningen med det kjente geometriske begrepet.

Noen uventede problemer relatert til begrepene ‘side’ og ‘rett vinkel’ dukket opp. Begrepene ‘like linjestykker’ og ‘like vinkler’ ble forstått uten problemer.

Ordet ‘side’ ble først referert til i betydningen ‘grenselinje’, men gradvis ble formuleringene forbedret i retning av en formell definisjon, i følgende trinn:

- *“del av grenselinje”*
- *“del av grenselinje mellom to hjørner”*
- *“linjestykke som forbinder to hjørner”.*

Termen ‘rett vinkel’ førte til problemer både når det gjaldt å formulere hele setninger, og når det gjaldt å forklare papirfoldingen som er forklart nedenfor:

- *“rommet mellom to linjestykker som er hverandre...”*)
- *“jeg bretter en del av papiret, og så bretter jeg den andre delen innover, forsiktig slik at jeg ikke putter det inn enten før eller etter”;*
- *“jeg bretter en del av arket en gang og så bretter jeg den andre bretten over den første”.*

I noen tilfeller ble ‘rett vinkel’ relatert til ‘måling’ og til “tilfeller mellom en horisontal og en vertikal rett linje”.

Internettsøk og resultater.

På dette tidspunktet ble det behov for å undersøke ‘magiske kvadrater’ og 6x6 kvadrater. For å finne ut av dette, ble det søkt på internett. Hver gruppe på to eller tre elever fikk dele en PC på PC-laben, og de startet søket.

Etterpå måtte hver gruppe skrive en tekst om informasjonen de fant, og som de anså som relevant i forhold til magiske kvadrater og historien om dem (video).

Elevene fra hver gruppe leste så høyt teksten de hadde skrevet. Noen termer dukket opp, som for eksempel oppstilling, system, magisk sum. Disse ble forklart mens de leste. Noen var også understreket, spesielt de som handlet om eksistensen og entydigheten av magiske kvadrater med hensyn på orden. En følelse av undring bredte seg over det store antallet av magiske kvadrater og det overraskende hoppet i antall fra 3. orden til 4. orden (fra 1 til 880) og fra det fjerde til det femte (fra 880 til 275.305.224) og over at antallet nådde milliarder av milliarder på neste nivå.

Informasjon til gruppene ble så samlet, oppsummert og skrevet ned av en elev, for at det senere skulle vises på en plakat i en utstilling. (Foto 1)

Øvelse med et enkelt tilfelle. Denne oppgaven ble laget for at elevene skulle bli trygge på egenskapene og definisjonen til magiske kvadrater. Hver gruppe fikk et ark papir som inneholdt et fargebilde av et magisk kvadrat av orden 3. De fikk spørsmål om type tall i kvadratet, og om hvilke additive egenskaper som gjelder i hver rekke, kolonne og diagonal (se vedlegg A.2). I dette arbeidet viste det seg at storparten av elevene brukte ordene rader og kolonner i dagligdags mening, mens ordet diagonal ble tolket geometrisk. Ordet konstant ble forklart som i eksemplet under:

- *“det kommer alltid det samme resultatet”.*

Noen elever indikerte objektene ved hjelp av bevegelser. (Foto 2)

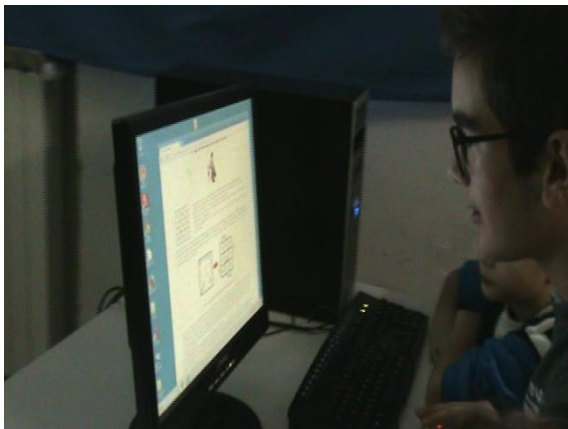


Foto 1



Foto 2

Økt 2: Diskusjon om “et kvadrats orden” og “magisk sum” (2 timer)

Elevene var fascinert av de nye begrepene ’kvadratets orden’ og ’magisk sum’.

Ved hjelp av spørsmål stilt av lærer, jobbet klassen som helhet med følgende aktiviteter for å utvikle begrepet om et kvadrats orden:

- Tegne kvadrater av orden 1 til 6 på tavla
- Forklaring av framgangsmåte
- Relatere et kvadrats orden til antall celler
- Legge merke til banaliteten av et kvadrat av 1. orden, og at et kvadrat av 2. orden ikke eksisterer (umulig).

De verbale forklaringene viser, at overgangen fra den intuitive ideen om orden til den matematiske definisjonen ikke var lett. For å støtte konstruksjonen av begrepet, tegnet elevene kvadrater, noe som viste seg å være hensiktsmessig. Etterpå var de i stand til å si at “*ordenen er antall celler langs en side*”, “*antall celler i hver rad*” eller “*antall inndelinger på en side*”. Det var problemer både når det gjaldt å utføre og beskrive hva de gjorde, noe som indikerer at de ikke er kommet langt i utviklingen av prosedyrisk tenkning.

Den magiske summen var ikke noe problem. Diskusjonen rundt den ledet en flink elev til å uttrykke regneregelen for den magiske summen avhengig av ordenen til kvadratet. Dette skapte entusiasme hos medelevene:

“ved hjelp av ordenen kan jeg finne det totale antall celler, så må jeg summere alle tallene fra 1 til dette tallet, og til slutt må jeg dele dette nye tallet med antall rader”.

Repetisjon av tallsystemet. Egenskapene til tallsystemet ble gjennomgått i hel klasse, og de ble bedt om å forklare meningen med siffer og sifferets posisjon.

Et nyttig hjelpemiddel for dette arbeidet, en tabell, ble tegnet på tavla som i bildet.

0	10	20	30				
1	11	21	31				
2	12	22	32				
3	13	23	33				
4	14	24	34				
5	15	25	35				
6	16	26	36				
7	17	27	...				
8	18	28					
9	19	29					

Denne tegningen eller skjemaet hjalp elevene til å få et visuelt bilde av fordelingen av ener- og tier siffer slik de blir skrevet. Dette genererte så en diskusjon om det de så.

Økt 3. Dekoding av det magiske kvadratet (1 time)

Å løse et fint magisk kvadrat. Gruppene ble beholdt, og elevene ble bedt om å finne løsningen til det gamle magiske kvadratet av 6. orden hvor de opprinnelige symbolene nå var byttet ut med mer kjente symboler og figurer.

De forsøkte seg først på å finne en sammenheng ved å foreslå tallverdier på noen figurer. De fortsatte så på en mer systematisk måte etter å ha fått noen hint fra lærer, og ved å bruke skjemaet som var tegnet på tavla, nå utvidet til tallet 36. De gjennomførte strategien ved å telle både siffer og gjentakelse av de ulike figurene, og de sammenlignet disse for å komme til en konklusjon (først fant de symbolet for 3, og så det som representerte 0 ...). (Foto 4a - 4b).



Foto 4a

Foto 4b

Dekoding av det magiske kvadratet fra Xian. I denne økten gav læreren hver gruppe en kopi av det gamle, magiske, kinesiske kvadratet og bad dem om å dekode de arabiske tallene i kvadratet. De så umiddelbart at disse korresponderte med det de hadde jobbet med. (Foto 5).



Foto 5

I numeri nei popoli dell'Egeo			Pur essendo passati alla storia per il grande sviluppo delle conoscenze in tutti i campi del sapere, i Greci non trovarono un sistema di numeri più efficiente rispetto ai popoli che li avevano preceduti. Per scrivere i numeri, essi usarono le loro 24 lettere, a cui aggiunsero altri tre simboli. Per distinguere i simboli numerici da quelli letterali, mettevano in alto a destra una specie di apostrofo; l'apostrofo messo in basso a sinistra moltiplicava per 1000 il valore del numero.		
Greci					
(1000 a.C.)					
SISTEMA ADDITIVO					
α' = 1	ϵ' = 10	ρ' = 100			
β' = 2	κ' = 20	σ' = 200			
γ' = 3	λ' = 30	τ' = 300			
δ' = 4	μ' = 40	υ' = 400			
ϵ' = 5	ν' = 50	ϕ' = 500			
ζ' = 6	ξ' = 60	χ' = 600			
η' = 7	θ' = 70	ψ' = 700			
ι' = 8	$\omicron'$ = 80	ω' = 800			
θ' = 9	ι' = 90	ν' = 900			
			$\alpha = 1000; \beta = 4000; \rho = 100.000.$		
			$\rho' \chi' \gamma' = 123$		

Foto 6

Økt 4. Tilbake til det kulturelle perspektivet (1 time)

For at elevene skulle få en historisk oversikt over utviklingen av de arabiske tallene, hadde lærer satt opp ni tabeller. Gruppene jobbet med disse, og i klassen ble det gitt en oppsummering. Materialet refererte til de ulike tallsystemene: det sumeriske, babylonske, egyptiske, indisk-arabiske, greske, kinesiske, romerske og det fra mayakulturen.

To ekstra tabeller ble også presentert, en om 'computer tall' og en om 'historien om null'

Hver gruppe prøvde å skrive et tall i hvert system. .

Slutt test (1 time)

En spørreundersøkelse (se Vedlegg A.3) ble gitt til elevene 5 måneder senere for å kontrollere virkningene av arbeidet som var gjort. Svarene som ble gitt gav retningslinjer for videre arbeid. De viktigste og mest generelle hadde å gjøre med innholdet i opplegget, med dybde og mengde, og at det behøves tid hvis en vil utnytte alle læringsmuligheter i opplegget.

En sluttanalyse

Opplegget viste seg å være nyttig når det gjaldt å fremme interesse på flere nivåer, både når det gjaldt det metodiske, og når det gjaldt emne. Eksempler er: historisk tilnærming, gruppearbeid, bruk av hjelpemidler, og aktiviteter med mål om å gjøre oppdagelser og utføre dekodning.

På det følelsesmessige området, kan opplegget oppleves som et spill og som en god følelse av konkurranse mellom gruppene. Dekodingen genererte øyeblikk av overraskelse og tilfredshet over å finne løsningen ved hjelp av resonnering og logikk.

På det kognitive området, gir opplegget en kontekst hvor elevene kan bruke aritmetiske begreper og operasjoner, repetere dem og utvikle en større bevissthet om numeriske egenskaper og regelmessigheter, og få en forbedret symbolforståelse.

Arbeidet krever og utvikler evnen til å:

- ta ut informasjon i en tekst for å skrive den om
- forstå instruksjoner
- forklare, definere og argumentere

Aktiviteten gjorde noen vanskeligheter tydelige. Disse kunne i flere tilfeller tilbakeføres til en mekanisk undervisning/læring av aritmetikk. Måten språk blir brukt i undervisningen, ser ut til å generere lingvistiske stereotypier som på en måte tildekker en svak begrepsoppfatning.

En uventet vanskelighet dukket opp i forbindelse med oppdelingen av et kvadrat i et gitt antall kongruente celler. Mange elever var ikke i stand til å forklare prosedyren i riktig rekkefølge. De hadde ikke noe klart mentalt bilde som de kunne bruke for forklare trinnene i den geometriske konstruksjonen.

Aktiviteten er også passende trening både for lærerstudenter og lærere i matematikk.

.....

Vedlegg

.....

A.1

Den fortalte historien. *En venn som er arkeolog dro til Kina for å arbeide. Hun var også i museet i Xian hvor hun ble svært fascinert av et arkeologisk funn som var stilt ut. Det var en metallplate med bilde av et kvadratisk mønster med rare symboler. Teksten under sa: Magisk kvadrat av 6. orden. Tilbake i Italia spurte hun oss om den matematiske meningen med kvadratet. Vi hadde moro av å løse gåten, og det er grunnen til at vi foreslår at dere også prøver dere som oppdagere i dette spillet.*

A.2



OSSERVATE QUESTO QUADRATO CON NUMERI NELLE CASELLE

QUI SOTTO ABBIAMO TRASCRITTO ALCUNI COMANDI E DOMANDE AI QUALI VI CHIEDIAMO DI PROVARE A RISPONDERE

- Quali numeri compaiono nelle caselle del quadrato?
- Addizionate i numeri di ogni riga del quadrato.
Che cosa potete notare?
- Addizionate i numeri di ogni colonna del quadrato.
Che cosa potete notare?
- E addizionando i numeri di ciascuna diagonale del quadrato.
Che cosa trovate?

ADESSO SCRIVETE TUTTO QUELLO CHE AVETE SCOPERTO

A.3

1. A scuola è arrivato un bambino nuovo...
2. Prova a spiegargli che cos'è un quadrato magico.
3. Digli che cosa ti ha colpito dell'attività svolta per riuscire a decifrare il quadrato magico con le figurine.
4. Il bambino non sa disegnare un quadrato diviso in caselle quadrate uguali. Raccontagli come si fa.
5. Inoltre è curioso di sapere come si scrive un numero nel nostro sistema di numerazione. Prova a spiegarglielo.

Tredje utprøving

ved Hana Moraova***

Opplegget ble prøvd ut i to ulike klasser, først i en 7. og så i en 5. klasse, i timer der både engelsk og matematikk var mål for timene.

De ble videofilmet

Første utprøving: 7. klasse, bruk av smart-board – utnyttet muligheten til å skrive på et eksisterende bilde av skilpaddeskallet. Erfaring med matematikk i engelsktimene slik at språket blir et mindre problem.

Språklige mål: verbal aktivitet – diskutere magi og mirakler. Lytteøvelse – legenden om Lo- Shu.

Matematiske mål: søke etter mønster og regelmessigheter, oppdage eller gjenoppdage egenskapene til aritmetiske operasjoner, mønster i kvadratisk rutenett.

Oppståtte problemer – mønsteret på skilpadda i presentasjonen hadde en feil; tallene som ble funnet, tilfredstilte ikke kravene til et magisk kvadrat.

Da elevene ble bedt om å multiplisere hvert tall med det samme tallet, multipliserte noen elever 1×1 , 2×2 , 3×3 osv, som ikke gir noe magisk tall.

Oppvarming: Diskusjon – hva er legender? Hva er forskjellen på en legende og et eventyr? Gi eksempler på legender. Liker du legender og magi?

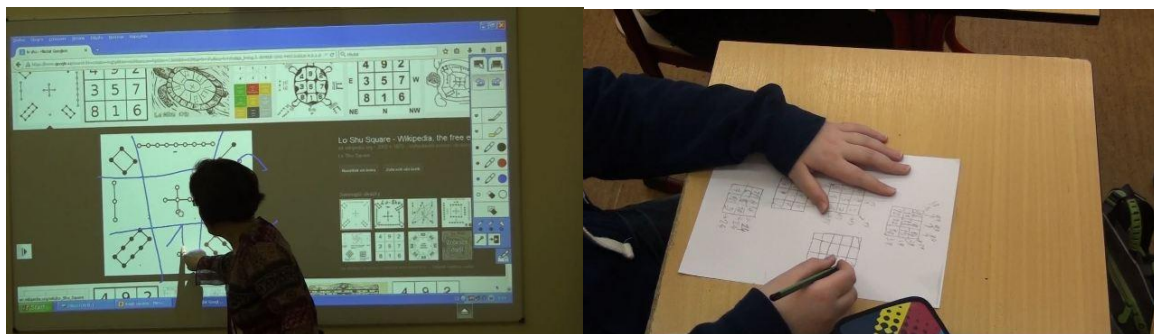
Innledning: Presentasjon av legenden om Lo-Shu.

Hovedaktivitet:

1. Oppdagelse av tallene i et magisk kvadrat, og hva gjør et magisk kvadrat magisk? (Dette ble ikke vellykket siden bildet var feil).
2. Undersøkelse av hva som skjer når et bestemt tall blir addert til hvert tall i kvadratet; vil det fremdeles være magisk? Hvorfor?
3. Undersøkelse av hva som skjer når hvert tall blir multiplisert med det same tallet (ble misforstått av to elever).
4. Undersøkelse av hva som skjer om vi bytter rekker og kolonner med samme avstand fra midten av kvadratet.
5. Vise prinsippet for å sette inn tall i et magisk kvadrat.
6. Elevene arbeider med et 5×5 magisk kvadrat der de skal sette inn tall. Noen få blir ferdige med et korrekt magisk kvadrat i tide. Lærer er til stede og hjelper til der det er nødvendig.

*** Charles University in Prague, Czech Republic

Slutten av timen. Lærer bestemmer seg for å gjøre en ny utprøving, der problemene fra første utprøving skal elimineres.



Andre utprøving: 5. klasse. Bruk av smart-board – utnyttet muligheten til å skrive på et eksisterende bilde av skilpaddeskallet. Første gang elevene har matematikk i engelsktimen.

Språklige mål: verbal aktivitet – diskutere magi og mirakler. Lytteøvelse – legenden om Lo- Shu. Introduksjon av et elementært vokabular i engelsk (oddetall, partall, multiplisere, addere, subtrahere, diagonal, linje, kolonne)

Matematiske mål: søke etter mønster og regelmessigheter og oppdage egenskapene til aritmetiske operasjoner.

Den originale planen for timen var modifisert for å unngå noen av problemene som dukket opp første gang (det valgte bildet hadde riktig mønster slik at elevene kunne oppdage tallene)

Oppvarming: Hva er magisk? Muntlig aktivitet for å få fram elevenes ideer.

Innledning: Lærer forteller historien om Lo-Shu og sjekker at elevene forstår (vanskelige ord som elver, skilpadde og ofre ble forklart).

Hovedaktivitet:

1. Bildet av mønsteret på skallet ble projisert på smart-boardet, et rutenett ble laget og elevene ble spurt hvorfor dette kan være magisk.

Elevene deltok aktivt i å søke etter ulike regelmessigheter (mønstre av odde- og partall, summen av tall i en trekant, summen av tall i hjørner osv.) etter omtrent 7 minutter med utprøving av ideer, ble tallet 15 oppdaget (gjennom ideen om at de motsatte tallene hadde summen 10).

2. Elevene ble så bedt om å addere det samme tallet til hvert tall i mønsteret. De fant ut at de kunne jobbe med tallet 6. Elevene utførte addisjonen og fant så ut at kvadratet fremdeles var magisk, og lærer spør hvorfor det er slik.

Etter noen forslag ser elevene at forskjellen mellom den originale summen 15 og den nye summen 33, er 18. Med lærer som så viser at 18 er 3 multiplisert med 6, ser de at det nye tallet er addert tre ganger i hver kolonne, hver rad og i diagonalen.

3. Elevene blir så bedt om å multiplisere hvert tall med det samme tallet (Etter erfaring fra første utprøving utfører nå lærer og elever multiplikasjonen sammen for å unngå misforståelser). De multipliserer de tre første tallene med 3, før elevene gjør resten av arbeidet. De finner så ut at kvadratet fremdeles er magisk. Igjen spør lærer om årsak.

De eksperimenterer, foreslår ulike ideer om hvorfor det virker, men de trenger mye hjelp av lærer før de ser at 15 ganger 3 er 45, og at de får samme resultat om de multipliserer hver sum eller hele summen med tre. Resultatet er det samme.

Timen sluttet. Jo mer tid som gikk til å gjøre oppdagelser av magi, jo færre aktiviteter ble det tid til. Men lærer evaluerte timen til å være bedre enn den foregående og mer nyttig for elevene som fikk tid til å oppdage mer på egenhånd.



Konklusjoner etter tre utprøvnings

ved Marie-Hélène Le Yaouanq og Brigitte Marin

Disse eksperimentene bekrefter interesse for opplegget med magiske kvadrater, og viser at opplegget kan tilpasses ulike trinn (fra 5. til 7. klasse). Først og fremst blir elevene satt i en situasjon der de må gjøre utforskning. Presentasjonen av legenden, det magiske aspektet i situasjonen, lar elevene få en følelse av å ta en utfordring som i tillegg har en dimensjon av lek i seg. Selv gjennom flere økter er engasjementet der.

I Frankrike og i Italia, starter aktivitetene med et internettsøk fulgt av deling av resultater og skriving av sammendrag. Gjennom dette utvikles kompetanser relatert til søk, klassifisering og utnyttelse av informasjon, i tillegg til kompetanse i mestring av skriftlig og muntlig språk. I Tsjekkia hvor vekten var lagt på undersøkelse og på fremmedspråket engelsk, kan opplegget bli sammenlignet med det innvandrerelevne opplevde i undersøkelsesdelen av opplegget i Frankrike.

Men det er i implementeringen av opplegget at forskjellene viser seg.

Ulik lengde fra 1 til 4 økter er observert, noe som kommer av ulike matematiske mål. Det matematiske arbeidet inkluderer oppdagelse av det magiske kvadratet, men så blir fokus satt på tall og tallsystemer i dekodningen av det gamle magiske kvadratet, eller på oppdagelse av spesielle matematiske egenskaper til et magisk kvadrat.

Det multikulturelle og historiske aspektet blir behandlet ulikt; i Italia gjennom gruppearbeid om de ulike tallsystemene, og i Frankrike med utveksling mellom elevene, basert på innspill fra utenlandske elever.

Dekodingen av det gamle, magiske kvadratet setter fokus på vanskelighetene med symbolene, men også på problemer når det gjelder tenkning i forhold til tallsystemet. Det å sette inn en figur i en kontekst som er helt forskjellig fra klassiske oppgaver, kan lede til stereotypiske svar uten at de matematiske begrepene blir konstruert på en god måte.

Det historiske aspektet og presentasjonen av ulike tallsystemer er derfor en interessant utvidelse av opplegget fra et matematisk perspektiv

Dekodingen av det magiske kvadratet bekrefter at det lingvistiske og det kognitive aspektet er nært knyttet sammen. Derfor vil vanskeligheter i matematisk tenkning tvinge elevene til å uttrykke problemet på en presis måte for å bli i stand til å komme videre. Andre ganger kan problemer med å uttrykke hva de har forstått matematisk, gjøre dem bevisst på behovet for å arbeide med språket. Opplegget som ble prøvd ut, ser ut til å legge til rette for utvikling av både matematiske og språklige

kompetanser, mens det samtidig er motiverende for elevene og kan tilpasses ulike klassetrinn og mål for undervisningen.