

ODPADKOVÉ KOŠE NA ŠKOLNÍM HŘIŠTI

Charoula Stathopoulou* a Eleni Gana*

ÚVOD

Tato jednotka vznikla v rámci projektu Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language / M³EaL. Práce na projektu začala analýzou potřeb, která jasně ukázala, že učitelé potřebují pro práci v kulturně a jazykově heterogenních třídách vhodné materiály a příklady dobré praxe.



Zde popsaná vyučovací jednotka vychází z poznatků výzkumu role, kterou hraje ve výuce matematiky v kulturně a jazykově heterogenních třídách jazyk, a také z výzkumu v oblasti inkluzivního vzdělávání.

Konkrétně je jednotka vytvořena ve smyslu projektového vyučování (Willis 1996, Leaver a Willis 2004, Puren 2004). V rámci práce na vyučovací jednotce „**Odpadkové koše na školním hřišti**“ žáci hledali řešení situace z reálného života, která se objevila v jejich škole. Jejich úkolem bylo najít vhodný prostor pro umístění odpadkových košů na tříděný odpad. Takovýto typ úkolu ukazuje, že matematika je smysluplná, žáci mají motivaci se matematikou zabývat. Je tedy třeba, aby matematická situace dávala smysl všem žákům. Není postavena na jasně stanovených matematických postupech, namísto toho sami žáci hledají vhodné matematické pojmy (např. úměrnost) a metody (např. měření) a projednávají mezi sebou i s

*Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

*Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

učitelem, jak budou postupovat. To, jak je úloha navržena, otevírá široké pole pro komunikaci mezi žáky navzájem i mezi žáky a učitelem. Jen tak jsou žáci schopni najít smysluplné řešení. Žáci se do diskuzí mohli zapojit nezávisle na svém jazykovém či kulturním původu. Naopak mohli využít své vlastní znalosti a zvyklosti a vytvářet spoje mezi formální a neformální matematikou. Navíc to, že žáci na řešení úkolu spolupracovali a sdíleli různé zkušenosti a znalosti, vedlo k rozvoji vztahů uvnitř skupiny a k tomu, že se spolužáci začali vnímat jako partneři, jako rovný s rovným.

Hlavním matematickým obsahem aktivity byly techniky měření a pojem úměrnosti. Měření – proces zjištění velikosti objektu – je z hlediska každodennosti velmi podstatný matematický proces, díky kterému jsme schopni lépe porozumět světu kolem nás. Také úměrnost patří k základním matematickým pojmům, se kterými pracujeme v mnoha oblastech povinné matematiky: např. v tematických celcích měřítko, podobnost, lineární rovnice.

Dílny: Pilotování se studenty učitelství

Než proběhlo samotné hlavní pilotování, proběhly tři dílny, kterých se zúčastnilo 10 učitelů matematiky ze 2. a 3. stupně a jeden oblastní poradce pro oblast vzdělávání na 2. stupni.

V rámci první dílny byla pozornost věnována jazykovým a kulturním otázkám při výuce matematiky v jazykově a kulturně heterogenních třídách. Už výše zmíněná analýza jasně ukázala, že většina učitelů, kteří vyučují matematiku v kulturně a jazykově heterogenních třídách, postrádají jakékoli vzdělání v této oblasti. Proto v rámci první dílny diskutovali o strategiích, díky nimž celá třída těží z různého jazykového i kulturního původu žáků a jejich odlišné zkušenosti dovede využít jako zdroj poznání. Dále se hovořilo o strategiích, díky nimž se podaří překlenout propast mezi běžným jazykem a jazykem matematiky. V rámci druhé dílny se její účastníci seznámili se základní myšlenkou aktivity a jejími jednotlivými fázemi. Hovořilo se o matematickém obsahu, vztahu tohoto obsahu k osnovám, o problémech, kterým by mohli čelit žáci, jejichž mateřštinou není řečtina. V rámci třetí dílny jsme se dohodli na konečné podobě celé aktivity. Účastníci dílny ovlivnili jednotlivé fáze realizace projektu, délku trvání jednotlivých fází, hovořili o očekávaných reakcích žáků a možných strategiích realizace celého výukového experimentu.

Design materiálu: stručný popis

♦ Východisko

Projektové vyučování:

Rozhodli jsme se vycházet z ideje projektového vyučování, protože projektové vyučování žáky vede k tomu, aby hledali řešení matematické situace, aniž by existoval jednoznačně definovaný způsob jejího řešení. Při tomto způsobu práce vzniká obrovský prostor pro matematickou komunikaci. Dá se tedy očekávat, že se přirozeně vynoří lingvistická témata.

Aktivita, kterou předkládáme, vychází z toho, že ve škole probíhá diskuze mezi žáky

a učiteli o nedostatku možností recyklovat a o tom, jak tuto situaci vylepšit. Jedná se tedy o problém z běžného života, pro jehož řešení je třeba použít pojmů i metod z matematiky. Lze očekávat, že projekt žáky zaujme a všichni z nich budou aktivně hledat možná řešení a vhodné modely.

◆ **Projekt**

Žákům je předložen formální dopis z radnice, který hovoří o jejím záměru vybavit školy nádobami na recyklaci odpadu. Žáci musí s ohledem na velikost školního dvora promyslet, kolik nádob se tam vejde a kde přesně by měly být umístěny.

◆ **Žáci a škola**

Pilotování této jednotky bylo naplánováno se žáky 7. ročníku (primy) 6. gymnázia ve Volos. Jednotku pilotoval Ioannis Fovos. Z 22 žáků ve třídě je 6 Romů, bilingvních dětí, které doma hovoří romsky (jazykem, který nemá písemnou podobu).

◆ **Cíle**

- ☐ Využít pojmy a metody matematiky při řešení společenské problematiky a ukázat žákům matematické argumenty, které jsou potřeba v běžném životě. Žáci mohou používat různé strategie řešení. Při práci na tomto projektu se očekávalo, že žáci využijí: prostorové pojmy, měření, podobnost, úměru a podobně. Očekávalo se také, že žáci budou používat prostorové pojmy jako nahoře, dole, nad apod. různými způsoby. Věděli jsme totiž z předchozích výzkumů, že romská komunita hovoří o prostoru zcela odlišným způsobem.
- ☐ Verbálně i jinými prostředky komunikovat o myšlenkách a vlastních matematických postupech, vyjednávat a obhajovat vlastní myšlenky ve skupině, v celé třídě. Používat různé jazykové prostředky i modality vyjádření.
- ☐ Aktivně se účastnit zkoumání různých diskurzivních vzorců (žánr, slovní zásoba, vhodné gramatické struktury) při komunikaci matematiky v různých kontextech.

Hlavní pilotování

by Charoula Stathopoulou, Eleni Gana a Ioannis Fovos

Realizace aktivity

1. fáze: úvodní informace (10 minut)

Učitel žákům sdělil, že jejich třída byla vybrána pro pilotování nové aktivity a že hodiny budou nahrávány na video. Všichni žáci projeví nadšení. Výjimkou byla jedna romská žákyně, která prohlásila, že se nechce zúčastnit.

2. fáze

a. Čtení dopisu (20 minut)

Učitel žákům přečetl dopis, který (prý) přišel z radnice a který žáky vyzývá, aby

rozhodli, kam umístit nádoby na tříděný odpad, a aby toto rozhodnutí odůvodnili. Když žáci dopis přečetli, učitel se zeptal: *Jak bychom teď měli začít?*

b. Jak koše rozmístit? (20 minut)

Žáci odpověděli třeba takto:

- ☐ udělat fotku školního dvora ze střechy školy,
- ☐ udělat plán přízemí školy (učebna byla v přízemí).

S druhým návrhem žáci souhlasili a začali přemýšlet, jak plán vytvořit. Uvědomili si, že bude třeba školní dvůr změřit.

Učitel se zeptal: „Změřené údaje budou v reálné velikosti. Jak to zakreslíte na papír?“ Žáci odpověděli, že vědí, jak se to dělá. Pojem měřítko si ale nevybavili. Tento pojem jim tedy řekl učitel. Pak se žáci přesunuli na školní dvůr, aby ho změřili. Rozdělili se do skupin s tím, že každá skupina vytvoří vlastní plán. Ke konci této fáze za učitelem přišla romská žákyně, která původně účast v projektu odmítla, a řekla, že by se chtěla zapojit. Učitel jí sdělil jména žáků z její skupiny. Zdá se, že ji oslovil pragmatický charakter aktivity.

3. fáze: Měření velikosti školního dvora (30 minut)

Hlavním cílem této fáze bylo, aby žáci provedli měření školního dvora a připravili náčrt jeho plánu.

První měření provedla romská žákyně, která se původně nechtěla zapojit. Další strany školního dvora postupně měřili žáci z dalších skupin. Jeden žák v každé skupině měl za úkol zaznamenávat všechna měření. Měření proběhlo s pomocí kilometrovníku, což žáky velmi bavilo.



A student measuring the yard

4. fáze: tvorba plánu (v učebně, 2 hodiny)

Cílem této fáze práce na projektu bylo, aby žáci našli správné měřítko. Nemuseli přitom používat správné matematické termíny. Úkolem bylo narýsovat plán školního dvora na papír.

Žáci pracovali ve skupinách. Konkrétně bylo vytvořeno pět skupin, z nichž ve třech byli romští žáci. Skupinové práci bylo přizpůsobeno uspořádání lavic ve třídě, aby každá skupina měla vlastní pracovní ostrůvek a žáci mohli snáze spolupracovat.

Obtíže žáků při rýsování plánu a použité strategie:

První strategie všech žáků byla převést metry na centimetry, tedy pracovat v měřítku

1:100. Někteří z nich si ale uvědomili, že formát papíru nebude vhodný. Papír otočili na šířku a potom se jim více méně podařilo plánek hřiště na papír vměstnat. Jedna ze skupin udělala něco jiného – přilepila k původnímu listu papíru ještě jeden. Ostatní skupiny vydělili jednotlivé míry dvěma, takže vlastně pracovali v měřítku 1:200. Bylo zjevné, že žádná ze skupin nevyužila při hledání vhodných velikostí trojčlenku. Místo toho hledali neformální strategie, které vedly k tomu, že se jim plán podařilo vytvořit. Kromě jedné skupiny ale žádná nebyla schopna vyjádřit, jaké je konečné měřítko plánu.

Podívejme se na některé komentářů žáků k postupu i konečným výsledkům:

Žák: a pak, protože se to nevešlo, jsme to vydělili dvěma.

Učitel: jenom ty velké? Ty malé jste nechali tak, jak byly?

Žák: Ano, nejdřív jsme vydělili jen ty velké, ale pak nás napadlo vydělit je všechny. A pak vznikl správný tvar.

Žáci ve svých odůvodněních nehovoří přímo o měřítku. Implicitně se na něj ale odvolávají například ve vědě: „aby vznikl správný tvar“. Chápou tedy, že obrazec, který mají narýsovat, musí odpovídat tvaru školního dvora. Chápou pojem podobnosti i měřítko. Vzhledem k tomu, že úloha je autentická, hledají řešení v konkrétním kontextu.

Další obtíž, se kterou se žáci museli vyrovnat, když pořizovali plánek školního dvora, byla, že jde o uzavřený mnohoúhelníkový tvar. Vzhledem k tomu, že je nenapadlo změřit úhly, což tvorba přesného plánu vyžaduje, často museli dělat poměrně nahodilé úpravy některých stran, aby se nakonec tvar uzavřel.

Učitel: *Podařilo se vám útvar uzavřít?*

Žák1: *Ne. Nepodařilo. Tak jsme trochu prodloužili chodbu*

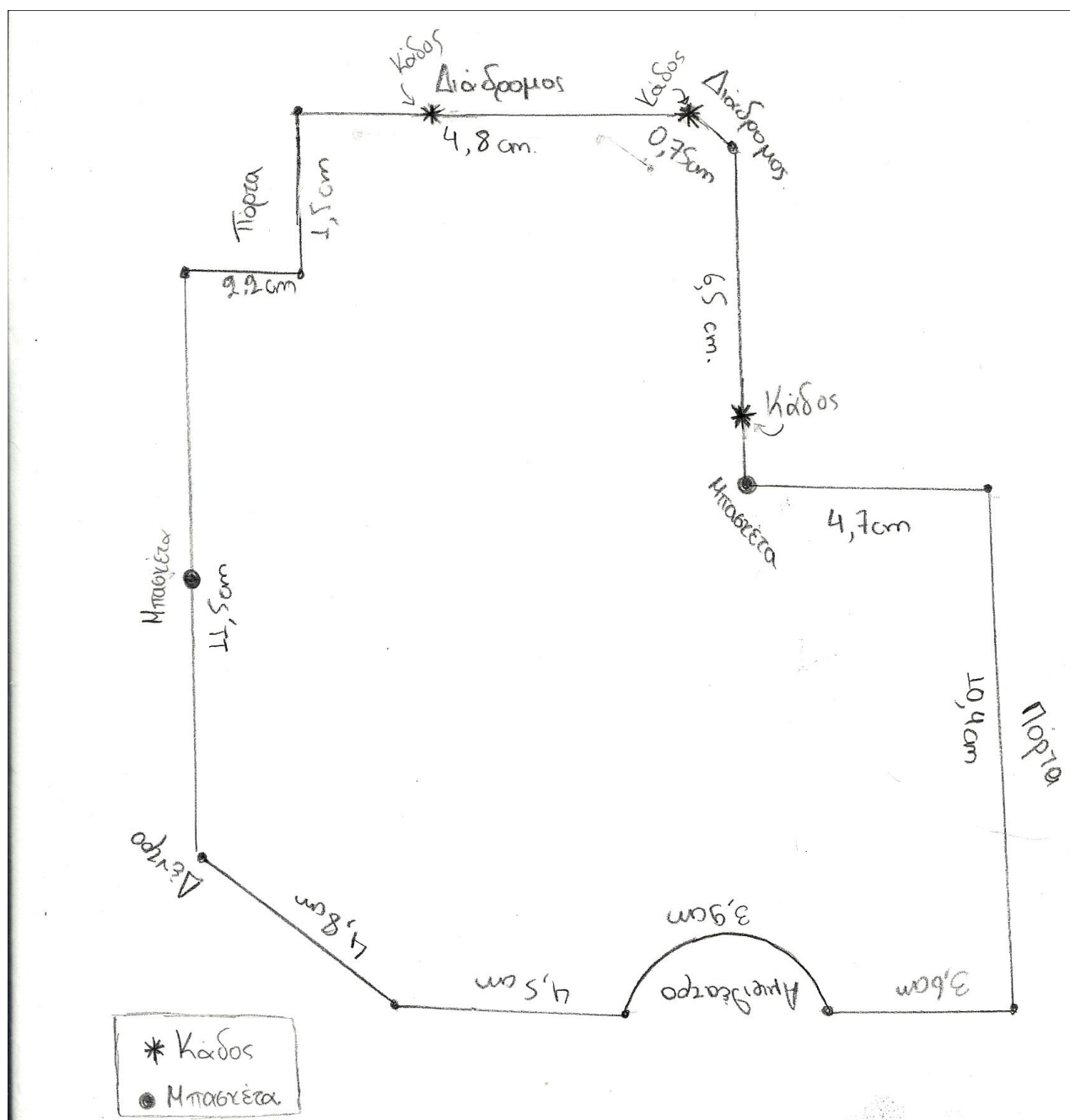
Žák2: *Aby se nám tvar podařilo uzavřít, stranu 22,4 cm jsme trochu prohnuli, aby se vešla.*

Fotografie žáků při skupinové práci:



Students working in groups in the classroom

Na obrázku je jeden z plánků, které žáci v rámci skupinové práce vytvořili.



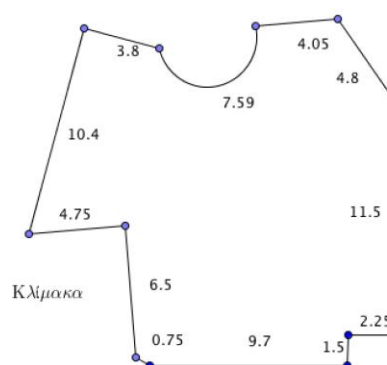
5. – 6. fáze: společné zkoumání plánek (1h+1h)

Učitel naskenoval plánky všech skupin, aby je mohl promítat dataprojektorem. Každá skupina dostala možnost prezentovat svůj plánec, říct něco k obtížím, které museli řešit, a ke strategiím, které používali, atd. Žáci měli k dispozici bezdrátovou myš, takže na pláncích mohli ukazovat body a místa, která působila problémy, případně plánky upravovat.

Pak jim učitel ukázal program GeoGebra. Obrazovku promítal dataprojektorem, takže ji viděli všichni žáci. Potom mohli na tomto softwaru ve skupinách narýsovat své plánky, pomocí ikoněk ukázat, kam umístit nádoby na odpad, a svoji volbu zdůvodnit. Učitel začal tím, že sestrojil tři rovné úsečky, kterými znázornil strany školního dvora. Školní dvůr ale neměl obdélníkový tvar, bylo potřeba plánek upravit tak, aby odpovídal uzavřenému mnohoúhelníku. Vhodnými návodnými otázkami

učitel žáky dovedl k tomu, že bude třeba změřit úhly, jinak že úlohu nebude možné vyřešit. Potřeba změřit úhel vyvstala při práci v novém prostředí, vyžadoval to použitý software. Dokud žáci pracovali v jiném prostředí – s tužkou a papírem, zdálo se jim, že potřebné úpravy mohou dělat libovolně, tak, aby dosáhli toho, že se obrazec v plánku uzavře. V této chvíli tedy učitel s několika žáky použili obrovský úhloměr, změřili úhly, které nebyly pravé. Tyto hodnoty potom zanesli do svých náčrtů, aby mohli s pomocí softwaru vytvořit přesnější plánek.

Nakonec společně s použitím GeoGebry sestrojili následující plánek:



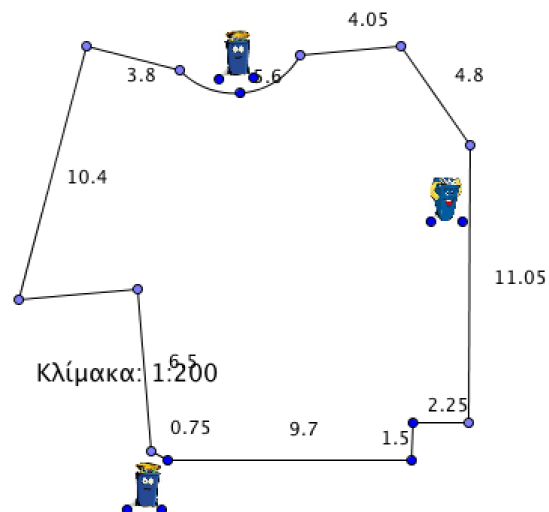
1 : 200

7. – 8. fáze: *odpověď radnici(1h+1h)*

V posledních dvou hodinách učitel žáky vyzval, aby zdůvodnili, proč by měly být nádoby na tříděný odpad na jimi zvolených místech. Žáci odpovídali v tomto duchu:

- ☐ První odpadkový koš by měl být v amfiteátru před sloupem, protože tam se o přestávkách shromažďuje hodně dětí.
- ☐ Druhý odpadkový koš by měl být mezi basketbalovým košem a stojanem na kola, v tom místě bývá hodně dětí, které si chtějí hlídat svá kola.
- ☐ Třetí koš by měl být umístěn před školní jídelnou a bufetem, aby tam mohli vyhazovat odpadky po svačinách a obědě.

Poté, co žáci společně diskutovali o nejlepším plánu i řešení, vybrali plánec v měřítku 1:100 a rozmístili odpadkové koše takto:



Je třeba poznamenat, že použití softwaru GeoGebra vneslo do práce na narýsování plánky školního dvora dynamický prvek. Díky práci s tímto nástrojem mohli žáci experimentovat s umístěním nádob na odpad. Navíc se ukázalo, že práce s tužkou a papírem má jisté nedostatky a hranice.

Na závěr projektové práce žáci zformulovali oficiální dopis na radnici. Text vznikl jako výsledek společné diskuze. Učitel pomáhal volit správnou matematickou terminologii.

Dopis na radnici:

Αξιότιμε κ. Αντισίβαρχε

Με αφορμή την αποστολή του μηνυτήριού σας σχετικά με την χρηματοδότηση της αγοράς κάδων απορριμμάτων και κάδων ανακύκλωσης στο οφείο μας, σας αναφέρουμε τις ανάγκες και τις δυνατότητες του εφορείου σύμφωνα με αυτές προτινάμε την ενοποίηση ~~των~~ ^{των} κάδων στα ζήτση οφεία της αυλής:

πρώτος κάδος να είναι στο αμφιθέατρο μπροστά από την κοίλωνα, γιατί ~~είναι ο καλύτερος~~ συγκεντρώνονται πολλή παιδιά.

δευτέρος κάδος να βγει ~~από~~ ^{μεταξύ} μπασκέτας και ποδηλατοδρόμου, εκεί συγκεντρώνονται πολλή παιδιά για να προσέχουν τα ποδήλατά τους.

τρίτος κάδος να είναι μπροστά στο κυλικείο, διότι, μετά την αγορά των ποτήριων, να περνάν να πετάνε τα απορριμμάτα τους.

~~ο τέταρτος και πέμπτος κάδος να είναι ανάμεσα στις μπότες και τη μπασκέτα, γιατί τα παιδιά θέλουν να πιαν νερό μετά το παιχνίδι τους.~~

και σας παρακαλούσαμε, όλοι οι κάδοι που θα σας στείλουμε να είναι ανακλινόμενοι, διότι, έχουμε ήδη αρκετούς ~~καδούς~~ ^{κάδους} απορριμμάτων, και σας παρακαλούσαμε, επίσης, να πραγματοποιηθεί τις προτάσεις μας ώστε να ενοποιηθούν οι κάδοι στον χώρο της αυλής όσο πιο γρήγορα γίνεται.

Με εκτίμηση οι μαθητές του Α'4 του 6^{ου} Γυμνασίου Βόλου.

Závěry

Učitel, který tuto aktivitu pilotoval, se účastnil sady tří úvodních dílen pro učitele a měl tedy vliv na konečnou podobu celého materiálu. Obtíže, které v průběhu pilotování vznikaly, řešil velmi kreativně. Žáci pracovali s velkým nasazením, nadchlo je, že pracují na skutečném problému z běžného života. To jim umožnilo přistupovat k matematice empiricky. Skupinová práce probíhala v různých prostředích a žáci tak měli dostatek příležitostí budovat nové vztahy uvnitř kolektivu i k samotnému učiteli. Do skupinové práce při řešení matematické úlohy se dynamicky zapojovali i žáci z odlišného kulturního a jazykového prostředí (romští

žáci); využívali zkušenosti s každodenním jazykem, jehož prostřednictvím se snažili pochopit jazyk matematiky. Ve výukovém prostředí, které jim připadalo smysluplné, se učili příslušné matematické pojmy a metody.

Navíc jsme zaznamenali, že přestože typ úlohy umožňoval, aby romští žáci používali svůj mateřský jazyk, všichni se tomu systematicky vyhýbali. Pravděpodobně proto, že jsou zvyklí ve školním prostředí mateřštinu nepoužívat a jeden projekt, který dal mateřštině prostor, tento jejich zvyk nezměnil.

2. pilotování

Maria Piccione**

REALIZACE VYUČOVACÍ JEDNOTKY

Vyučovací jednotka staví na *kreslení mapy*, což je činnost, která vyžaduje znalost a použití základních pojmů školské geometrie. Dá se hovořit o modelování v reálném prostoru. Podstatné je, že se žáci musí zabývat vztahem mezi *velikostí v prostoru* a *velikostí papíru*. Jde tedy o konceptuální oblast, ve které u žáků dochází k rozvoji metod a myšlení typických pro geometrické kompetence.

Vyučovací jednotka žákům nabízí úlohu z reálného života. Žáci nedostávají žádný návod, jak úlohu řešit. Sami musí vymyslet, jak vytvořit adekvátní *matematický model*. Když žáci na tomto projektu pracují, předpokládáme, že využijí a procvičí znalosti a techniky, které již mají (vztahy v prostoru, např. poloha, úhel, délka, tvar, velikost), a objeví pojmy, které jsou pro ně nové (měřítko, úměrnost).

Navíc vyučovací jednotka poskytuje kontext pro komunikaci o matematice se spolužáky, je třeba dohodnout se, učinit rozhodnutí, zdůvodňovat.

Popis úlohy

Pilotování proběhlo v nižší střední škole „Paolo Uccello“. Tato škola sídlí na severozápadním předměstí Florencie. V rámci pilotování jsme pracovali se skupinou sedmi žáků sekundy. Pilotování vedli didaktik matematiky společně s učitelem matematiky profesorem A. Scialpi.

Původní vyučovací jednotka byla trochu upravena. První změna se týkala prostoru, jehož plánec se měl udělat. K této změně jsme přistoupili s ohledem na bezpečnost žáků. Prostor, kam umístit nádoby na tříděný odpad, byla široká školní chodba, dostatečně členitá, aby splnila potřebná kritéria, ale zajišťující větší bezpečnost dětí uvnitř školní budovy. Navíc školní dvůr v této škole je pro účely tohoto projektu příliš velký a příliš pravidelný. Konceptuální oblast zůstala stejná. Modelování jsme ale trochu zjednodušili. Prostor, ve kterém žáci pracovali, lze z hlediska velikosti prostoru označit za „*meziprostor*“.

Úkolem žáků bylo jménem ředitele připravit oficiální dopis o rozmístění nádob na

**Department of Information Engineering and Mathematics - University of Siena, Italy

tříděný odpad ve školní budově.

K dalším změnám oproti původní vyučovací jednotce došlo proto, že jsme pracovali se skupinou sedmi žáků, nikoli s celou třídou.

Práce proběhla ve třech fázích. Časový rámec jednotlivých částí je uveden u každé části zvlášť.

1. fáze(1 hodina)

Zadání úkolu. Žáci si přečetli oficiální dopis, ze kterého vyrozuměli, že mají spolupracovat na realizaci projektu třídění odpadu ve škole; proto měli:

- vytvořit mapy určitých míst;
- označit, kam vhodně umístit nádoby na odpad, a rozhodnout, kolik jich je vlastně potřeba.

Kromě matematického myšlení tento projekt u žáků jasně rozvíjí kladný a angažovaný vztah k životnímu prostředí.

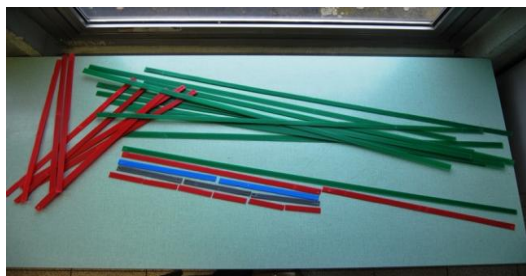
Plánování práce. Učitelka žákům ke slovu mapa nedala žádné další vysvětlení. Vyzvala je, aby se ve skupině dohodli, jak budou organizovat práci:

- ☐ *co budou dělat,*
- ☐ *kdo bude mít na starosti kterou část práce,*
- ☐ *jaké nástroje budou potřebovat,*
- ☐ *jak budou zaznamenávat získaná data.*

Bylo jasné, že si žáci velmi rychle uvědomili, že budou muset:

- ☐ **změřit** hranice chodby;přitom bude třeba brát v potaz různé otvory (dveře, okna, schodiště) a překážky (sloupy, radiátory);
- ☐ **zajistit nástroje**, které budou při měření používat.

Když žáci pracovali s touto didaktickou jednotkou, měli už zkušenost s prací v didaktickém prostředí tyče. Proto se spontánně rozhodli, že dlouhé tyče budou vhodnou pomůckou pro měření dlouhých stěn a krátké tyče pro měření kratších stěn nebo pro doplnění podél stěn, které nepůjdou pokrýt dlouhými tyčemi.



Dále se shodli, že budou muset:

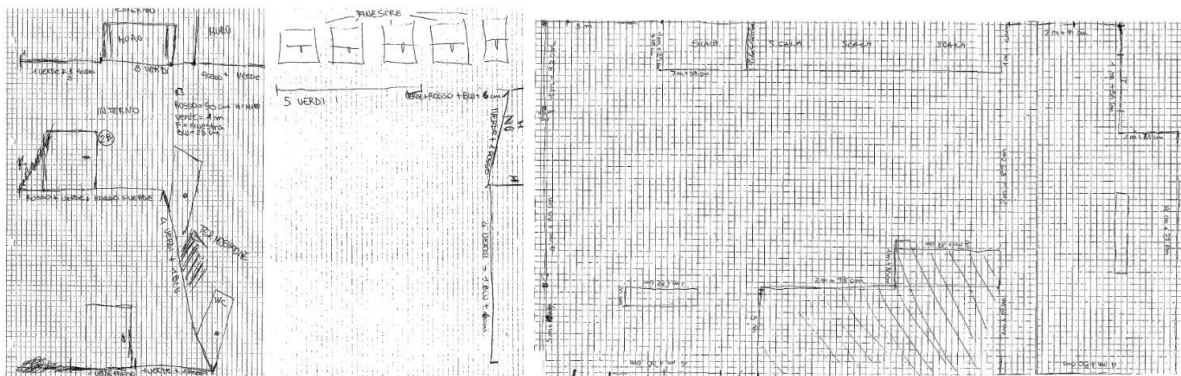
- ☐ **zapsat** naměřené hodnoty na zadní stranu papíru a
- ☐ **zachytit tvar**, aby mohli vytvořit model.

Proto si žáci přinesli listy čtverečkovaného papíru.

2. fáze(2 hodiny ve dvou různých dnech).

Měření. Při této aktivitě žáci spolupracovali. Skládali tyče podél stěn, aby je změřili. Ukázalo se, že bude třeba některé tyče rozlomit, aby se podařilo změřit zbývající malé kousky. Didaktik matematiky žákům navrhl, aby tyče rozpůlili. Žáci souhlasili, že to je dobré řešení, protože nebudou muset řešit, jak dlouhá je vlastně nové vytvořená tyč, nebudou muset zkoumat vztah nové tyče k tyči původní. Potom $\frac{3}{4}$ z nich začali zakreslovat výsledky měření na listy papíru. Vůbec při tom neuvažovali, jaké měřítko mají zvolit.

Tvorba modelu. Na počátku této aktivity šlo o pouhé náčrty. Žáci plánek kreslili s tím, že brali v potaz tvar jednotlivých částí chodby. Každou čáru popisovali jednotkami (1 tyč = 1 jednotka). První pokus o vytvoření mapky byl na velmi základní úrovni a obsahoval prvky trojrozměrného znázornění.



Didaktik matematiky navrhl, aby žáci namísto několika jednotlivých mapek různých částí chodby udělali jednu celkovou. Proběhla diskuze o tomto návrhu.

Pak didaktik žáky vyzval, aby zjistili délku tyče vyjádřenou v běžně používaných jednotkách délky. Přeměřili a zjistili: „*přesně 1 metr*“.

Znovu připomeňme, že skupina nakreslila plánek chodby, aniž by jakkoli přemýšleli o *měřítku*. Prostě zhruba dodržovali poměr mezi délkami stěny a délkou čar v mapce.

V tuto chvíli ale uznali, že budou muset rozhodnout, kolik čtverečků na čtverečkováném papíru bude odpovídat 1 metru. To později využili při realizaci konečného modelu. Zjevně čtverečkem mysleli „stranu čtverce“, ale v tuto chvíli volili rychlejší přirozenější vyjádření. To jen potvrzuje, jak velkou didaktickou hodnotu má tato aktivita pro pochopení pojmu měřítko.

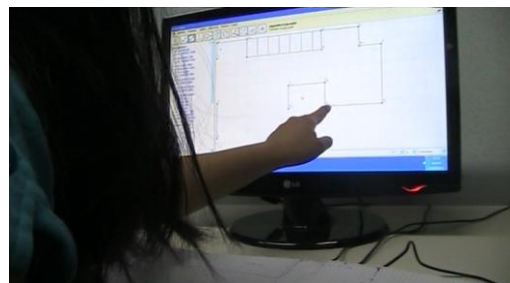
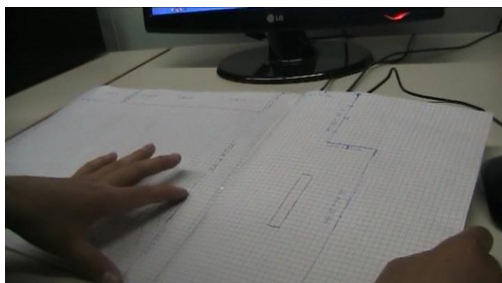
V rámci aktivity také zazněly různé logistické návrhy a argumenty o umístění odpadkových košů.

3. fáze(2 hodiny).

Práce v počítačové laboratoři. Žáci, kteří se pilotování účastnili, nikdy předtím nepracovali s dynamickým geometrickým softwarem. Ocitli se tedy ve zcela novém pracovním prostředí. Učitelka jim ukázala základy práce s GeoGebrou. To pak využili pro narýsování oficiální mapky.

V první fázi žáci pracovali na čtverečkové obrazovce. To na jednu stranu omezuje potenciál použitého softwaru, na druhou stranu ale umožňuje v tuto fázi ještě neřešit délky stran.

Žáci vyzkoušeli více možností a nakonec našli vhodné měřítko. Pak velmi pečlivě přenesli údaje z náčrtu na papíru do počítače. Sami si rozdělili, kdo bude diktovat údaje z papíru a kdo je bude zapisovat do počítače.



Komentář

Afektivní oblast.

Žáci na projektu pracovali se zapálením a brali ho vážně (měli společenský úkol). Když pracovali na chodbě, zastavovalo je mnoho zvědavců (žáků i dospělých), kteří se vyptávali, co přesně dělají. Nadšeně vysvětlovali, že v rámci školního projektu dělají plán chodby.

Novost struktury a typologie aktivity (požadavek, místo, způsoby realizace) vzbuzovala u žáků zájem a nadšení, které se podařilo udržet až do konce.

Kognitivní oblast.

Aktivita žákům poskytla prostor, ve kterém museli aplikovat matematické pojmy a postupy a tím si je také opakovat. Práce s nimi mimo jiné ukázala jejich teoretický i praktický význam (měření jako činnost, jednotky, převody jednotek, výsledky měření, měřítko, poměr, modelování).

Materiál žákům poskytl prostor pro matematickou komunikaci, v jejímž rámci mohli:

- ☐ porovnávat nápady a diskutovat o nich,
- ☐ společně rozhodovat,
- ☐ používat obecný jazyk i jazyk matematiky,
- ☐ uvědomit si rozdíly při formulování v každém z těchto jazyků.

Obtíže.

Práce na této aktivitě žákům umožnila vyrovnat se s obtížemi, které neočekávali. Tyto obtíže souvisely hlavně s nestandardním tvarem chodby a s výběrem vhodného měřítko.

Díky tomu učitelka viděla jiný způsob metodologického uchopení výuky: Žákům byla zadána problémová situace, žáci sami hledali podmínky pro její vyřešení a měli dost času a autonomie, aby sami objevili, že potřebují nový matematický pojem.

Výsledky.

Rozhovor. Rozhovory s účastníky pilotování proběhly rok po jeho ukončení. Žáci si aktivitu velmi dobře pamatovali. Odpovědi z rozhovorů ukázaly, že žáci díky práci na projektu lépe pochopili

- ☐ význam postupu měření;
- ☐ význam volby jednotek a podjednotek;
- ☐ důsledky této volby.

Myslíme si, že tyto změny souvisejí s tím, že žáci pracovali s neoficiálními nástroji, tedy s nástroji, které nebyly předem určené a jejichž použití nebylo nadiktované. To, že měření proběhlo s nestandardními jednotkami, se zdá být klíčové pro trvalé uchopení. Všichni účastníci pilotování hovoří o měření pomocí tyčí jako o nezapomenutelné zkušenosti: „*co mě nejvíc fascinovalo, bylo měření s pomocí plastových tyčí*“; jeden za žáků řekl, že byl zvyklý vždycky měřit s metrem a že pro něj bylo velkým překvapením, že lze použít i tyče: „*Nikdy předtím jsem neměřil pomocí barevných tyčí*“. Jedna dívka explicitně zmiňuje proces přechodu k „podnásobkům“: „*a když jsme dělali, abychom změřili menší části*“.

Odpovědi také ukazují, že toto vzdělávací prostředí podpořilo poznání:

- ☐ vlastností postupu měření při tvorbě mapy;
- ☐ činností („*ani trochu jednoduchých*“) nutných k tomu, aby šlo převést data získaná v reálu do jejich reprezentace v určitém měřítku.

Výrazy jako: „*narysovat obvod plochy*“, „*zobrazit mapu plochy*“, „*změřit obvod velké plochy*“ ukazují, že žáci mají jasno o vztahu okraj-vnitřní část obrazce a chápou, jaké operace je třeba udělat. Jinými slovy žáci chápou význam daných pojmů, ale příslušná terminologie není přesná, musí se ještě usadit a správně definovat. Je třeba, aby se v rámci práce na této jednotce neustále zdůrazňovala slova „mapa“ a „reliéf“, protože jinak je žáci sami nezačnou spontánně používat.

Je zajímavé, že žáci si byli vědomi následujícího problému: měli přenést lineární informaci (míry) na dvojrozměrný obrazec. („*Nejdřív se to zdálo strašně složité, ale brzy jsme věděli, jak na to!*“).

Naopak žáci vůbec nehovořili o geometrických vlastnostech prostoru, které odhalili při práci na této jednotce, konkrétně o kolmosti a rovnoběžnosti stěna o obdélníkovém tvaru sloupů v chodbě. Zpětně se domníváme, že to mohlo vzniknout proto, že žáci pracovali se čtverečkováným papírem a v GeoGebře také používali čtverečkové pozadí. Domníváme se, že jsme tím úlohu tak významně zjednodušili, že žáci nezískali povědomí o geometrických vztazích, které jsou mezi jednotlivými obrazci na mapě. To by znamenalo, že není dobré úlohu takto zjednodušovat. Je třeba pracovat s čistým listem papíru a s prázdnou obrazovkou, aby tato problematika vystoupila více do popředí. Za podmínek, které jsme při pilotování použili, šlo vlastně jen opakování téhož, jen s větší dávkou přesnosti.

Žáci si také dobře pamatovali, jak složité bylo zacházet s konkrétním tvarem prostoru

a jeho šířkou. To nás vedlo k tomu, abychom provedli experiment zrakového zkoumání velkých dvojitých skleněných dveří, které stály asi o 3 metry dál. Žáci mohli vyjádřit rozdíl mezi znázorněním malého a velkého prostoru: první je jednodušší, protože ho „lze celý přehlédnout“, „mít méně prvků vprostřed“, „méně počítat“, „trávit méně času“ ...

Z metakognitivního hlediska se objevila např. potřeba ovládat osobní strategie jednání (aktivně poslouchat učitelčina doporučení a rady, být klidný, sebevědomý, trpělivý a přesný, dávat pozor...).

3. pilotování

Pier Giuseppe Vilardo a Franco Favilli***

ÚVOD

Očekává se, že v rámci této aktivity budou žáci řešit problém z reálného života s pomocí matematických nástrojů, aniž by předem znali přesný postup řešení. Jedním z hlavních matematických témat, kterých se tato aktivita týká, je úměrnost, a to v geometrické perspektivě.

Žáci musí splnit následující úkoly: Musí určit shromaždiště tříd v případě evakuace školy. Poté musí zcela přesně popsat, kde tato místa jsou, a tyto instrukce předat zaměstnancům radnice, kteří budou na příslušná místa dělat značky.

Nejprve (asi 15 minut) budou žáci pracovat samostatně, aby vše promysleli. Zbytek práce proběhne v 6 skupinách 3 až 4 žáků.

CÍLE

Pro žáky je cílem:

- ☐ propojit matematické pojmy a postupy při řešení skutečného problému,
- ☐ slovně nebo jiným způsobem komunikovat matematické myšlenky i aktivitu,
- ☐ diskutovat o řešeních,
- ☐ aktivně se zapojit do zkoumání různých způsobů komunikování matematického obsahu v nejrozdílnějších kontextech,
- ☐ měřit,
- ☐ používat sémantické struktury pro lokalizaci míst v prostoru,
- ☐ znázornit skutečné objekty v měřítku,
- ☐ používat poměr,
- ☐ využít geometrický software pro rýsování map,

***CAFRE – University of Pisa, Italy

- ☐ vytvářet modely,
- ☐ používat vhodný matematický jazyk,
- ☐ rozvíjet znalosti jazyka geometrie.

ČINNOSTI VE TŘÍDĚ

2. ročník 2. stupně (7. třída); 12 vyučovacích hodin (původní plán 10 vyučovacích hodin), 22 žáků.

Vyučovací experiment proběhl ve 2. ročníku 2. stupně. Učitel materiál využil jako úvod do poměru a měřítka.

Úkolem žáků bylo za školním parkovištěm (Fotografie 1) určit shromaždiště v případě evakuace školy pro sedm různých tříd (z celkového počtu jedenácti tříd ve škole). Jiná třída již předtím vyrobila tyče na označení těchto zvolených míst.



Fotografie 1: The school parking lot

Poté, co žáci zvolili vhodná místa, měli za úkol najít způsob, jak zodpovědné pracovníky na radnici informovat o tom, kam přesně mají umístit vyrobené tyče. Podmínkou bylo, aby tyto informace byly jednoznačné a srozumitelné. Úkol žákům zadal ústně jejich učitel.

Po zadání úlohy měli žáci 15 minut na to, aby si rozmysleli, jak postupovat. Poté byli rozděleni do šesti skupin (čtyři skupiny po čtyřech a dvě skupiny po třech studentech).

Nejprve skupiny vytvořily plány školy a mapku parkoviště. Mapky více či méně odpovídaly skutečnosti. Žáci se hlavně soustředili na to, kam umístit shromaždiště. Spoléhali se při tom hlavně na svoji vizuální paměť..

Poté každá skupinka předvedla svá řešení. Úkolem jednotlivých skupin bylo ukázat nejprve jednodušší, a poté složitější řešení, která postupně vznikala.

První skupina napsala ústní pokyny, ve kterých obecně popsala, kde se jednotlivé třídy mají shromažďovat. Tyto pokyny ale nestačily pro to, aby pověření zaměstnanci uměli tyče jednoznačně umístit.

I druhá skupina napsala slovní pokyny, ale zahrnuli do nich i informace o tom, jaká

vzdálenost má být mezi jednotlivými tyčemi.

Třetí skupina napsala o něco méně obecné pokyny než první dvě skupiny, protože do nich zahrnula informace o budovách jako např. skleník a navíc vytvořila jednoduchou mapku. Žáci v této skupině si nebyli vědomi významu mapky. To, že ji mají, ukázali až poté, kdy je o to učitel požádal. Teprve po několika návodných otázkách si uvědomili, že musejí vytvořit mapu školy a že díky ní se jim podaří jasně označit umístění jednotlivých tyčí.

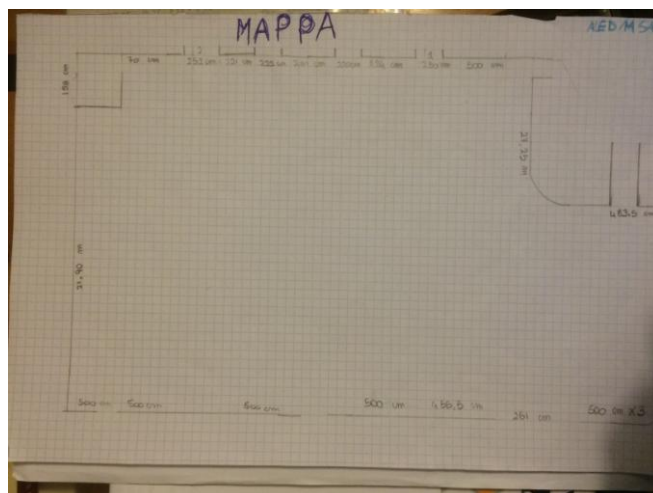
Další tři skupiny vytvořily mapku, jedna z nich byla velmi prostá, další dvě podstatně více propracované. Jednu ze skupin dokonce napadlo, že je třeba parkoviště změřit a toto měření použít při tvorbě mapky na počítači v programu, který uměl převádět výsledky měření na mapku. Tato skupina neustále zdůrazňovala, že mapka je nejrychlejší a nejjednodušší cesta k vyřešení této úlohy.

Když žáci viděli všechna navržená řešení, shodli se, že nejlepší řešení je pomocí mapy. Poté se začali dohadovat, která mapka je ta nejlepší. Učitel tuto hádku přerušil a zeptal se, co je třeba, pokud chceme nakreslit dobrou mapu; všichni se shodli na tom, že je třeba změřit parkoviště za použití vhodného nástroje, například pásma. Tato část trvala 2 hodiny.

V následující hodině žáci změřili parkoviště. Někteří si nebyli úplně jisti, jak správně postupovat, a proto požádali učitele o radu. Jedna skupina využila laserové měřidlo (učitel chtěl, aby vysvětlili, jak tento nástroj funguje; uměli ho použít, ale neuměli odborně vysvětlit, proč to funguje). Po dvou hodinách měly všechny skupiny změřeno.

Když žáci dokončili měření, začali vytvářet mapy (na to byly potřeba dvě hodiny navíc). Každá skupina při rýsování mapy pracovala jinak. Dvě skupiny dokončily práci doma (to po nich učitel nevyžadoval). K dokončení mapy použili počítačový software. Jedna skupina pracovala s GeoGebrou, druhá pracovala se softwarem „planner 5d“, který je dostupný online. S tím, že tento software použijí, počítali od začátku. Ostatní skupiny využily pro tvorbu mapy milimetrový papír. Jen dvě ze šesti skupin využily při tvorbě mapy redukční pravítko.

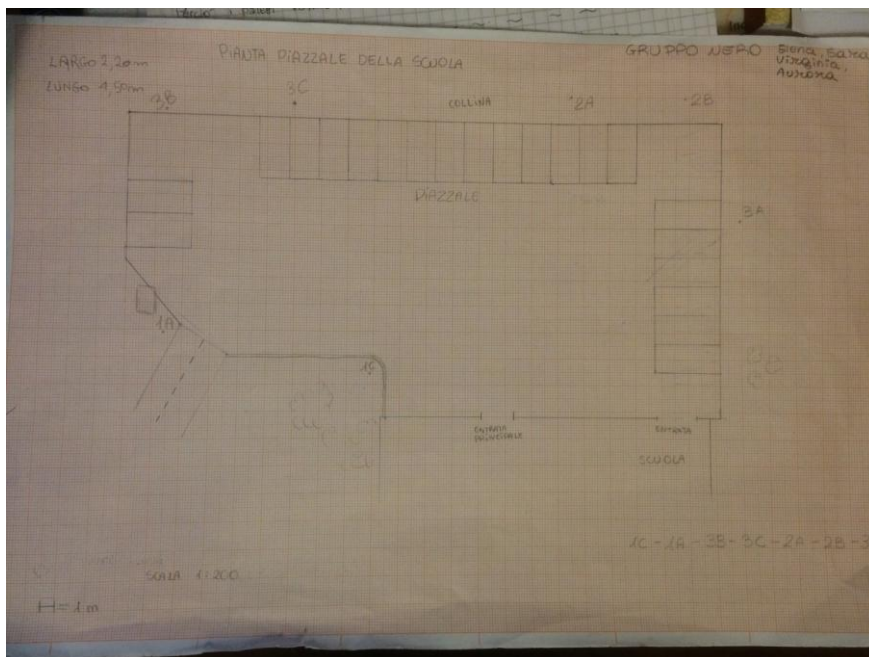
Když byly mapky hotové, všechny skupiny předvedly a vysvětlily svoji práci.



Fotografie 2: The map drawn by a group

Vysvětlení, která žáci podali, ukázala, že 4 ze 6 mapek jsou nepoužitelné, protože na nich nebylo možné jednoznačně umístit tyče (na 2 mapách tyče nebyly znázorněny, bylo tam jen parkoviště). Poté, co žáci předvedli svoji práci, krátce o všem diskutovali a většina si nevšimla, že 4 mapky byly nepoužitelné; zdá se, že mnoho z nich se zaměřilo na nepodstatné otázky (tvorba mapek trvala 2 hodiny).

Z toho důvodu se učitel rozhodl nechat žáky, aby přímo venku ověřili, zda jsou mapky v pořádku (2 hodiny). Žáci dostali tyče a každá skupina je měla umístit podle plánu některé jiné skupiny. Teprve teď objevili, že tyče lze umístit jen podle 2 plánů ze 6 (fotografie 3).



Fotografie 3: One of the maps with the poles location

Některé z mapek nebyly zakresleny ve správném měřítku, jinde chyběly informace o tom, kam umístit tyče – nebyly v mapce vůbec zakresleny (fotografie 4).

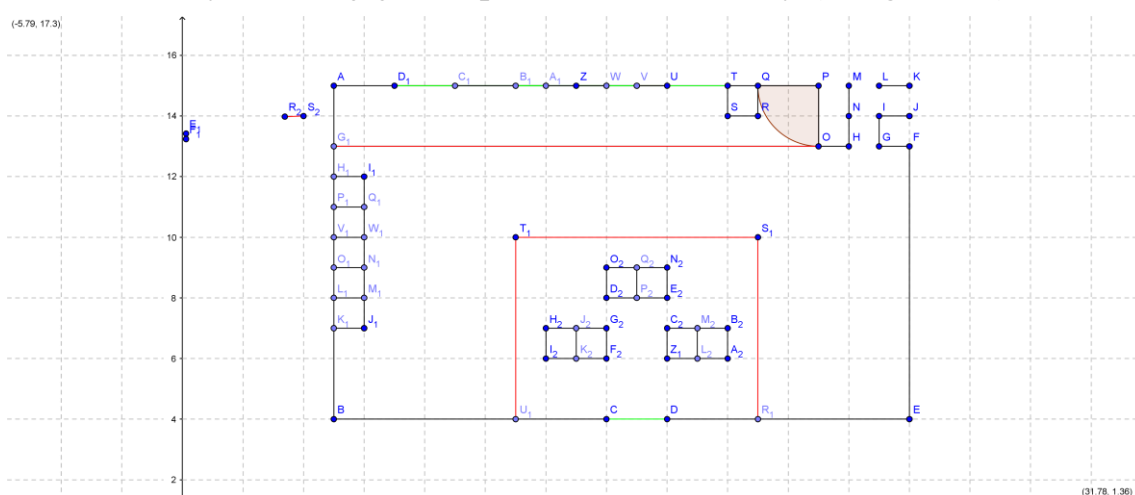


Photo 4: A GeoGebra map without the poles

Žáci se tedy shodli na tom, že správně jsou pouze 2 mapky. Na závěr celého experimentu žáci napsali zprávu o tom, co v rámci projektu dělali.

ZÁVĚR

Za prvé je třeba říct, že žáci pracovali s velkým elánem a zaujetím. A to i přesto, že výsledky nakonec nebyly uspokojivé. V zásadě šlo o to, že vytvořené mapy (4 ze 6) nebyly s ohledem na zadání úlohy použitelné. Všichni žáci ale nakonec viděli, kde udělali chybu, a uměli označit ty mapky, které byly správně. Jen v několika případech vedla původní otázka k spontánnímu použití redukčního pravítka při tvorbě mapy; ale následné ověření venku žákům ukázalo, jak je takový nástroj užitečný. Žáci měli absolutní volnost při hledání cesty, jak na původní otázku odpovědět. Jen výjimečně učitel usměrňoval jejich nápady a snažil se je nasměrovat k nějakému řešení, jako například k nakreslení mapky. Ale ani v tomto případě jim neřekl, jak konkrétně to mají udělat. Mohli postupovat zcela podle vlastního uvážení. Někteří prostě rýsovali, jiní použili geometrický software. Učitel žáky nevyzval, aby mapku zmenšili v konkrétním měřítku. Práce na úloze žákům mohla pomoci objevit, že už vlastně správně pracují s poměrem, aniž by tomu předcházela formalizace učitelem. Podařilo se to jen několika z nich. Pro ostatní byla úloha užitečná, protože jim ukázala, jak důležitý je tento matematický nástroj. A to vše proto, že pracovali se skutečným problémem. Aby si žáci pojem poměru upevnili, v dalších hodinách pracovali s dalšími každodenními situacemi, ve kterých je práce s poměrem potřeba, například s kuchařskými recepty.

4. pilotování

Andreas Ulovec^{****} a Therese Tomiska

Obecné informace

Vyučovací jednotku pilotovala středoškolská učitelka matematiky s pětiletou praxí. Škola se nachází nedaleko Vídně. Učitelce byla vyučovací jednotka zaslána s třítydenním předstihem před samotným pilotováním. Učitelka vyučovala v kvintě (14-15 let), sextě (15-16) a oktávě (17-18). Po setkání s rakouským partnerem projektu se rozhodla materiál pilotovat v hodině matematiky v sextě (50 minut). Skupina se skládala z osmi žáků, z nichž tři byli migranti. Hodina byla nahrána na video. Hodinu hospitoval člen rakouského řešitelského týmu.

Pilotování ve třídě

Učitelka jednotku upravila. Cílem studentů nebylo umístit nádoby na odpad na školním dvoře, ale v sále, ve kterém se pořádají školní plesy. Šlo o situaci, která studenty zajímala, protože i oni budou organizovat školní ples s občerstvením, až dojdou do oktávy. Celý materiál byl zkrácen na jednu vyučovací hodinu v délce 50 minut. Hodina proběhla v počítačové učebně, což odpovídá původnímu materiálu.

Na začátku vyučovací hodiny učitelka představila téma (5 minut). Poté následoval brainstorming studentů o tom, co bude k řešení situace potřeba. Velmi brzy studenti došli k závěru, že by se jim velmi hodilo mít k dispozici plánek místnosti, aby mohli

^{****}Faculty of Mathematics - University of Vienna, Austria.

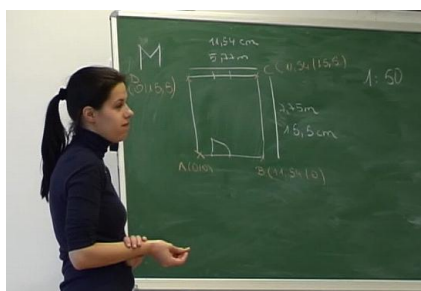
vyzkoušet různé možnosti. Teprve pak se budou moci správně rozhodnout. Učitelka pláněk připravila na papír a schematicky ho načrtla na tabuli.



Proč tato mapka nestačí?

Poté následovala diskuze studentů, jestli je potřeba na mapku přidat další data. Studenti přišli na to, že pokud není uvedeno měřítko, není možné mapku při plánování umístění košů využít. Zvolili si vhodné měřítko.

Vzhledem k tomu, že výuka probíhala v počítačové učebně, navrhli, že by bylo snazší pláněk místnosti udělat rovnou elektronicky, protože pak bude možné vyzkoušet různá umístění košů. Následovala diskuze o tom, co je potřeba k tomu, aby se podařilo pláněk z tabule přenést na počítačovou obrazovku. Studenti se shodli, že bude třeba s využitím měřítka mapy zavést a vypočítat souřadnice.



Zavedení souřadnic

Studenti pak s pomocí softwaru GeoGebra vytvořili základní mapku místnosti a zjistili, že původní mapka neudává jednoznačně velikost vstupních dveří. Začali měřit jejich šířku, jednotkou měření byly učebnice matematiky. Potom změřili pravítkem učebnici matematiky a výsledky měření převedli na metrické jednotky.



Měření dveří

Poté studenti diskutovali o vhodném umístění košů a došli k závěru, že koše by se hodily u stolů s občerstvením. Uvědomili si, že nemohou začít tím, že umístí (malé) koše, ale tím, že umístí (velké) stoly.

Na konci vyučovací hodiny studenti diskutovali, jaká nová omezení se budou vztahovat na umísťování stolů – např. jejich hmotnost, rozměry, ale i potřeba prostoru mezi stoly, aby bylo možné procházet.

Závěry

Pilotování prokázalo, že realizace této vyučovací jednotky vede ke splnění cílů. Zkoumání situace z reálného života, využití pojmů v prostoru, měření a měřítko stejně jako ústní komunikace na různých úrovních – to vše se v hodině odehrálo.

Závěr

Charoula Stathopoulou a Eleni Gana

Čtyři pilotování ve čtyřech různých školách (třech na 2. stupni a jedné na 3. stupni) ukázala, že aktivita byla pro žáky motivující a aktivně se jí účastnili.

V původním návrhu aktivity bylo plánováno vytvořit mnoho příležitostí pro komunikaci mezi žáky při tom, když hledají řešení, a usnadnit žákům z jiného jazykového a kulturního prostředí, aby využili své matematické i jazykové prostředky při hledání smyslu matematických pojmů a při využívání matematických technik.

Záměrně bylo zvoleno projektové vyučování, protože: a) autoři očekávali, že pragmatické zaměření aktivity vzbudí zájem žáků, neboť zde matematika zapadala do pro žáky smysluplného empirického rámce, b) formulace zadání neobsahovala žádné předdefinované procesy, kterými problém řešit, c) úloha prokázala smysluplnost neformální matematické zkušenosti i způsobů vyjadřování, ve kterých žáci používali každodenní jazyk, d) jednotka nabízela různé mikro rámce spolupráce a komunikace mezi žáky – díky tomu docházelo k vzniku nových vazeb mezi jazykově a kulturně odlišnými žáky ve třídě.

Úloha byla v každé ze škol formulována jinak, protože každá škola disponuje specifickými prostory a liší se i další okolnosti. Konceptuální oblast a matematický obsah ale zůstaly stejné.

To, že nešlo o úlohu, která by šla vyřešit prostou aplikací algoritmu, naopak, že žáci museli volit strategie pro její řešení, vedlo k aktivaci žáků a také ke spolupráci mezi nimi.

Ve všech školách bylo k materiálu přistupováno jako k aktivitě, která vyžaduje modelování a rozhodování. Byl využit dynamický geometrický software a díky tomu došlo k dalšímu obohacení bádání a komunikace.

Pilotování ukazují, že když jsou žáci postaveni před problém ze skutečného světa a nedaří se jim najít řešení, aktivují mechanismy, které vedou k nápravě. Navíc se ukázalo, že prostředí, ve kterém je úloha zadána, vede k empirickým i neformálním řešením, které potom pod vedením učitelů byla postupně transformována na formální matematická řešení.

Využití projektového vyučování vytváří příležitosti, aby se žáci z jiného jazykového i kulturního prostředí zapojili do výuky. Dále překonává dichotomii, která se objevuje ve výuce matematiky, konkrétně propast:

- ☐ mezi matematikou ve škole a mimo školu,
- ☐ mezi žáky, kteří poslouchají a kteří konají,
- ☐ mezi kognitivním a afektivním zpracováním.

Lze tedy říci, že šlo o aktivitu podnětnou, zajímavou a smysluplnou, a to ve všech případech a v každém prostředí. Úloha žáky mobilizovala k tomu, aby kreativně řešili skutečný problém, aby spolupracovali a využívali každodenní znalosti z nejrozličnějších jazykových i kulturních prostředí. To vše pro konsolidaci formálních matematických pojmů.

Literatura

- Brousseau, G. (1983) : Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie", *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., ...& Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher*, 25(4), 12-21.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99-107.
- Leaver, B. L. and Willis, J., (2004). *Task-Based Instruction In Foreign Language Education: Practices and Programs*. Washington, D.C.: Georgetown University Press.
- Puren, Ch. (2004). De l'approche par les tâches à la perspective co-actionnelle, *Cahiers de l'APLIUT* [En ligne], vol. XXIII N. 1 |, URL : <http://apliut.revues.org/3416> ; DOI : 10.4000/apliut.3416 (retrieved 15/7/2015)
- Willis, J. (1996). *A Framework for Task-Based Learning*. Harlow, U.K.: Longman.