

ΒΑΖΟΝΤΑΣ ΚΑΔΟΥΣ ΣΤΗΝ ΑΥΛΗ ΤΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ ΜΑΣ

από τις Χαρούλα Σταθοπούλου* και Ελένη Γκανά*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Βασίζεται σε ανάλυση αναγκών που πραγματοποιήθηκε σε προηγούμενη φάση του προγράμματος σε δύο περιφέρειες του Ελλαδικού χώρου (Θεσσαλία και Αττική) και η οποία ανέδειξε, όπως συνέβη και στις υπόλοιπες χώρες, τον περιορισμένο αριθμό πόρων για τη διδασκαλία (π.χ θεωρητικές, παιδαγωγικές κατευθύνσεις, ενδεικτικές δραστηριότητες κτλ) τις οποίες έχουν στη διάθεσή τους οι εκπαιδευτικοί της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης όταν καλούνται να διδάξουν μαθηματικά σε τάξεις του Γυμνασίου στις οποίες φοιτούν και μαθητές που διαφοροποιούνται ως προς την πολιτισμική και γλωσσική τους καταγωγή.



Η ενότητα αντλεί από τον ερευνητικό χώρο που μελετά το ρόλο της γλώσσας και τους τρόπους με τους οποίους παρεμβαίνει στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών, όπως επίσης τις παιδαγωγικές προτάσεις που έχουν διατυπωθεί για την αποτελεσματική ένταξη μαθητών που προέρχονται από διαφορετικό πολιτισμικό και γλωσσικό περιβάλλον στις σχετικές εκπαιδευτικές διαδικασίες.

* Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

Ο σχεδιασμός της δραστηριότητας υιοθετεί το μεθοδολογικό πλαίσιο της εργασιοκεντρικής (task-based) προσέγγισης (Willis 1996, Leaver and Willis 2004, Puren 2004). Ειδικότερα, το κεντρικό έργο που διατρέχει την ενότητα “*Βάζοντας κάδους στην αυλή του Σχολείου μας*” συνδέεται με ένα υπάρχον, πραγματικό ζήτημα που απασχολεί τη σχολική κοινότητα: την εύρεση κατάλληλων θέσεων στη σχολική αυλή για να τοποθετηθούν κάδοι ανακύκλωσης.

Η εμπλοκή με τα μαθηματικά εντάσσεται σε ένα βιωματικό και πραγματολογικά αναγνωρίσιμο πλαίσιο και αποκτά νόημα για όλους τους μαθητές, παρέχοντας έτσι εν δυνάμει το κίνητρο για ενεργό συμμετοχή στις διαδικασίες της διδασκαλίας και για αντιμετώπιση της μάθησης με προσωπικούς όρους. Η μαθηματική συνθήκη που διαμορφώνεται δε βασίζεται σε απόλυτα οριοθετημένες μαθηματικές διαδικασίες. Αντίθετα, επιτρέπει στους μαθητές να ενεργήσουν μέσω ποικίλων διαδικασιών και να διαπραγματευτούν συλλογικά μαθηματικές έννοιες (π.χ. αναλογία) και τεχνικές (π.χ. μέτρηση). Ο σχεδιασμός της ενότητας, δηλαδή, προβλέπει περιστάσεις επικοινωνίας μεταξύ των συμμαθητών και μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικού ώστε να φτάσει η τάξη σε μια αξιόπιστη λύση. Μαθητές με διαφορετικό πολιτισμικό και γλωσσικό υπόβαθρο μπορούν να συνεισφέρουν με τους δικούς τους μαθηματικούς και γλωσσικούς πόρους και να συνδέσουν την άτυπη μαθηματική τους εμπειρία με τα επίσημα (σχολικά) μαθηματικά. Στο πλαίσιο της ομαδικής εργασίας και της συνέργειας - η οποία προβλέπεται σε διάφορες φάσεις της δραστηριότητας- οι διαφορετικές εμπειρίες και τρόποι αντιμετώπισης που φέρνουν οι μαθητές με διαφορετική πολιτισμική/γλωσσική καταγωγή μπορεί να αποτιμηθούν θετικά από τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας και ευρύτερα της τάξης και να προκύψουν τελικά περισσότερο ισότιμες σχέσεις μεταξύ των μαθητών.

Η τεχνική της μέτρησης και η έννοια της αναλογίας αποτελεί το βασικό μαθηματικό περιεχόμενο της ενότητας. Η μέτρηση – μια διαδικασία για τον καθορισμό του μεγέθους ενός αντικειμένου/φαινομένου—συνιστά μια σημαντική μαθηματική διαδικασία για τον καθορισμό του κόσμου γύρω μας, και επιτρέπει να ελέγχουμε καλύτερα το περιβάλλον μας. Η έννοια της αναλογίας είναι επίσης μια βασική μαθηματική έννοια και διατρέχει όλη την ύλη των μαθηματικών στην υποχρεωτική εκπαίδευση με διάφορες εκδοχές: κλίμακες, ομοιότητα, γραμμικές εξισώσεις κλπ.

Εργαστήρια: επιμόρφωση εκπαιδευτικών

Του σχεδιασμού και της πιλοτικής εφαρμογής στη σχολική τάξη (βασική πιλοτική εφαρμογή), προηγήθηκαν τρία εργαστήρια συνεχιζόμενης εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών. Στα εργαστήρια συμμετείχαν καθηγητές των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (10 εκπαιδευτικοί) και μια σχολική σύμβουλος.

Το πρώτο εργαστήριο εστίασε σε πολιτισμικά ζητήματα και ζητήματα γλώσσας, που εμπλέκονται στη διδασκαλία των μαθηματικών σε πολυπολιτισμικές/πολυγλωσσικές τάξεις. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης αναγκών, που είχε προηγηθεί των εργαστηρίων, έδειξαν ότι οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί, παρ' όλο που δίδασκαν μαθηματικά σε τέτοιες τάξεις, δεν είχαν εκπαιδευτεί κατάλληλα. Έτσι, στην πρώτη

συνάντηση με τους εκπαιδευτικούς συζητήθηκαν στρατηγικές διδασκαλίας που επενδύουν στη γλώσσα προέλευσης και τις πολιτισμικές εμπειρίες των μαθητών, όπως επίσης στρατηγικές που υποστηρίζουν τη μετάβαση των μαθητών από τον καθημερινό λόγο στη μαθηματική επικοινωνία. Στη δεύτερη συνάντηση, παρουσιάστηκε η θεμελιακή ιδέα της ενότητας, δηλαδή το προτεινόμενο έργο (task) που καλούνται να επιτελέσουν οι μαθητές και σκιαγραφήθηκαν οι βασικές φάσεις της ενότητας, δηλαδή οι προβλεπόμενες επιμέρους δραστηριότητες μέσω των οποίων θα επιτελούσαν το έργο. Συζητήθηκαν όψεις του μαθηματικού περιεχομένου της ενότητας, η σύνδεσή του με το αναλυτικό πρόγραμμα του Γυμνασίου και οι προκλήσεις που εν δυνάμει παρουσίαζε για τους μαθητές με διαφορετική γλωσσικές καταβολές. Απόψεις και πρακτικές που κατατέθηκαν στη διάρκεια του τρίτου εργαστηρίου συνέβαλαν στον τελικό σχεδιασμό της ενότητας. Ειδικότερα, η συμβολή των εκπαιδευτικών αφορούσε: στον τελικό καθορισμό των φάσεων (ή υποδραστηριοτήτων) που θα πλαισίωναν την υλοποίηση του προτεινόμενου κεντρικού έργου, το χρόνο που θα αφιέρωνε η διδασκαλία στην κάθε φάση χωριστά, σε προβλέψεις ως προς πιθανές συμπεριφορές των μαθητών και στη διαμόρφωση στρατηγικών διαχείρισης της εκπαιδευτικής διαδικασίας κατά τη διάρκεια εφαρμογής της προτεινόμενης ενότητας.

Ο σχεδιασμός της δραστηριότητας: Σύντομη Περιγραφή

♦ Το σκεπτικό

Εργασιοκεντρική (task-based) διδασκαλία:

Επιλέξαμε τον εργασιοκεντρικό προσανατολισμό (task-based) στη διδασκαλία, καθώς το πλαίσιο που διαμορφώνει, ένα πλαίσιο όχι αυστηρά καθορισμένο, επιτρέπει στους μαθητές να αναπτύξουν διερευνητικές διαδικασίες και να επικοινωνήσουν μαθηματική γνώση δίνοντας παράλληλα την ευκαιρία να αναδυθούν γλωσσικά θέματα.

Η παρούσα δραστηριότητα βασίζεται στην υπάρχουσα συνεχιζόμενη συζήτηση ανάμεσα στους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς για την έλλειψη κατάλληλης πολιτικής ανακύκλωσης στο σχολείο τους και πως θα μπορούσαν να ανταποκριθούν σε αυτή την κατάσταση. Έτσι, πρόκειται για ένα πρόβλημα της πραγματικής ζωής για την επίλυση του οποίου απαιτείται η χρήση μαθηματικών εννοιών και τεχνικών μέσα από την ανάπτυξηςκατάλληλου μοντέλου.

♦ Το έργο προς επιτέλεση (task)

Παρουσιάστηκε στους μαθητές ένα επίσημο γράμμα απεσταλμένο από τις Δημοτικές αρχές και αφορούσε στην πρόθεση του Δήμου να παρέχει κάδους απορριμάτων/ανακύκλωσης στο σχολείο: οι μαθητές έπρεπε να απαντήσουν λαμβάνοντας υπ' όψιν τις δυνατότητες του χώρου της αυλής του σχολείου τους, αιτιολογώντας τον αριθμό των κάδων όπως και τις επιλογές τους για τις προτεινόμενες θέσεις των κάδων στη σχολική αυλή.

♦ *Οι μαθητές και το σχολείο*

Η πρώτη πιλοτική εφαρμογή της ενότητας υλοποιήθηκε στο 6^ο Γυμνάσιο Βόλου στην τάξη της 1^{ης} Γυμνασίου, από τον καθηγητή μαθηματικών Ιωάννη Φόβο. Από τους 22 συνολικά μαθητές της τάξης, οι 6 ήταν Ρομά και ήταν δίγλωσσοι, καθώς στο σπίτι τους χρησιμοποιούσαν Ρομανί, μια προφορική γλώσσα χωρίς γραπτό κώδικα.

♦ *Οι στόχοι*

- Να συνδεθούν μαθηματικές έννοιες και τεχνικές ώστε να διερευνηθούν κοινωνικά θέματα και να παραχθούν επιχειρήματα για καταστάσεις της πραγματικής ζωής. Οι μαθητές θα είχαν ευκαιρίες να χρησιμοποιήσουν στρατηγικές πολλαπλών λύσεων. Για την εφαρμογή των παραπάνω, οι μαθητές αναμενόταν να χρησιμοποιήσουν: έννοιες του χώρου, μέτρηση, ομοιότητα, αναλογία κλπ. καθώς επίσης και προθέσεις για τον προσδιορισμό στο χώρο όπως: κάτω, πάνω, από πάνω, κλπ., πιθανόν με διαφορετικούς τρόπους, επειδή, μέσα από προηγούμενη επιτόπια έρευνα (Σταθοπούλου, 2005) παρατηρήθηκε ότι οι Ρομά έχουν διαφορετική κωδικοποίηση του χώρου, οι οποίες σχετίζονται με τις πολιτισμικές τους ιδιαιτερότητες και που αποτυπώνεται και στις προθέσεις που χρησιμοποιούν για το χώρο.
- Να επικοινωνήσουν λεκτικά και/ή με άλλους τρόπους τις ιδέες τους και τη μαθηματική τους δράσης και να επικοινωνήσουν μέσα στην ομάδα, στην ολομέλεια της τάξης, όταν απευθύνονται σε έναν επίσημο φορέα, χρησιμοποιώντας διαφορετικό επίπεδο ύφους και πολυτροπικότητας σε κάθε περίπτωση.
- Να εμπλακούν ενεργητικά στην διερεύνηση διαφορετικών γλωσσικών μοτίβων (κειμενικό είδος, λεξιλόγιο και γραμματικές δομές) όταν χρησιμοποιούν και επικοινωνούν μαθηματικά σε διαφορετικά πλαίσια.

Βασική πιλοτική εφαρμογή

από τους Χαρούλα Σταθοπούλου, Ελένη Γκανά και Γιάννη Φόβο

Η εφαρμογή της ενότητας

1^η συνεδρία: αρχικές πληροφορίες (10 λεπτά)

Ο εκπαιδευτικός πληροφόρησε τους μαθητές ότι η τάξη τους επιλέχθηκε για την εφαρμογή μιας νέου τύπου μαθηματικής δραστηριότητα και ότι η όλη διαδικασία επρόκειτο να βιντεοσκοπηθεί. Σχεδόν όλοι οι μαθητές θεώρησαν πρόκληση την προοπτική αυτή, με εξαίρεση μια Ρομά μαθήτρια που δήλωσε ότι δεν ήθελε να συμμετέχει.

2^η συνεδρία.

α. Διαβάζοντας το γράμμα (20 λεπτά)

Η δραστηριότητα άρχισε με τον εκπαιδευτικό να διαβάζει ένα γράμμα που είχε

στείλει (ή υποτίθεται ότι είχε στείλει) ο Δήμος, και σύμφωνα με το οποίο οι μαθητές έπρεπε να εντοπίσουν τα κατάλληλα μέρη για να τοποθετήσουν τους κάδους στη σχολική αυλή αιτιολογώντας ταυτόχρονα την επιλογή τους. Ο εκπαιδευτικός απηύθυνε στους μαθητές το ερώτημα: *ποιό νομίζετε ότι θα μπορούσε να είναι το πρώτο βήμα για τη λύση αυτού του προβλήματος;*

β. Πώς να βάλουμε τους κάδους; (20 λεπτά)

Μερικές χαρακτηριστικές απαντήσεις των μαθητών στην παραπάνω ερώτηση:

- ☐ Να βγάλουμε μια φωτογραφία από την κορυφή του κτιρίου
- ☐ Να φτιάξουμε ένα σχέδιο όπως αυτό, (δείχνοντας την κάτοψη του πρώτου ορόφου που ήταν δίπλα από την πόρτα της τάξης τους)

Οι μαθητές συμφώνησαν με αυτή την πρόταση και άρχισαν να σκέφτονται πώς να το κάνουν. Συνειδητοποίησαν ότι χρειαζόταν να μετρήσουν τις πλευρές της αυλής του σχολείου.

Ο εκπαιδευτικός ρώτησε: από τη στιγμή που η μέτρηση θα δώσει τις πραγματικές διαστάσεις, πώς μπορούν αυτές να αποτυπωθούν στο χαρτί; Οι μαθητές απάντησαν ότι ήξεραν πώς να το κάνουν αλλά δεν θυμόταν τον όρο “κλίμακα”, και χρειάστηκε υπενθύμιση από τον εκπαιδευτικό. Στη συνέχεια η τάξη μεταφέρεται στην αυλή για να μετρήσουν τις πλευρές της. Κάθε ομάδα σχεδιάζει τη δική της κάτοψη. Στο τέλος της συνάντησης, η μαθήτρια Ρομά που αρχικά ήταν αρνητική, πλησίασε τον εκπαιδευτικό δηλώνοντας το ενδιαφέρον της για συμμετοχή, ηγούμενη της ομάδας της. Προφανώς ο πρακτικός προσανατολισμός της δραστηριότητας αποτέλεσε κίνητρο για την εμπλοκή της.

3^η συνεδρία: Μέτρηση των πλευρών του σχολείου (30 λεπτά)

Στη φάση αυτή οι μαθητές καλούνται να μετρήσουν τις πλευρές της σχολικής αυλής και να ετοιμάσουν μια πρόχειρη κάτοψη.

Η πρώτη μέτρηση έτυχε να γίνει από τη προαναφερθείσα Ρομά μαθήτρια. Μετά ένας μαθητής από κάθε μια από τις άλλες ομάδες μέτρησε τις υπόλοιπες πλευρές της αυλής. Ένας μαθητής από κάθε ομάδα είχε την ευθύνη να κρατά σημειώσεις για τις μετρήσεις, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση ενός—ενός ελκυστικού εργαλείου για τους μαθητές—του οδόμετρου



4^η συνεδρία.: σχεδιάζοντας την κάτοψη (στην τάξη, 2 ώρες)

Ο σκοπός αυτής της φάσης ήταν να βρουν οι μαθητές τη σωστή κλίμακα, παρ' όλο που μπορεί να μην εξέφραζαν τα αποτελέσματά τους σε μαθηματικό λόγο. Επίσης έπρεπε να σχεδιάσουν την κάτοψη της σχολικής αυλής σε χαρτί.

Οι μαθητές δούλεψαν σε ομάδες. Συγκεκριμένα, σχηματίστηκαν 5 ομάδες, στις τρεις από τις οποίες συμμετείχαν Ρομά μαθητές. Διευθετήθηκαν τα θρανία με τέτοιο τρόπο ώστε να διευκολύνεται η διαδικασία της συνεργασίας.

Δυσκολίες και στρατηγικές των μαθητών στην κατασκευή:

Η αρχική στρατηγική όλων των μαθητών για να απεικονίσουν την κάτοψη της αυλής ήταν να μεταφέρουν τα μέτρα σε εκατοστά χρησιμοποιώντας με αυτόν τον τρόπο, χωρίς να έχουν συνείδηση του γεγονότος, την κλίμακα 1:100. Σε μερικές περιπτώσεις, οι μαθητές συνειδητοποιώντας ότι το χαρτί (μεγέθους Α4) δεν ήταν επαρκές, άλλαξαν την διευθέτηση μήκους-πλάτους και οριακά κατάφεραν να σχεδιάσουν την κάτοψη. Μια άλλη ομάδα, ομάδα μαθητών, μετά τη συνειδητοποίηση ότι δεν επαρκούσε το χαρτί, ένωσαν μια ακόμα σελίδα, ενώ οι άλλες ομάδες διαίρεσαν το μήκος κάθε πλευράς με το 2 μετατρέποντας την κλίμακα σε 1: 200. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι μαθητές δεν εφάρμοσαν αμέσως την απλή μέθοδο των τριών για να βρουν τις σωστές διαστάσεις του σχεδίου στο χαρτί αλλά χρησιμοποίησαν άτυπες στρατηγικές που οδήγησαν σε μια ικανοποιητική αποτύπωση της αυλής. Όμως, χρησιμοποιώντας αυτές τις στρατηγικές, εκτός από μια ομάδα, οι υπόλοιπες ομάδες δεν μπόρεσαν να προσδιορίσουν ποια ήταν η τελική κλίμακα που χρησιμοποίησαν.

Οι απαντήσεις των μαθητών σχετικά και με τη διαδικασία, όπως επίσης και το τελικό αποτέλεσμα παρουσιάζουν ενδιαφέρον:

Μαθητής: τότε, επειδή δεν χώραγε, το διαιρέσαμε το με το δυο.

Εκπαιδευτικός: μόνο τα μεγάλα μήκη; Αφήσατε τα μικρά όπως ήταν;

Μαθητής: στην αρχή, ναι, κάναμε μόνο τα μεγάλα, αλλά μετά σκεφτήκαμε να τα διαιρέσουμε όλα ώστε να πάρουμε το σωστό σχήμα.

Οι μαθητές, στην αιτιολόγησή τους, παρ' όλο που δεν έκαναν άμεση αναφορά στην κλίμακα, την υπονόησαν, λέγοντας: “έτσι ώστε να είναι σωστό το σχήμα”. Αντιλαμβάνονται, λοιπόν, ότι το σχήμα που καλούνται να κατασκευάσουν οφείλει να είναι το ίδιο με το σχήμα της σχολικής αυλής. Αντιλαμβάνονται την έννοια της ομοιότητας και την έννοια της κλίμακας. Το γεγονός ότι αυτή είναι μια αυθεντική δραστηριότητα υπαγορεύει την ανάγκη για μια λειτουργική λύση στο συγκεκριμένο πλαίσιο.

Μια επιπρόσθετη δυσκολία που αντιμετώπισαν οι μαθητές σχεδιάζοντας την κάτοψη της αυλής του σχολείου ήταν ότι το τελικό τους σχήμα έπρεπε να είναι μια κλειστή πολυγωνική γραμμή. Έχοντας παραβλέψει την ανάγκη να μετρήσουν τις γωνίες έτσι ώστε να πάρουν μια ακριβή αποτύπωση, οι μαθητές συχνά οδηγήθηκαν σε

αυθαίρετες προσαρμογές κάποιων πλευρών της σχολικής αυλής έτσι ώστε να πάρουν μια κλειστή πολυγωνική γραμμή.

Εκπαιδευτικός: έκλεισε σωστά το σχήμα σας;

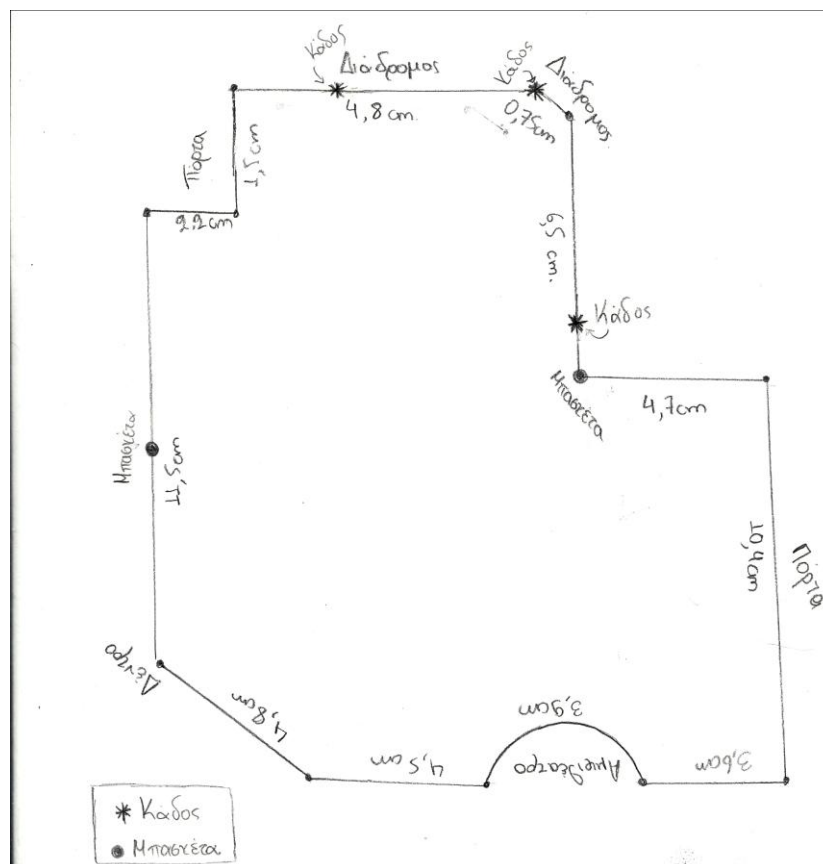
Μαθητής 1: όχι, και καθώς δεν έκλεισε, κάναμε το χωλ λίγο πιο μεγάλο

Μαθητής 2: για να κλείσουμε το σχήμα, το κάναμε 22,4 εκατοστά πιο κυρτό, έτσι ώστε να ταιριάζει



Μια εικόνα με τους μαθητές να δουλεύουν σε ομάδες στην τάξη

Παρακάτω, παρουσιάζεται ένα από τα σχέδια (κατόψεις) που δημιούργησαν οι μαθητές στις ομάδες τους.

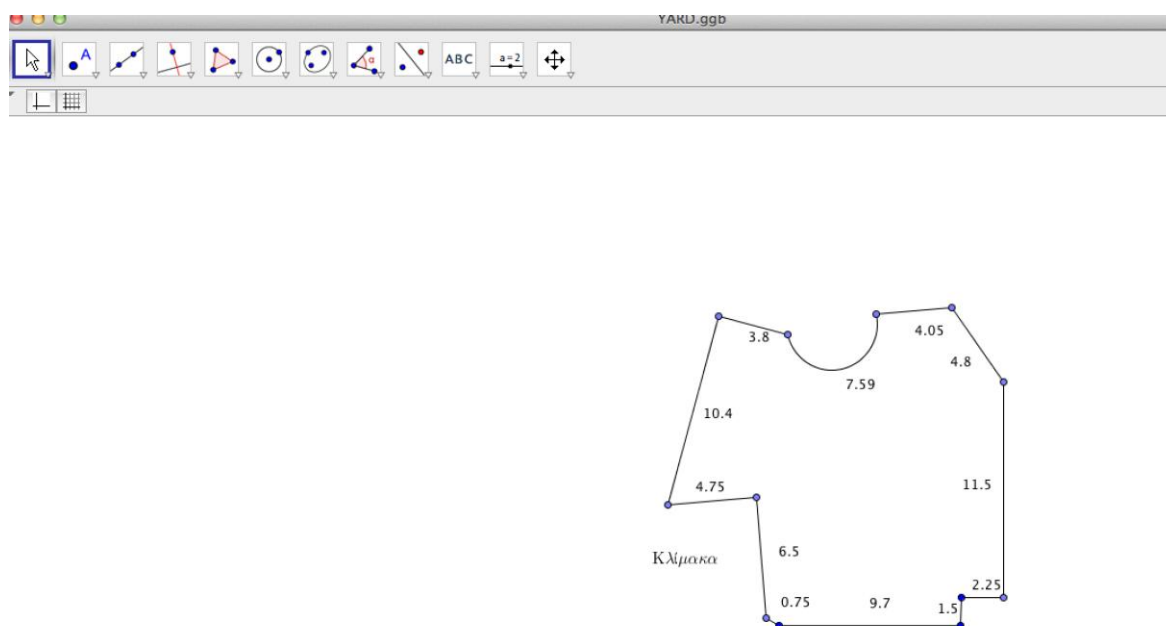


5^η- 6^η συνεδρία: συνεργατική διερεύνηση των σχεδίων των μαθητών (1 ώρα+1 ώρα)

Σκαναρισμένα τα σχέδια των ομάδων προβλήθηκαν στην τάξη. Κάθε ομάδα είχε την ευκαιρία να παρουσιάσει τη διαδικασία της σχεδίασης κάνοντας αναφορά στις δυσκολίες που αντιμετώπισαν και, στις στρατηγικές που χρησιμοποίησαν.

Στη συνέχεια προβάλεται στην τάξη το λογισμικό GeoGebra ώστε όλοι οι μαθητές να έχουν πρόσβαση και να διευκολυνθούν στη συνέχεια της διαδικασίας. Ο εκπαιδευτικός πρώτα κατασκεύασε τρία διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα ως πλευρές στην αυλή του σχολείου. Καθώς το σχήμα της αυλής δεν ήταν τυπικό ορθογώνιο οι μαθητές αντιμετώπισαν το πρόβλημα του να προκύψει μια κλειστή πολυγωνική γραμμή. Από τις ερωτήσεις του εκπαιδευτικού, αλλά και από τη χρήση του λογισμικού αναδύθηκε η ανάγκη για μέτρηση των γωνιών, μια ανάγκη που δεν είχε γίνει φανερή στο προηγούμενο μικροπλαίσιο που οι μαθητές χρησιμοποίησαν μολύβι, χαρτί και γεωμετρικά όργανα- και στο οποίο πίστευαν ότι μπορούν να κάνουν αυθαίρετες προσαρμογές ώστε να κλείσει η πολυγωνική γραμμή που απεικόνιζε τη σχολική αυλή. Έτσι, ο εκπαιδευτικός μαζί με κάποιους μαθητές, χρησιμοποιώντας το μεγάλο μοιρογνώνιο του σχολείου, μέτρησε τις μη-ορθές γωνίες.

Τελικά, από κοινού κατασκεύασαν το ακόλουθο σχέδιο χρησιμοποιώντας το GeoGebra:



1 : 200

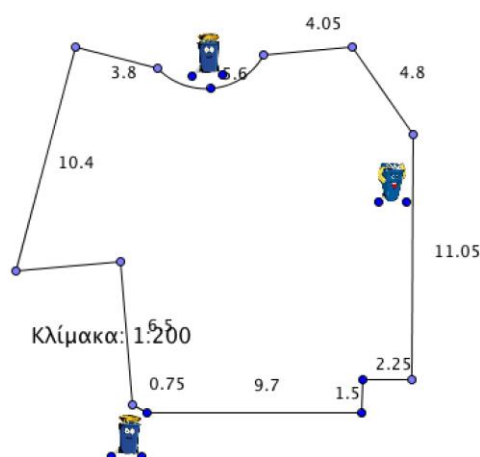
7^η -8^η συνεδρία: η απάντηση στο γράμμα της δημοτικής αρχής (1 ώρα+1 ώρα)

Σε αυτές τις τελευταίες συνεδρίες ο εκπαιδευτικός ζήτησε από τους μαθητές να αιτιολογήσουν τις θέσεις που επέλεξαν για να τοποθετήσουν τους κάδους.

Ακολουθούν μερικές χαρακτηριστικές απαντήσεις των μαθητών:

- ο πρώτος κάδος πρέπει να είναι στο αμφιθέατρο, μπροστά από την κολόνα, επειδή πολλά παιδιά συγκεντρώνονται εκεί κατά τη διάρκεια του διαλείμματος
- ο δεύτερος κάδος πρέπει να τοποθετηθεί ανάμεσα στη μπασκέτα και στις μπάρες στάθμευσης ποδηλάτων, επειδή πολλά παιδιά συγκεντρώνονται εκεί για να προσέχουν τα ποδήλατά τους
- ο τρίτος κάδος νομίζουμε ότι πρέπει να τοποθετηθεί μπροστά από το κυλικείο του σχολείου έτσι ώστε οι μαθητές να πετάνε τα σκουπίδια τους αφού αγοράσουν φαγητό

Μετά από συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης για το καλύτερο σχέδιο, οι μαθητές κατέληξαν σε ένα με κλίμακα 1:100 και έβαλαν του κάδους όπως φαίνεται εδώ:



Πρέπει να τονιστεί ότι η χρήση του εργαλείου του λογισμικού προσέθεσε μια δυναμική διάσταση στο σχεδιασμό της σχολικής αυλής και έδωσε στους μαθητές την δυνατότητα να πειραματιστούν στην τοποθέτηση των κάδων, όπως και ανέδειξε τους περιορισμούς του προηγούμενου πλαισίου, όπου οι μαθητές σχεδιάσαν την αυλή χρησιμοποιώντας απτά υλικά.

Τέλος, οι μαθητές συνδιαμόρφωσαν (και με τη βοήθεια του εκπαιδευτικού) την απαντητική επιστολή στην πρόσκληση του δήμου.

Γράμμα στις δημοτικές αρχές:

Γιότασε η Αντιδήμαρχος

Με αφορμή την αποστολή του βιβλίου σας σχετικά με την χρηματοδότηση της αγοράς κάδων απορριμμάτων και κάδων ανακύκλωσης στο οθείο μας, σας αναφέραμε τις ανάγκες και τις δυνατότητες του σχολείου. Σύμφωνα με αυτές προτάναμε την αποστολή ~~κάδων~~ ^{κάδων} στο σχολείο της αυλής:

1. πρώτος κάδος να είναι στο αμφιθέατρο μπροστά από την κοιλώνα, γιατί ~~είναι το κεντρικό σημείο~~ συγκεντρώνονται πολλά παιδιά.

2. δεύτερος κάδος να είναι ~~στο αμφιθέατρο~~ ^{στο αμφιθέατρο} μπροστά και ~~στο αμφιθέατρο~~ ^{στο αμφιθέατρο} ποδηλατόδρόμο, σ' εκεί συγκεντρώνονται πολλά παιδιά για να προσέχουν τα ποδήλατά τους.

3. τρίτος κάδος να είναι μπροστά στο κυλικείο, διότι, μετά την αγορά των προϊόντων, να μπορούν να πετούν τα απόβλητά τους.

~~Ο τέτατος και πέμπτος κάδος να είναι ανάμεσα στα κτίρια του σχολείου, γιατί τα παιδιά θέλουν να πίνουν νερό μέσα στο σχολείο.~~

4. σας παρακαλούμε, όλοι οι κάδοι που θα σας εστέλλεται να είναι ανακύκλωσης, διότι έχουμε ήδη αρκετούς ~~κάδους~~ ^{κάδους} απορριμμάτων, και σας παρακαλούμε, επίσης, να πραγματοποιήσετε τις προτάσεις μας ώστε να αποκτηθούν οι κάδοι στον χώρο της αυλής όσο πιο γρήγορα γίνεται.

Με εκτίμηση οι καθηγητές του Α' του 6ο Γυμνασίου Βόλου.

Συμπεράσματα

Ο εκπαιδευτικός που διεκπεραίωσε την πιλοτική εφαρμογή, καθώς είχε συμμετάσχει στα εργαστήρια και είχε σημαντική συνεισφορά στην διαμόρφωσή της, αντιμετώπισε όλα τα θέματα που προέκυψαν κατά την εφαρμογή της δραστηριότητας με δημιουργικότητα. Οι μαθητές, με τη σειρά τους, ενεπλάκησαν με ενδιαφέρον σε μια εργασιοκεντρική (task-based) δραστηριότητα που αφορούσε πραγματικά προβλήματα στο περιβάλλον του σχολείου και δημιουργούσε τις συνθήκες για μια εμπειρική προσέγγιση στα μαθηματικά. Τα διάφορα μικρο-πλαίσια συνεργασίας που αναπτύχθηκαν ανάμεσα στους μαθητές έδωσαν τη δυνατότητα να αντιστραφούν οι παραδοσιακές σχέσεις που επικρατούσαν στην τάξη ανάμεσα στους μαθητές και ανάμεσα στους μαθητές και τον εκπαιδευτικό. Οι μαθητές με διαφορετική γλωσσική και πολιτισμική προέλευση (Ρομά) είχαν ενεργό συμμετοχή στην όλη διαδικασία· χρησιμοποίησαν τις γλωσσικές εμπειρίες του καθημερινού λόγου για να κατανοήσουν τον μαθηματικό λόγο και πραγματεύτηκαν μαθηματικές έννοιες και τεχνικές σε ένα νοηματοδοτημένο γι' αυτούς πλαίσιο.

Τελικά, πρέπει να τονιστεί ότι παρ' όλο που στο σχεδιασμό της δραστηριότητας υπήρχε η δυνατότητα χρήσης της μητρικής γλώσσας, οι Ρομά μαθητές απέφυγαν συστηματικά να χρησιμοποιήσουν στο περιβάλλον της τάξης τα Ρομανί, δηλαδή τη γλώσσα που χρησιμοποιούσαν στις καθημερινές συναλλαγές τους. Αυτή η επιλογή προφανώς σχετίζεται με όλες τις πρότερες εμπειρίες αυτών των μαθητών και δεν μπορούσε εύκολα να αλλάξει στο πλαίσιο μιας μόνο δραστηριότητας.

2^η πιλοτική εφαρμογή

από την Maria Piccione**

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Η διδακτική ενότητα προτείνει μια δραστηριότητα *χαρτογράφησης*, η οποία τυπικά εμπλέκει βασικές γεωμετρικές έννοιες του σχολικού προγράμματος. Μπορεί να κατηγοριοποιηθεί ως μοντελοποίηση δραστηριοτήτων πραγματικού χώρου που στη συνέχεια απαιτούν τη διαχείριση της σχέσης *μέγεθος πραγματικού χώρου-μέγεθος φύλλου χαρτιού*. Γι' αυτό το λόγο αντιπροσωπεύει ένα εννοιολογικό πεδίο που υποστηρίζει την ανάπτυξη μεθόδων και λογικών διεργασιών που αφορούν σε γεωμετρικές ικανότητες.

Η διδακτική ενότητα στοχεύει στο να προσφέρει στους μαθητές την ευκαιρία να αντιμετωπίσουν ένα πρόβλημα της πραγματικής ζωής, το οποίο δεν έχει μια εμφανή λύση και έτσι αποτελεί πρόκληση για την κατασκευή ενός *μαθηματικού μοντέλου*. Με την προτεινόμενη εργασία αναμένουμε να είναι σε θέση να αναγνωρίσουν και να χρησιμοποιήσουν μαθηματικές έννοιες και τεχνικές που ήδη έχουν κατακτήσει (έννοιες χώρου όπως ευθυγράμμιση, γωνία και μήκος, σχήμα, μέτρηση) και να προσεγγίσουν και άλλες που δεν έχουν δομηθεί ακόμη (κλίμακα, αναλογία).

Η διδακτική ενότητα παρέχει ένα πλαίσιο για μαθηματική επικοινωνία ανάμεσα σε συμμαθητές, το οποίο απαιτεί λήψη αποφάσεων και αιτιολόγηση.

Περιγραφή της ενότητας

Η πιλοτική εφαρμογή έλαβε χώρα στο Γυμνάσιο “Paolo Uccello”, ένα σχολείο που βρίσκεται σε μια γειτονιά στα βορειοδυτικά προάστια της Φλωρεντίας, με μια ομάδα 7 μαθητών από τη δεύτερη τάξη, κάτω από την επίβλεψη του εκπαιδευτή και του εκπαιδευτικού των μαθηματικών (καθηγητή A. Scialpi).

Η αρχική πρόταση εφαρμόστηκε με κάποιες αλλαγές. Η πρώτη αφορά στην επιλογή του προς αποτύπωση χώρου, ώστε να συμμορφώνεται, επίσης, με τους κανόνες ασφαλείας του σχολείου: μεγάλο χωλ, καλοσχηματισμένο ανάγλυφο, μέσα στο σχολείο, αντί για τον περιβάλλοντα χώρο του—πολύ φαρδύ γενικά και με κανονικό σχήμα. Το εννοιολογικό περιεχόμενο διατηρήθηκε, ενώ απαιτήθηκε μια διαφορετική μοντελοποίηση. Το περιβάλλον αναφοράς θα μπορούσε ούτως ή άλλως να χαρακτηριστεί “*μεσο-χώρος*” σύμφωνα με την αναλογία μεταξύ φυσικού χώρου και υποκειμενικών μεγεθών χωρικής αντίληψης.

Το έργο που κλήθηκαν να υλοποιήσουν οι μαθητές αφορούσε σε ένα πραγματικό ζήτημα οποίο τέθηκε με τη μορφή μιας επίσημης πρόσκλησης εκ μέρους του Διευθυντή του Σχολείου.

Το γεγονός ότι οι μαθητές δούλεψαν σε ομάδες και όχι σε ολόκληρη την τάξη

**Department of Information Engineering and Mathematics - University of Siena, Italy

επέφερε και άλλες αλλαγές. Η δραστηριότητα υλοποιήθηκε σε τρεις φάσεις.

Φάση 1 (1 ώρα)

Παρουσίαση του έργου. Διαβάζοντας το επίσημο γράμμα, οι μαθητές κατανόησαν το αίτημα να συνεργαστούν για να εφαρμόσουν ένα σχέδιο που αφορούσε στο χωρισμό των σκουπιδιών· για την υλοποίηση αυτού του έργου έπρεπε:

- να φτιάξουν χάρτες συγκεκριμένων κτιρίων της περιοχής,
- να προτείνουν κατάλληλο χώρο για τους κάδους ανακύκλωσης και να ορίσουν τον αριθμό τους.

Επίσης φάνηκε ότι συμεριζόταν τον εκπαιδευτικό λόγο σχετικά με την εμπλοκής τους με όρους ανάπτυξης στάσης σεβασμού προς το περιβάλλον.

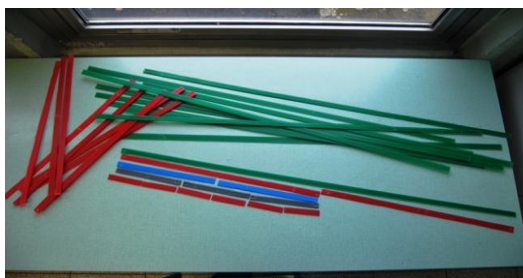
Σχέδιο εργασίας. Η εκπαιδευτικός δεν εξήγησε τη λέξη χάρτης, αλλά ζήτησε από τις ομάδες των μαθητών να απαντήσουν με ποιόν τρόπο σκέφτονταν να οργανώσουν την εργασία τους, δηλ.:

- ☐ τι θα κάνουν
- ☐ πως θα κάνουν καταμερισμό στις εργασίες τους
- ☐ τι εργαλεία χρειάζονται
- ☐ πως θα καταχωρήσουν τα στοιχεία που θα συλλέγονταν

Πρέπει να σημειωθεί ότι εύκολα συνειδητοποίησαν ότι πρέπει:

- ☐ **να μετρήσουν** τα όρια του διαδρόμου λαμβάνοντας υπ' όψιν τα διάφορα ανοίγματα (πόρτες, σκάλες, παράθυρα) και εμπόδια (κολόνες, καλοριφέρ)
- ☐ **να χρησιμοποιήσουν εργαλεία** για να κάνουν μετρήσεις.

Οι μαθητές ήταν ήδη εξοικειωμένοι με διδακτικό υλικό το οποίο αποτελείτο από ράβδους σε διάφορα μεγέθη) και αυθόρμητα σκέφτηκαν ότι οι μακριές ράβδοι θα ήταν κατάλληλες για τη μέτρηση μεγάλων αποστάσεων, ενώ, για τις μικρότερες, οι πιο μικρές ράβδοι.



Επιπλέον, συμφώνησαν ότι έπρεπε:

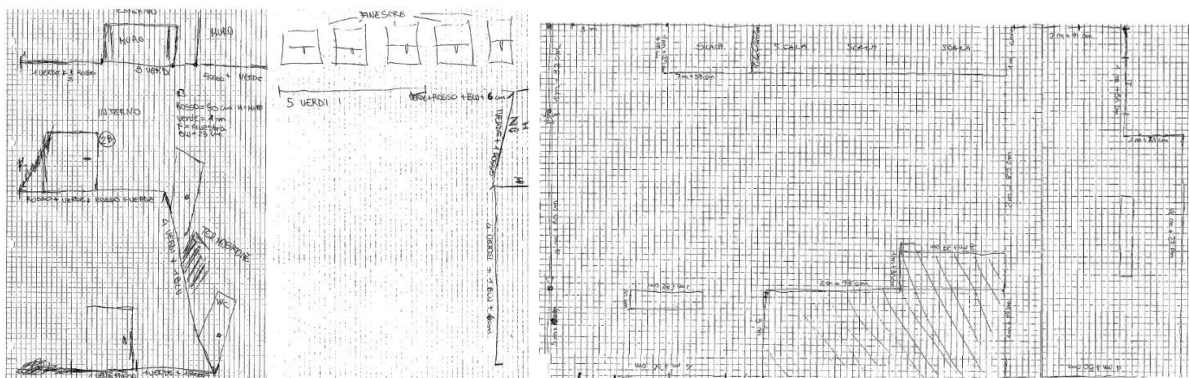
- ☐ **να αποτυπώσουν** τις μετρήσεις που θα έκαναν σε χαρτί και
- ☐ **να αποτυπώσουν το σχήμα** για να φτιάξουν ένα μοντέλο.

Γι' αυτό το σκοπό χρησιμοποιήθηκε απλό μιλιμετρέ χαρτί.

Φάση 2 (2 ώρες για δυο φορές).

Κάνοντας τις μετρήσεις. Οι μαθητές συνεργάστηκαν στην καινούρια δραστηριότητα τοποθετώντας τις ράβδους στο πάτωμα, κατά μήκος των τοίχων, για να κάνουν τις μετρήσεις. Στην πορεία προέκυψε η ανάγκη να χωρίσουν κάποιες ράβδους προκειμένου να μετρήσουν τα μικρά μέρη. Ο εκπαιδευτής πρότεινε να τα χωρίσουν σε ίσα μέρη και οι μαθητές συμφώνησαν ότι αυτό θα απλοποιούσε τον ορισμό σχέσεων μήκους ανάμεσα σε ένα τμήμα και στο αρχικό. Μετά, τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών άρχισαν να χαρτογραφούν τα αποτελέσματα στο χαρτί τους, χωρίς να χρησιμοποιήσουν κανενός είδους κλίμακα.

Αναπτύσσοντας το μοντέλο. Στην αρχή, οι “χαρτογράφοι” ήταν μόνο “σχεδιαστές”: έκαναν ένα σχέδιο λαμβάνοντας υπ' όψιν τους το σχήμα των μεμονωμένων τμημάτων του χώρου, σημειώνοντας το τμήμα με τις αντίστοιχες μετρήσεις που εκφράστηκαν σε ραβδο-μονάδες που αναγνωρίζονταν από το χρώμα. Η πρώτη προσπάθεια για χαρτογράφηση ήταν σε πολύ στοιχειώδες επίπεδο με στοιχεία τρισδιάστατης.



Ο επιμορφωτής πρότεινε στους μαθητές να επιχειρήσουν μια συνολική αναπαράσταση αντί για για πολλές επιμέρους. Μετά προσανατόλισε τους μαθητές να αναρωτηθούν για το μήκος της ράβδου αναφορικά με τις συμβατικές μονάδες· και αυτοί ελέγχοντά το αναφώνησαν: “μόνο 1 μέτρο”!

Επισημαίνεται επίσης ότι οι μαθητές, αποτύπωσαν στο χαρτί την αναπαράσταση του χώρου, παραβλέποντας ότι επρόκειτο για ένα πρόβλημα-κλίμακας, υπολογίζοντας, απλώς κατά προσέγγιση, την αναλογία ανάμεσα στις μετρήσεις στο φυσικό χώρο και τις αντίστοιχες στο χαρτί τους.

Στο τέλος αναγνώρισαν και συμφώνησαν ότι θα έπρεπε να αποφασίσουν εκ των προτέρων “πόσα τετράγωνα” στο τετραγωνισμένο χαρτί έπρεπε να αντιστοιχούν σε 1 μέτρο. Συνειδητοποίησαν την ανάγκη αυτής της σύμβασης και ότι θα μπορούσαν να την εφαρμόσουν στο τελικό μοντέλο.

Ήταν ξεκάθαρο ότι λέγοντας “τετράγωνο” εννοούσαν “πλευρές τετραγώνων”, αλλά το βρήκαν φυσικό να χρησιμοποιήσουν πιο σβέλτες εκφράσεις.

Αυτό δείχνει την ιδιαίτερη διδακτική αξία μιας τέτοιας δραστηριότητας για την προσέγγιση αυτής καθαυτής της βασικής έννοιας της κλίμακας.

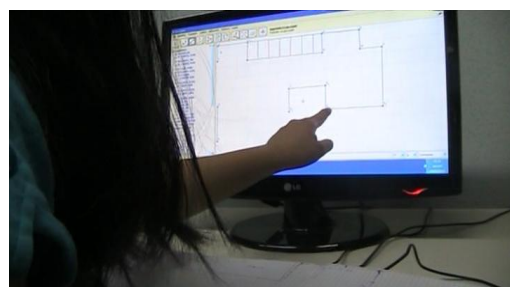
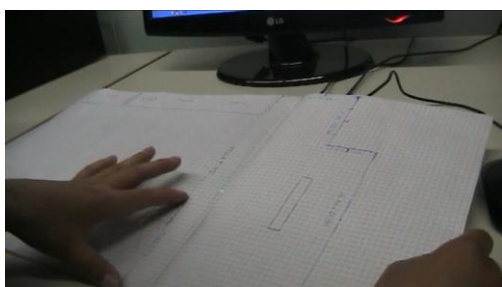
Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας εκφράστηκαν διάφορα σχόλια για τη διαδικασία, όπως επίσης και προτάσεις που αφορούσαν στις θέσεις των κάρδων.

Φάση 3 (2 ώρες).

Δουλεύοντας στο εργαστήριο των υπολογιστών. Οι μαθητές των δυο τάξεων δεν είχαν ξαναχρησιμοποιήσει ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Αυτή η κατάσταση τους έβαλε σε ένα καινούριο πλαίσιο εργασίας. Χρησιμοποίησαν μόνο τους βασικούς κανόνες του “Geogebra”, που τους έδειξε η εκπαιδευτικός, και μπόρεσαν να τους εφαρμόσουν για να σχεδιάσουν τον επίσημο χάρτη.

Στο πρώτο επίπεδο εφαρμογής, η εργασία έγινε στην τετραγωνισμένη οθόνη: αυτή η τροπικότητα συνεπάγεται μια μειωμένη χρήση του λογισμικού όσον αφορά τις πραγματικές του δυνατότητες και σκοπούς, αλλά παράλληλα αναδεικνύει την ανάγκη να οριστεί μια σχέση ανάμεσα στα μήκη.

Δοκίμασαν αρκετές επιλογές και τελικά βρήκαν μια κατάλληλη αντιστοίχιση που οδηγούσε στην αναλογία. Μετά έγινε μια πολύ προσεκτική μεταφορά δεδομένων από το χάρτη που είχε σχεδιαστεί στο χαρτί σε αυτόν που ήταν στην οθόνη. Μόνοι τους οι μαθητές μοιράστηκαν ρόλους άλλοι αναλαμβάνοντας την παροχή δεδομένων και άλλη την πληκτρολόγηση.



Σχόλια

Συναισθηματικό πεδίο.

Οι μαθητές ανέλαβαν το έργο με περηφάνεια (με κοινωνική δέσμευση) και σοβαρότητα. Όσο αυτοί δούλευαν στο διάδρομο, στην απορία των περαστικών (μαθητών, ενηλίκων) για το τι έκαναν απαντούσαν με ενθουσιασμό ότι κατασκεύαζαν ένα “ανάγλυφο” για ένα Σχολικό Πρόγραμμα, και έδιναν πρόθυμα εξηγήσεις.

Η καινοτομία της δομής και της τυπολογίας της ενότητας έκανε τους μαθητές να ασχοληθούν με την εργασία με ενδιαφέρον, ευχαρίστηση και αμείωτη προσοχή.

Γνωστικό πεδίο.

Η δραστηριότητα προσέφερε ένα περιβάλλον στο οποίο οι μαθητές έπρεπε να εφαρμόσουν μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, να τις επανεξετάσουν και να αυξήσουν την επίγνωση τους αναφορικά με τη θεωρητική και πρακτική τους σημασία (η μέτρηση ως διαδικασία, μονάδες, μετατροπή μονάδων, αποτελέσματα

μέτρησης, κλίμακες, αναλογίες, ανάπτυξη μοντέλου).

Δημιούργησε ευκαιρίες για μαθηματική επικοινωνία, η οποία επέτρεψε στους μαθητές:

- ☐ σύγκριση/συζήτηση ιδεών
- ☐ κοινή λήψη απόφασης
- ☐ αλλαγή από καθημερινή σε ειδική γλώσσα
- ☐ επαλήθευση της διαφοράς σχηματισμού λεκτικών μηνυμάτων και στα δυο προηγούμενα επίπεδα ύφους.

Δυσκολίες.

Η εργασία έδωσε στους μαθητές την ευκαιρία να απαντήσουν σε μη αναμενόμενες δυσκολίες που προέκυψαν κατά την ανάπτυξη του μοντέλου, που σχετίζονταν κυρίως με τον χειρισμό ενός μη-κανονικού σχήματος και τη λύση προβλήματος σχετικά με την επιλογή κλίμακας.

Αυτή η προοπτική τόνισε ένα μεθοδολογικό πρόβλημα: ο εκπαιδευτικός συνειδητοποίησε τη σημασία του να θέτει μια κατάσταση προβληματισμού όπου οι μαθητές βρίσκουν τις συνθήκες, έχουν το χρόνο και την αυτονομία για την ανάπτυξη νέων μαθηματικών εννοιών.

Αποτελέσματα.

Συνέντευξη. Η αποτελεσματικότητα της διαδικασίας αποτυπώνεται στις συνεντεύξεις με τους συμμετέχοντες, που πραγματοποιήθηκαν ένα χρόνο μετά τη δραστηριότητα. Δηλαδή, οι απαντήσεις δείχνουν ότι η δραστηριότητα τους επέτρεψε να αναθεωρήσουν:

- ☐ τη σημασία της διαδικασίας μέτρησης,
- ☐ το ρόλο της επιλογής μονάδας και υπο-μονάδων,
- ☐ τα αποτελέσματα αυτής της επιλογής.

Υποθέτουμε ότι αυτή η βελτίωση της επίγνωσης συνδέεται με τη χρήση των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν και τα οποία δεν ήταν αυτά που χρησιμοποιούν στο μάθημα των μαθηματικών. Επιπλέον η μέτρηση με μη-συμβατικές μονάδες φαίνεται ότι είναι καθοριστική στη διατηρησιμότητα της γνώσης. Όλοι οι μαθητές ανέφεραν ότι η μέτρηση με τις ράβδους ήταν κάτι που τους επηρέασε: “*αυτό που μου κέντρισε πιο πολύ την προσοχή ήταν όταν μετρούσαμε με τις πλαστικές ράβδους*”. Κάποιος είπε ότι πάντα μετρούσε με το μέτρο και ξαφνιάστηκε όταν ανακάλυψε ότι μπορούσε να χρησιμοποιήσει ράβδους: “*Δεν είχα ποτέ ξαναμετρήσει με χρωματιστές ράβδους πριν*”. Ένα κορίτσι μιλάει συγκεκριμένα για τη διαδικασία μετάβασης στα υποπολλαπλάσια: “*και όταν χωρίζαμε για να μετρήσουμε τα μικρότερα μέρη*”.

Επίσης, οι απαντήσεις δείχνουν ότι το μαθησιακό περιβάλλον ενθάρρυνε:

- ☐ την αναγνώριση ιδιοτήτων της διαδικασίας μέτρησης που στόχευαν στο

σχεδιασμό ενός χάρτη,

- την ανάπτυξη δράσεων (“όχι απλών”) που ήταν απαραίτητες για να μεταφέρουν δεδομένα από πραγματικά πλαίσια σε γραφική αναπαράσταση στο χαρτί με τη χρήση κλίμακας.

Η χρήση εκφράσεων όπως: “να ζωγραφίσουμε την περίμετρο μιας περιοχής”, “να απεικονίσουμε το χάρτη μιας περιοχής”, “να μετρήσουμε την περίμετρο μιας μεγάλης περιοχής” δείχνουν ότι παρόλο που η σχέση του περιγράμματος με το εσωτερικό ενός σχήματος είναι σαφώς καθορισμένη μαθηματικά, η αντίστοιχη ορολογία είναι ακατάλληλη και “ασαφής” και πρέπει να κατανοηθεί και να οριστεί σωστά.

Επίσης μπορούμε να προσέξουμε ότι οι μαθητές αναγνώρισαν ότι αντιμετώπιζαν ένα πραγματικό πρόβλημα: να μετατρέψουν γραμμικές μετρήσεις σε δισδιάστατο σχήμα. (“φαινόταν δύσκολο στην αρχή, αλλά μπορέσαμε γρήγορα να τα καταφέρουμε!”)

Αντιθέτως, δεν έγινε καμιά αναφορά σε γεωμετρικές ιδιότητες που βρήκαν στο χώρο, ειδικά στην καθετότητα/παραλληλία ανάμεσα στους τοίχους και στο ορθογώνιο σχήμα των κολόνων στο χωλ: εκ των υστέρων, σχετίζουμε αυτό το γεγονός με τη χρήση και του μιλιμετρέ χαρτιού και του πλέγματος στην οθόνη του Geogebra. Θεωρούμε ότι αυτή η επιλογή διευκόλυνε το έργο σε σημείο που οι μαθητές να μην έχουν επίγνωση τις συνολικές εμπλεκόμενες γεωμετρικές σχέσεις ανάμεσα σε διαφορετικά στοιχεία του σχεδίου. Αναμφίβολα αυτό υποδηλώνει την ανάγκη να χρησιμοποιείται αρχικά ένα λευκό φύλλο χαρτιού για να αναδυθεί το πρόβλημα κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας του αναγλύφου/χάρτη και μετά να γίνει χρήση του υπολογιστή. Για την ακρίβεια, κάτω από αυτές τις συνθήκες, η μετάβαση από χαρτί σε οθόνη υπολογιστή εμφανίστηκε ως επανάληψη, του ίδιου ακριβώς προβλήματος—εκτός από την ανάγκη αναπαραγωγής της κλίμακας—απαιτώντας απλώς περισσότερη ακρίβεια

Επίσης οι μαθητές φάνηκε να θυμούνται και αναφέρθηκαν και επεσήμαναν τις δυσκολίες που συνάντησαν αντιμετωπίζοντας το συγκεκριμένο σχήμα και τις διαστάσεις του. Αυτό το γεγονός μας οδήγησε στο να διεξάγουμε ένα πείραμα οπτικής διερεύνησης μιας μεγάλης γυάλινης πόρτας: μπορούσαν να εκφρασουν τις διαφορές ανάμεσα στη χρήση μικρής ή μεγάλης κλίμακας: η πρώτη είναι πιο εύκολη γιατί επιτρέπει “να δούμε όλο το σχήμα”, “να έχουμε λιγότερα στοιχεία στη μέση”, “να κάνουμε λιγότερους υπολογισμούς”, “να ξοδέψουμε λιγότερο χρόνο”, ...

Τελικά, από μια μεταγνωστική οπτική, προέκυψαν κι άλλες όψεις του θέματος, που κυρίως αφορούσαν στον έλεγχο προσωπικών στρατηγικών δράσης (ενεργητική ακρόαση των συμβουλών και προτάσεων του εκπαιδευτικού, ηρεμία, αυτοπεποίθηση, υπομονή και ακρίβεια, εστίαση προσοχής...).

3^η πιλοτική εφαρμογή

από τους Pier Giuseppe Vilardo και Franco Favilli***

INTRODUCTION

Σε αυτή τη δραστηριότητα οι μαθητές έπρεπε να λύσουν ένα πρακτικό πρόβλημα με μαθηματικά εργαλεία χωρίς μια προκαθορισμένη διαδικασία. Οποσδήποτε, μια από τις βασικές έννοιες που θα εισαχθεί με αυτή τη δραστηριότητα είναι η έννοια της αναλογίας, κυρίως μέσω μιας γεωμετρικής προσέγγισης.

Ζητήθηκε από τους μαθητές να επιτελέσουν το ακόλουθο έργο: να ταυτοποιήσουν τις θέσεις στις οποίες θα πρέπει να συγκεντωθούν έξω από το σχολείο σε περίπτωση εκκένωσής του· αφού εντοπιστούν αυτές οι θέσεις να δώσουν συγκεκριμένες γραπτές οδηγίες στους εργάτες του Δήμου οι οποίοι θα τοποθετήσουν πασσάλους στα σημεία συγκέντρωσης.

Θα σκεφτούν το έργο πρώτα ατομικά, για περίπου δεκαπέντε λεπτά, και μετά θα γίνουν όλες οι δραστηριότητες σε 6 ομάδες των 3-4 μαθητών.

ΣΤΟΧΟΙ

Για τους μαθητές

Συγκεκριμένος στόχος

- ☐ Να συνδεθούν μαθηματικές έννοιες και τεχνικές ώστε να λυθούν πραγματικά κοινωνικά θέματα.
- ☐ Να επικοινωνήσουν λεκτικά ή με άλλα μέσα τις ιδέες τους και τους τρόπους μαθηματικής δράσης τους.
- ☐ Να συζητήσουν τις λύσεις που πρότειναν.
- ☐ Να εμπλακούν ενεργά στην ανάπτυξη επικοινωνίας μαθηματικών διαδικασιών σε διαφορετικά πλαίσια.

Συγκεκριμένοι στόχοι

- ☐ Να μετρήσουν.
- ☐ Να χρησιμοποιήσουν σημασιολογικές δομές για να προσδιορίσουν θέσεις στο χώρο.
- ☐ Να αναπαραστήσουν πραγματικά αντικείμενα σε κλίμακα.
- ☐ Να χρησιμοποιήσουν αναλογίες.
- ☐ Να χρησιμοποιήσουν γεωμετρικό λογισμικό για να σχεδιάσουν χάρτες.
- ☐ Να αναπτύξουν μοντέλα.

***CAFRE – University of Pisa, Italy

- Να χρησιμοποιήσουν κατάλληλη μαθηματική γλώσσα.
- Να ενδυναμώσουν τη γνώση της γεωμετρικής γλώσσας.

ΟΙ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

Μαθητές δευτέρας τάξης Γυμνασίου· 12 ώρες δραστηριότητας (10 ώρες είχαν υπολογιστεί αρχικά), 22 μαθητές.

Η δραστηριότητα διεξήχθη στην δευτέρα τάξη του Γυμνασίου και χρησιμοποιήθηκε από τον εκπαιδευτικό ως εισαγωγή στους λόγους, στην κλίμακα και στις αναλογίες.

Ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν στο πάρκινγκ έξω από το σχολείο (Photo 1) τα σημεία συγκέντρωσης για τις 7 τάξεις (από 11 του ίδιου σχολείου) που βγαίνουν στο πάρκινγκ σε περίπτωση εκκένωσης. Νωρίτερα, μια άλλη τάξη είχε ετοιμάσει πασσάλους οι οποίοι θα έμπαιναν στο γρασίδι στα σημεία συγκέντρωσης που είχαν εντοπιστεί.



Photo 1

Αφού εντοπίστηκαν οι περιοχές, οι μαθητές έπρεπε να καθοδηγήσουν τους εργάτες του Δήμου με κατανοητές και σαφείς οδηγίες ώστε να τοποθετηθούν τους πασσάλους εκεί ακριβώς που είχαν αποφασίσει οι μαθητές. Αυτό ζητήθηκε προφορικά από τον εκπαιδευτικό.

Μετά το αίτημα, δόθηκαν περίπου 15 λεπτά στους μαθητές για να σκεφτούν ατομικά, και στη συνέχεια σχηματίστηκαν 6 ομάδες (τέσσερις με τέσσερις μαθητές και δυο με τρεις μαθητές).

Αρχικά, οι ομάδες έκαναν σχέδια και χάρτες του σχολείου και του πάρκινγκ. Η απεικόνιση της πραγματικής κατάστασης (των πραγματικών χώρων) ανταποκρίνονταν ικανοποιητικά και οι μαθητές προβληματίστηκαν κυρίως για τον ορισμό των σημείων συγκέντρωσης βασιζόμενοι στο πώς είχαν απομνημονεύσει το χώρο.

Μετά, κάθε ομάδα έδωσε αναφορά για τη λύση τους. Η αναφορά έπρεπε να βασίζεται στο επίπεδο “προόδου” το οποίο είχαν κάνει, αρχίζοντας από “πιο απλές” λύσεις και προχωρώντας σε “πιο περίπλοκες”.

Η πρώτη ομάδα έγραψε γενικές λεκτικές οδηγίες για τις θέσεις στις οποίες έπρεπε να τοποθετηθούν οι τάξεις. Από αυτές τις οδηγίες, όμως, ήταν αδύνατο, σ αυτούς που θα τοποθετούσαν τον πασσάλους να καταλάβουν την ακριβή τους θέση.

Η δεύτερη ομάδα επίσης έγραψε λεκτικές οδηγίες, αλλά πρόσθεσαν την ένδειξη της απόστασης που πρέπει να υπάρχει από τον έναν πάσσαλο στον άλλο.

Η τρίτη ομάδα έγραψε λεκτικές οδηγίες, λιγότερο γενικές από τις πρώτες δυο, καθώς χρησιμοποίησαν ήδη υπάρχοντα κτίρια (θερμοκήπιο) ως σημεία αναφοράς. Επίσης αυτή η ομάδα σχεδίασε και έναν απλό χάρτη. Οι μαθητές δεν είχαν συνειδητοποιήσει τη σημασία του χάρτη που έφτιαζαν, καθώς τον έδειξαν μόνο αφού τους το ζήτησε ο εκπαιδευτικός. Τελικά, μετά από αρκετές ερωτήσεις, αντιλήφθηκαν ότι αυτό που έφτιαχναν ήταν ένας χάρτης του σχολείου, και ότι θα ήταν πολύ χρήσιμο να προσδιορίσουν τη θέση των πασσάλων πάνω σ αυτόν.

Οι επόμενες τρεις ομάδες έφτιαξαν όλες χάρτη. Ο χάρτης της τέταρτης ομάδας ήταν ο πιο απλός, αντίθετα, οι χάρτες της πέμπτης και της έκτης ομάδας ήταν πιο λεπτομερείς. Η πέμπτη ομάδα σκέφτηκε να μετρήσει το πάρκινγκ και να χρησιμοποιήσει αυτές τις μετρήσεις για να δημιουργήσει χάρτη με τη χρήση ενός λογισμικού ειδικά σχεδιασμένου για κατασκευή χαρτών. Η πέμπτη ομάδα επεσήμανε το γεγονός ότι ο χάρτης είναι ο πιο εύκολος και ο πιο γρήγορος τρόπος να λυθεί το πρόβλημα που προτάθηκε.

Αφού εξετάστηκαν όλες οι προτεινόμενες λύσεις, οι μαθητές αποφάσισαν ότι ο χάρτης ήταν η καλύτερη λύση και άρχισαν να διαφωνούν για το ποια ομάδα είχε φτιάξει τον καλύτερο. Ο εκπαιδευτικός τους σταμάτησε και τους ρώτησε τι χρειαζόταν για να σχεδιαστεί ένας καλός χάρτης. Όλοι συμφώνησαν ότι απαιτούνταν να μετρηθεί το πάρκινγκ με χρήση κατάλληλων εργαλείων όπως δεκάμετρα, εικοσάμετρα κλπ. Αυτή η δραστηριότητα κράτησε δυο ώρες.

Στο επόμενο μάθημα οι μαθητές μέτρησαν το πάρκινγκ. Αρχικά μερικοί από αυτούς ήταν αμήχανοι, οπότε ζήτησαν τη βοήθεια του εκπαιδευτικού για να αρχίσουν να μετράνε με ακρίβεια. Μια ομάδα χρησιμοποίησε έναν δείκτη λείζερ (ρωτήθηκαν πως δούλευε αυτό το εργαλείο, το οποίο ήξεραν να το χρησιμοποιούν αλλά δεν ήξεραν την επιστημονική αιτιολόγηση πως δουλεύει). Μετά από δυο ώρες όλοι οι μαθητές ολοκλήρωσαν τις μετρήσεις.

Μετά τις μετρήσεις, οι μαθητές άρχισαν να σχεδιάζουν τους χάρτες (χρειάστηκαν επιπρόσθετα άλλες δυο ώρες για να επιτελέσουν το έργο). Όλες οι ομάδες ακολούθησαν διαφορετικούς τρόπους για να σχεδιάσουν τον χάρτη του σχολικού πάρκινγκ. Αξιοπρόσεκτο είναι ότι δυο ομάδες ολοκλήρωσαν την εργασία τους στο σπίτι, χωρίς να τους ζητηθεί από τον εκπαιδευτικό, και για να το κάνουν χρησιμοποίησαν λογισμικά στον υπολογιστή. Ένα από αυτά ήταν το Geogebra και το άλλο ένα λογισμικό διαθέσιμο στο διαδίκτυο το “planner 5d”. Οι υπόλοιπες ομάδες επέλεξαν να σχεδιάσαν το χάρτη χρησιμοποιώντας μίλιμετρέ χαρτί. Μόνο δυο από τις έξι ομάδες σχεδίασαν το χάρτη χρησιμοποιώντας κλίμακα σμίκρυνσης.

Όταν ετοιμάστηκαν οι χάρτες, όλες οι ομάδες έδειξαν τη δουλειά τους και την αιτιολόγησαν (Photo 2).

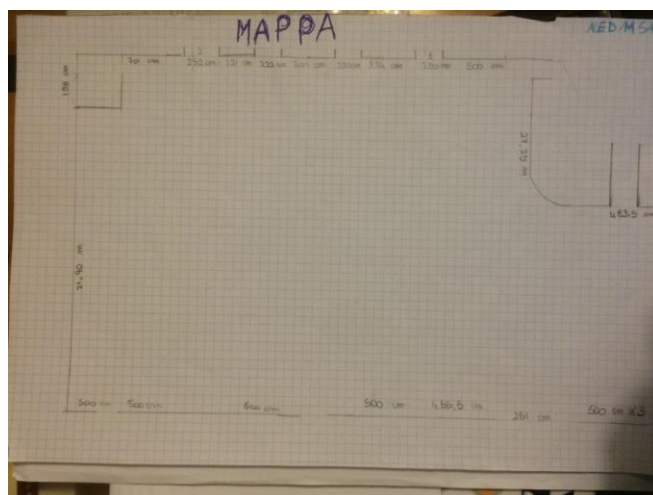


Photo 2

Από τις εξηγήσεις τους ήταν ξεκάθαρο ότι 4 από τους 6 χάρτες δεν προσφέροντα για τη χρήση για την οποία είχαν σχεδιαστεί—δεν έδιναν κατάλληλες πληροφορίες για τις θέσεις των πασσάλων (σε 2 χάρτες οι πάσσαλοι δεν αναπαρίσταντο, αλλά ήταν σχεδιασμένος μόνο ο χώρος του πάρκινγκ). Όταν οι μαθητές τελείωσαν την επίδειξη της δουλειάς τους έγινε μια μικρή συζήτηση για το τι είχαν κάνει και οι περισσότεροι δεν πρόσεξαν ότι 4 χάρτες δεν ήταν χρήσιμοι. Έτσι, πολλές από τις ερωτήσεις των μαθητών επικεντρώθηκαν σε δευτερευούσης σημασίας θέματα (για να ολοκληρωθεί αυτή η δραστηριότητα χρειάστηκαν 2 ώρες).

Γι' αυτό το λόγο προτάθηκε στους μαθητές να επαληθεύσουν στο πεδίο το αν οι χάρτες ήταν σωστοί (δύωρη δραστηριότητα). Για να γίνει αυτό δόθηκαν στους μαθητές, που είχαν χωριστεί σε 6 ομάδες, πασσάλοι και ζητήθηκε από κάθε ομάδα να τοποθετήσει τον πάσσαλο σύμφωνα με το χάρτη μιας άλλης ομάδας.

Με αυτόν τον τρόπο ανακάλυψαν ότι μόνο 2 από τους 6 χάρτες επέτρεπαν την τοποθέτηση των πασσάλων (Photo 3).

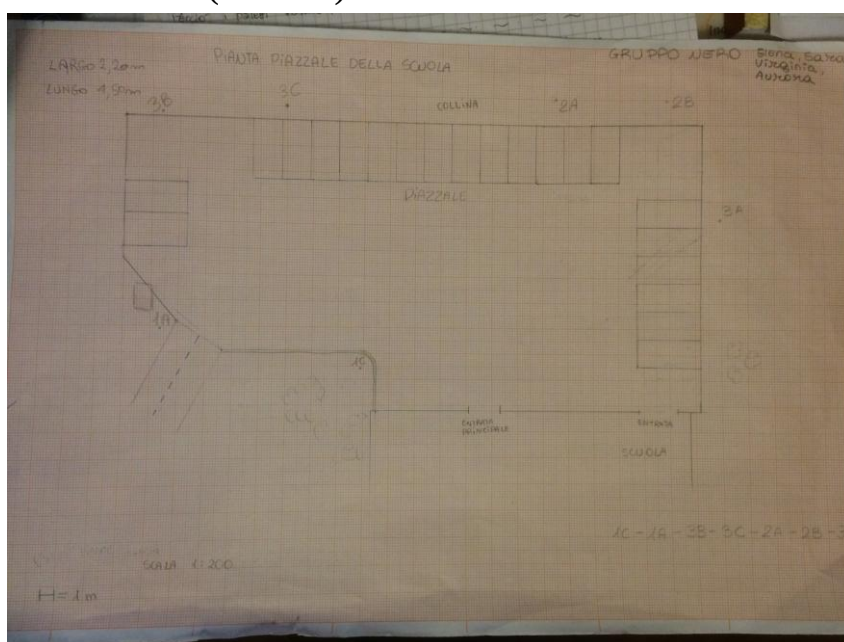
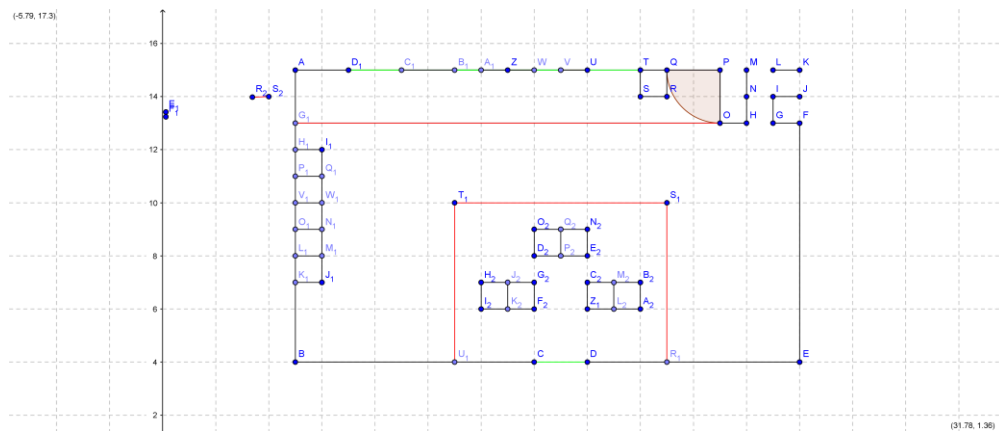


Photo 3

Μερικοί απ' αυτούς, βέβαια, δεν είχαν σχεδιαστεί με κλίμακα σμίκρυνσης και άλλοι δεν είχαν τις οδηγίες για την τοποθέτηση των πασσάλων επειδή οι πάσσαλοι δεν ήταν καν σχεδιασμένοι στο χάρτη (Photo 4).



4^η πιλοτική εφαρμογή

τους Andreas Ulovec**** και Therese Tomiska

Η πιλοτική εφαρμογή

Γενικές πληροφορίες

Η εφαρμογή της διδακτικής ενότητας έγινε από μια γυναίκα μαθηματικό με πέντε χρόνια διδακτικής εμπειρίας που δούλευε σε ένα Λύκειο κοντά στη Βιέννη. Η Αυστριακή ομάδα του προγράμματος έστειλε το υλικό στην εκπαιδευτικό περίπου 3 εβδομάδες πριν τη σχεδιασμένη πιλοτική δραστηριότητα. Η εκπαιδευτικός είχε την 5^η (ετών 14-15), 6^η (15-16) and 8^η (17-18) τάξη διαθέσιμες για την πιλοτική εφαρμογή. Μετά από μια συνάντηση με την ομάδα του προγράμματος, επέλεξε να διεξάγει την πιλοτική εφαρμογή κατά τη διάρκεια του μαθήματος των μαθηματικών (50 λεπτά) στην 6^η τάξη. Οκτώ μαθητές (ετών 17-18), τρεις από τους οποίους ήταν μεταναστευτικής καταγωγής, παρακολούθησαν το μάθημα, το οποίο βιντεοσκοπήθηκε και το παρακολούθησε ένα μέλος της Αυστριακής ομάδας του προγράμματος.

Πιλοτική δοκιμή στην τάξη

Η εκπαιδευτικός τροποποίησε τη διδακτική ενότητα βάζοντας τους κάδους όχι στη σχολική αυλή, αλλά στην αίθουσα μουσικής που είναι στην αίθουσα εκδηλώσεων του σχολείου (εκεί όπου τοποθετούνται τα τραπέζια του μπουφέ κατά τη διάρκεια κάποιας εκδήλωσης) – μια κατάσταση που ήταν ενδιαφέρουσα για τους μαθητές, επειδή είχαν να οργανώσουν μια εκδήλωση με μπουφέ την επόμενη χρονιά. Επίσης, η διδακτική ενότητα συντομεύτηκε σε 1 μάθημα των 50 λεπτών. Το μάθημα έγινε στο εργαστήριο υπολογιστών του σχολείου, όπως προτείνονταν στην πρόταση.

Η ενότητα άρχισε με μια εισαγωγή του θέματος από την εκπαιδευτικό (5 λεπτά) και συνεχίστηκε με καταιγισμό ιδεών σχετικά με τα προαπαιτούμενα. Πολύ σύντομα οι μαθητές συνειδητοποίησαν ότι θα ήταν βολικό να υπήρχε ένας χάρτης της αίθουσας ώστε να μπορούν να δοκιμάζουν τις διάφορες καταστάσεις και να παίρνουν τεκμημιωμένες αποφάσεις. Η εκπαιδευτικός είχε προετοιμάσει έναν τέτοιο χάρτη σε χαρτί και ανασχεδίασε στον πίνακα.

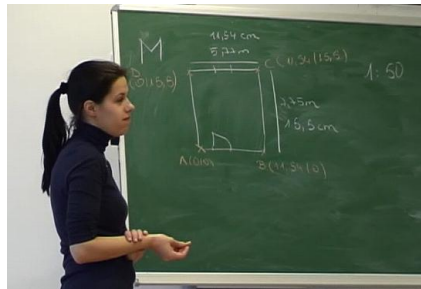


Γιατί δεν είναι αρκετά καλός αυτός ο χάρτης;

****Faculty of Mathematics - University of Vienna, Austria.

Ακολούθησε μια συνεδρία όπου οι μαθητές συζήτησαν ποιες ακόμη πληροφορίες χρειαζόταν για το χάρτη. Οι μαθητές ανακάλυψαν την αναγκαιότητα της κλίμακας για το σχεδιασμό και επέλεξαν μια κατάλληλη κλίμακα.

Από τη στιγμή που οι μαθητές ήταν ήδη στο εργαστήριο υπολογιστών, προτάθηκε για διευκόλυνση η χρήση χάρτη σε ηλεκτρονική μορφή, για να δοκιμάσουν διάφορες πιθανές θέσεις για τους κάδους. Έγινε μια ακόμη συζήτηση για να ξεκαθαριστούν τα προαπαιτούμενα της μεταφοράς του χάρτη από τον πίνακα στην οθόνη του υπολογιστή. Οι μαθητές ανακάλυψαν τις συντεταγμένες που χρειαζόταν να εισαχθούν και να υπολογιστούν, χρησιμοποιώντας την κλίμακα του χάρτη.



Εισαγωγή των συντεταγμένων

Μετά τη βασική κατασκευή του δωματίου με το GeoGebra, οι μαθητές βρήκαν ότι το μέγεθος της πόρτας δεν ήταν προφανές στον χάρτη. Άρχισαν να μετράνε το πλάτος της πόρτας, χρησιμοποιώντας τα βιβλία τους των μαθηματικών ως αντικείμενα αναφοράς. Μετά απ' αυτό, το ίδιο το αναγνωστικό μετρήθηκε με ένα χάρακα για να μετατραπούν τα αποτελέσματα της μέτρησης σε μετρικές μονάδες.



Φωτογραφία 3. Μετρώντας την πόρτα

Οι μαθητές συνέχισαν την συζήτηση για τις κατάλληλες θέσεις των κάδων και συμπέραναν ότι θα ήταν καλύτερο να έχουν τους κάδους κοντά στα τραπέζια που θα έτρωγαν καθώς και κοντά στον μπουφέ. Συνειδητοποίησαν ότι έπρεπε να αναθεωρήσουν τη στρατηγική τους από την τοποθέτηση (μικρών) κάδων στην τοποθέτηση (μάλλον μεγάλων) τραπεζιών.

Στο τέλος της συνεδρίας, οι μαθητές συζήτησαν για τους διαφορετικούς περιορισμούς που υπαγορεύονταν από τη νέα συνθήκη, δηλαδή, την τοποθέτηση τραπεζιών αντι των κάδων. Έγινε αναφορά, στο βάρος, στις μετρήσεις μεγαλύτερων μεγεθών, όπως και στην ανάγκη ύπαρξης μικρού χώρου ανάμεσα στα τραπέζια (για να περνάει ο κόσμος ή να στέκονται και να τρώνε).

Συμπεράσματα

Η πιλοτική εφαρμογή έδειξε ότι οι στόχοι που τέθηκαν στην πρόταση υλοποιήθηκαν πλήρως στην εφαρμογή αυτής της διδακτικής ενότητας. Η διερεύνηση πραγματικών καταστάσεων, η χρήση την έννοιας του χώρου, οι μετρήσεις και η κλίμακα, όπως και η προφορική επικοινωνία σε διαφορετικά επίπεδα, όλα έλαβαν χώρα.

Συμπεράσματα από τις τρεις πιλοτικές εφαρμογές

από Χαρούλα Σταθοπούλου και Ελένη Γκανά

Οι 4 πιλοτικές δοκιμές σε 4 διαφορετικά σχολεία (3 Γυμνάσια και ένα Λύκειο) έδειξαν ότι η δραστηριότητα αποτελούσε πρόκληση για τους μαθητές και ότι εμπλέκονταν ενεργά στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης.

Ο αρχικός σχεδιασμός της δραστηριότητας στόχευε στη δημιουργία ευκαιριών επικοινωνίας ανάμεσα στους μαθητές κατά τη διάρκεια αναζήτησης λύσεων και στη διευκόλυνση των μαθητών διαφορετικής πολιτισμικής και γλωσσικής προέλευσης να συνεισφέρουν με τους δικούς τους μαθηματικούς και γλωσσικούς πόρους στη διαπραγμάτευση μαθηματικών εννοιών και τεχνικών.

Επιλέχθηκε μια δραστηριότητα επιτέλεσης έργου (task-based), επειδή: α) η φύση της δραστηριότητας αναμενόταν να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών, καθώς τα μαθηματικά ανταποκρίνονταν σε ένα εμπειρικό πλαίσιο νοσηματοδοτημένο γι' αυτούς β) ο σχηματισμός του προβλήματος δεν παρείχε προδιαγεγραμμένες διαδικασίες λύσης του γ) εμπέδωνε και έχτιζε πάνω σε ανεπίσημες μαθηματικές εμπειρίες και τρόπους έκφρασης που είχαν οι μαθητές (καθημερινή γλώσσα) για να κατανοήσουν το μαθηματικό λόγο δ) επέτρεπε να αποκατασταθούν διάφορα μικρο-πλαίσια συνεργασίας και επικοινωνίας ανάμεσα στους μαθητές και να υπονομευθούν οι παραδοσιακές σχέσεις μεταξύ τους, κυρίως όσες αφορούν τους μαθητές που είναι γλωσσικά και πολιτισμικά διαφορετικοί.

Σε κάθε σχολείο υπήρχε μια διαφορετική διατύπωση του προβλήματος, καθώς τα σχολεία είχαν διαφορετική διαμόρφωση χώρου και επίσης και διαφορετικά ζητήματα να επιλύσουν. Όμως, ο μεθοδολογικός προσανατολισμός ήταν ο ίδιος όπως και οι υπό διερεύνηση μαθηματικές έννοιες.

Το γεγονός ότι δεν αφορούσε ένα πρόβλημα απλής αλγοριθμικής εφαρμογής, αλλά, αντίθετα, οι μαθητές έπρεπε να επινοήσουν στρατηγικές για την επίλυσή του, τους ενεργοποίησε ώστε να χρησιμοποιήσουν διερευνητικές διαδικασίες και παράλληλα τους ενθάρρυνε να συνεργαστούν μεταξύ τους.

Σε όλα τα σχολεία αντιμετωπίστηκε ως ένα πρόβλημα που απαιτούσε μοντελοποίηση και την ανάγκη λήψης αποφάσεων. Αξιοποιήθηκαν λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας ώστε να τονιστεί η διερευνητική διάσταση και η επικοινωνία στην τάξη μέσω των μαθηματικών.

Όπως φάνηκε από την πιλοτική εφαρμογή, οι μαθητές, έχοντας να αντιμετωπίσουν ένα πρόβλημα σε ρεαλιστικό πλαίσιο, ενεργοποίησαν μηχανισμούς αυτο-ρύθμισης όταν οι αρχικές τους λύσεις δεν ήταν αποτελεσματικές. Επιπροσθέτως, ήταν προφανές ότι το συγκεκριμένο πλαίσιο ενθάρρυνε εμπειρικές και ανεπίσημες λύσεις και οι εκπαιδευτικοί, μέσω διαδικασιών καθοδήγησης (scaffolding), οδήγησαν τους μαθητές σε επίσημες μαθηματικές λύσεις.

Αξιοποιώντας ένα εργασιοκεντρικό (task based), πλαίσιο δημιουργούμε ευκαιρίες να συμπεριλάβουμε τους μαθητές διαφορετικής πολιτισμικής και γλωσσικής προέλευσης και επιπλέον να προκαλέσουμε τις συνήθεις διχοτομίες που εμφανίζονται στη διδασκαλία των μαθηματικών, όπως:

- μαθηματικά εντός και εκτός σχολικής τάξης,
- μαθητές που ακούνε και μαθητές που δρουν
- γνωστικές και συναισθηματικές διαδικασίες.

Συνολικά, η δραστηριότητα αποδείχθηκε μια πρόκληση, ενδιαφέρουσα και γεμάτη νόημα για τους μαθητές σε όλα τα πλαίσια, κινητοποιώντας τους να επιλύσουν ρεαλιστικά προβλήματα με δημιουργικό τρόπο και κινητοποιώντας τους να συνεργαστούν και να αξιοποιήσουν καθημερινές γνώσεις προερχόμενες από διαφορετικά γλωσσικά και πολιτισμικά περιβάλλοντα έτσι ώστε να αφομοιώσουν πιο επίσημες μαθηματικές έννοιες.

Βιβλιογραφία

- Brousseau, G. (1983): Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie", *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H. & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher*, 25(4), 12-21.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99-107.
- Leaver, B. L. and Willis, J., (2004). *Task-Based Instruction in Foreign Language Education: Practices and Programs*. Washington, D.C.: Georgetown University Press.
- Puren, Ch. (2004). De l'approche par les tâches à la perspective co-actionnelle, *Cahiers de l'APLIUT* [En ligne], vol. XXIII N. 1 |, URL : <http://apliut.revues.org/3416> ; DOI : 10.4000/apliut.3416 (retrieved 15/7/2015)
- Willis, J. (1996). *A Framework for Task-Based Learning*. Harlow, U.K.: Longman.