

COLLOCARE BIDONI PER RIFIUTI NEL CORTILE DELLA SCUOLA

di Charoula Stathopoulou* e Eleni Gana*

INTRODUZIONE

Questa attività, basata su un'analisi di necessità che era stata intrapresa in una fase precedente del progetto, intende rispondere alla esplicita richiesta di risorse didattiche e fornisce un esempio di una buona pratica quando si insegna matematica in classi multiculturali/multilingue nell'educazione secondaria.



L'attività ha per riferimento la più vasta ricerca riguardo all'insegnamento della matematica in classi multiculturali/multilingue così come dalla recente letteratura per iniziative pedagogiche inclusive riguardo ad alunni con background culturali e linguistici differenti.

Nello specifico, il piano dell'attività adotta il quadro metodologico di un approccio *task-based* (Willis 1996; Leaver and Willis, 2004; Puren 2004). Tramite questa attività agli alunni viene chiesto di rispondere a un problema della vita reale che esiste e che si presenta nell'ambiente della loro scuola. Trovare nel cortile della scuola uno spazio idoneo dove collocare i bidoni per la raccolta differenziata

*Dipartimento di Educazione Speciale – Università di Tessalia, Grecia

costituisce un problema reale e riconoscibile per coinvolgere gli alunni nella matematica e fornisce loro la motivazione per investire nei processi di insegnamento e apprendimento. Pertanto, si aspetta che la situazione matematica abbia un senso per tutti gli alunni; inoltre, non fa affidamento su procedure matematiche ben definite, ma invece consente agli alunni di agire e di fare una negoziazione collettiva delle nozioni (per es.: proporzionalità) e tecniche (per es.: misurare) matematiche. Lo stesso piano dell'attività favorisce opportunità di comunicazione fra compagni e fra gli alunni e l'insegnante per consentire alla classe di arrivare a una soluzione credibile. Gli alunni con background culturali e linguistici differenti potrebbero contribuire con proprie risorse matematiche e discorsive e fare collegamenti fra matematica informale e formale. In aggiunta, nel contesto dell'azione congiunta e sinergica degli alunni previste nelle varie fasi dell'attività, le differenti esperienze e modi di fare che gli alunni portano al gruppo potrebbero essere apprezzate e alla fine potrebbero emergere relazioni più uguali fra pari.

La tecnica di misurazione e la nozione di proporzionalità hanno costituito il contenuto principale dell'attività. La misurazione – una procedura per la determinazione della dimensione di un oggetto/fenomeno – è un processo matematico importante per definire il mondo intorno a noi ed aiuta ad avere un migliore controllo del nostro ambiente. Il concetto di proporzionalità è un altro concetto matematico di base, che attraversa tutti gli argomenti di matematica nell'educazione obbligatoria in varie versioni: scala, similitudine, equazione lineare etc.

Laboratori: sperimentazione con insegnanti in formazione

Prima della progettazione finale e attuazione dell'attività (sperimentazione principale), ci sono stati tre laboratori ai quali hanno preso parte insegnanti di matematica di scuola secondaria (10 insegnanti) e un consulente regionale per questioni pedagogiche nella scuola secondaria inferiore.

Il primo workshop si è focalizzato su questioni linguistiche e culturali chiamate in causa quando si insegna matematica in classi multiculturali/multilingue. I risultati delle precedenti analisi delle necessità hanno mostrato che la maggior parte degli insegnanti, anche se insegnavano matematica in classi multiculturali/multilingue, non era stata formata in maniera adeguata. Pertanto, nel primo incontro c'è stata una discussione sulle strategie per promuovere la lingua di origine e l'esperienze culturali degli alunni come risorse didattiche, così come strategie che aiutano la transizione dal parlato quotidiano al parlato matematico. Nel secondo incontro agli insegnanti sono state presentate l'idea principale e le fasi procedurali di base dell'attività. Sono stati discussi aspetti del contenuto matematico, la sua relazione con il curriculum e le sfide che potrebbero rappresentare per gli alunni con background linguistici differenti. Durante il terzo workshop si è giunti alle decisioni finali sul piano dell'attività. Gli insegnanti hanno contribuito alle decisioni riguardo a: fasi di attuazione del progetto, stima del tempo per ciascuna fase, attese reazioni degli alunni all'attività e possibili strategie adatte per l'attuazione dell'attività.

La progettazione dell'attività: breve descrizione

♦ *Il fondamento logico*

Si è scelto di utilizzare un'attività basata sul compito, dato che tramite tale didattica ci si aspetta che gli alunni diano un senso a una situazione matematica per la quale non esistono procedure ben definite. Ci si aspetta di creare anche ricche opportunità di comunicazione in ambito matematico dove probabilmente potrebbero emergere questioni relative alla lingua.

La presente attività è basata sulla discussione in corso fra alunni e insegnanti riguardo alla mancanza di una efficace politica di riciclaggio nella loro scuola e al come loro potrebbero affrontare questa situazione. Quindi l'attività riguarda un problema della vita reale che richiede concetti e tecniche matematiche, così che ci si aspetta che tutti gli alunni – dato che questo problema è per loro stimolante – si impegnino a cercare soluzioni e preparare un modello idoneo.

♦ *Il compito*

Agli alunni viene presentata una lettera formale inviata dal Comune riguardo all'intenzione ufficiale di fornire alla scuola contenitori per la raccolta differenziata: gli alunni devono rispondere tenendo conto degli spazi disponibili nel cortile della loro scuola, tenendo conto del numero di contenitori e delle loro scelte su dove posizionare i contenitori nel cortile della scuola.

♦ *Gli alunni e la scuola*

L'attività è stata progettata per essere sperimentata in una classe prima del 6° Ginnasio di Volos, dall'insegnante di matematica Ioannis Fovos. Su un totale di 22 alunni, 6 sono alunni Rom bilingue che usano a casa la lingua Romany, una lingua orale senza un codice di scrittura.

♦ *Gli obiettivi*

- Collegare nozioni e tecniche matematiche per esaminare questioni di natura sociale e fornire argomentazioni per situazioni della vita reale. Gli alunni avranno l'opportunità di usare molteplici strategie risolutive. Per lo svolgimento dell'attività, ci si aspetta che gli alunni utilizzino: nozioni spaziali, misurazione, similitudine, proporzioni, etc. Gli alunni dovrebbero utilizzare preposizioni per localizzare, come: giù, su, sopra ..., probabilmente in modi diversi, in quanto, con una precedente ricerca sul posto, si era notato che le persone Rom hanno un codice spaziale differente, collegato alle caratteristiche della loro cultura, che è rappresentato anche dalle preposizioni che usano.
- Comunicare verbalmente e/o in altri modi le loro idee e i propri modi di agire matematicamente e di negoziare i loro ragionamenti, socializzandoli nel gruppo, nell'intera classe, quando si rivolgono a una personalità pubblica, utilizzando registri e strumenti multimodali differenti.

- Essere attivamente coinvolti nell'analisi di differenti modelli di discorso (genere, lessico e strutture grammaticali) nell'uso e nella comunicazione della matematica in contesti differenti.

Sperimentazione principale

di Charoula Stathopoulou, Eleni Gana e Ioannis Fovos

La realizzazione dell'attività

Il progetto didattico è stato prima sperimentato in una scuola secondaria inferiore (6° Ginnasio) della città di Volos.

1^a sessione: informazioni iniziali (10 minuti)

L'insegnante ha informato gli alunni che la loro classe è stata scelta per la realizzazione di un nuovo tipo di attività matematica e che l'intero processo sarebbe stato video-registrato. Quasi tutti gli alunni si sono sentiti stimolati da questa prospettiva, ad eccezione di una alunna Rom che ha detto di non voler partecipare all'attività.

2^a sessione.

a. Lettura della lettera (20 minuti)

L'attività è iniziata con la lettura da parte dell'insegnante di una lettera inviata (o ipotizzato che fosse stata inviata) dall'amministrazione cittadina e, come scritto in questa, gli alunni dovevano individuare nel giardino della scuola i posti adatti dove mettere i contenitori per la raccolta dei rifiuti e giustificare le loro scelte. Dopo aver terminato la lettura, l'insegnante ha chiesto: *quale pensate possa essere il nostro primo passo per risolvere questo problema?*

b. Come mettere i contenitori ? (20 minuti)

Alcune tipiche risposte degli alunni alla domanda:

- fare una foto dal tetto dell'edificio;
- fare una pianta come questa (mostrando la pianta del primo piano che era vicino alla porta dell'aula).

Gli alunni sono stati d'accordo con questo suggerimento e hanno iniziato a pensare a come farla. Si sono resi conto che era necessario misurare i lati del cortile della scuola.

L'insegnante ha domandato: *poiché la misurazione vi darà le dimensioni reali, come si potrebbero rappresentare queste sulla carta?* Gli alunni hanno risposto che sapevano come farlo anche se non sapevano ricordare il termine 'scala', un termine che è stato ricordato dall'insegnante. Dopo l'insegnante ha informato gli alunni che si sarebbero dovuti spostare nel cortile della scuola per misurarne i lati e che ciascun

gruppo avrebbe dovuto fare la propria pianta. Alla fine di questo incontro, l'alunna Rom, che aveva inizialmente assunto un atteggiamento negativo nei confronti dell'attività, si è avvicinata all'insegnante per dire che le sarebbe piaciuto partecipare e, pertanto, le sono stati dati i nomi degli alunni del suo gruppo. Probabilmente lei ha trovato interessante e/o stimolante per sé il carattere pragmatico dell'attività.

3ª sessione: Misurazione dei lati del cortile della scuola (30 minuti)

L'obiettivo principale di questa fase è stato far fare agli alunni la misurazione dei lati del cortile della scuola e di prepararne una bozza di pianta.

La prima misurazione è successo che sia stata iniziata proprio dall'alunna Rom di cui sopra. Poi un alunno di ciascuno dei gruppi ha misurato i rimanenti lati del cortile. Un alunno di ciascun gruppo ha avuto la responsabilità di prendere nota delle misurazioni. Per le misurazioni è stato usato l'odometro, uno strumento che è sembrato molto attraente per gli alunni.



Un alunno misura il cortile

4ª sessione: disegno della pianta (in aula, 2 ore)

L'obiettivo di questa fase è stato di far trovare agli alunni la giusta scala, anche se poi loro non avrebbero rappresentato i loro risultati in un registro matematico. Dovevano anche disegnare su una carta la pianta del cortile della scuola.

Gli alunni hanno lavorato in gruppo. Nello specifico, sono stati formati 5 gruppi, in 3 dei quali vi erano alunni Rom. I banchi dell'aula sono stati sistemati in modo che gli alunni potessero sedersi intorno, facilitando in tal modo i processi di collaborazione.

Le difficoltà degli alunni nelle costruzioni e nelle strategie:

La strategia iniziale di tutti gli alunni per rappresentare la pianta del cortile sui loro fogli è stata di trasformare i metri in centimetri, usando in tal modo inconsapevolmente la scala di 1:100. In alcuni casi, quando si sono resi conto che il foglio (formato A4) non era adeguata, hanno cambiato la disposizione lunghezza-larghezza e sono così riusciti a disegnare la pianta del suolo. Dopo essersi accorti che il foglio non bastava, un gruppo lo ha semplicemente allargato fissandone un altro a quello originale, mentre gli altri gruppi hanno diviso ciascun lato per due usando la scala 1: 200. Come abbiamo potuto notare, gli alunni non hanno applicato immediatamente la *regola dei terzi* (o del rapporto aureo) per trovare le giuste dimensioni della pianta sul foglio, ma hanno usato loro strategie informali che hanno

portato a una rappresentazione soddisfacente del cortile. Comunque, nell'uso di queste strategie, a parte un gruppo, gli altri gruppi non sono riusciti a dire quale era la scala finale che avevano usato.

E' interessante vedere le risposte degli alunni riguardo sia al processo che al risultato finale:

Alunno:allora, perché se non ci sta lo dividiamo per due.

Insegnante: Solo quelle grandi? Hai lasciato quelle piccole come erano?

Alunno: All'inizio sì, abbiamo fatto solo quelle grandi, ma poi abbiamo pensato di dividerle tutte, così da ottenere la figura corretta.

Gli alunni, nella loro giustificazione, anche se non fanno direttamente riferimento alla scala, la suggeriscono, dicendo: "così la forma sarebbe giusta". Comprendono, cioè, che la forma che devono fare è la stessa del cortile della scuola; capiscono il concetto di similitudine e la nozione di scala. Il fatto che questa sia un'attività autentica obbliga alla ricerca di una soluzione nello specifico contesto. Una ulteriore difficoltà che gli alunni hanno affrontato nel disegno della pianta del cortile della scuola è stata che la loro forma finale doveva essere una poligonale chiusa. Avendo trascurato la necessità di misurare gli angoli così da avere una mappatura esatta, gli alunni sono stati spesso portati a fare aggiustamenti arbitrari riguardo ad alcuni lati del cortile, così da ottenere una poligonale chiusa.

Insegnante: la vostra figura si è chiusa bene?

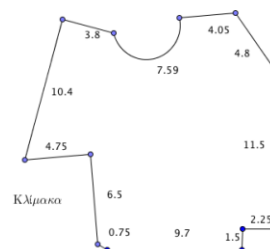
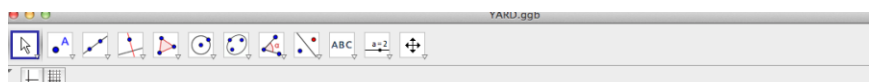
Alunno 1: no, siccome non si chiudeva, abbiamo fatto il corridoio un po' più grande.

Alunno 2: per chiudere il disegno, abbiamo fatto 22, 4 cm più storto, così che potesse entrarci.



Alunni al lavoro in gruppi nell'aula

Qui sotto viene mostrato uno dei disegni (piante) che gli alunni hanno creato nei loro gruppi.



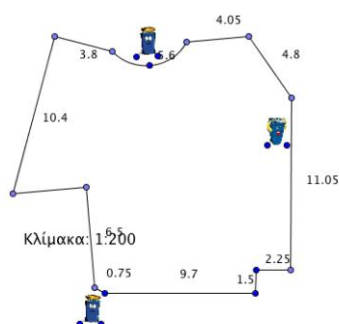
1 : 200

7^a -8^a sessione: lettera di risposta al comune ($1h+1h$)

In queste ultime sessioni l'insegnante ha chiesto agli alunni di motivare la scelta dei posti in cui collocare i contenitori per i rifiuti. Ecco alcune tipiche risposte degli alunni:

- il primo contenitore dovrebbe stare nell'anfiteatro, davanti alla colonna, perché molti ragazzi si riuniscono lì durante l'intervallo;
- il secondo contenitore dovrebbe essere sistemato fra il cesto della pallacanestro e la rastrelliera delle biciclette, perché molti ragazzi si riuniscono lì per tenere d'occhio le loro biciclette;
- il terzo contenitore dovrebbe essere messo davanti alla mensa della scuola, in modo che gli alunni buttino lì i loro rifiuti dopo aver comprato il cibo.

Dopo una discussione collettiva per la pianta migliore, gli alunni hanno deciso per la scala di 1:100 e hanno collocato i contenitori come mostrato nel disegno qui sotto:



Si dovrebbe notare che l'uso del software ha aggiunto una dimensione dinamica al disegno del cortile della scuola e ha dato agli alunni la possibilità di provare a

Alla fine, gli alunni hanno scritto una lettera per l'amministrazione comunale: costruzione dialogica del testo, scaffolding dell'insegnante nell'uso del registro matematico.

Lettera al Comune:

[illegible]

Conclusioni

L'insegnante che ha sperimentato l'attività, siccome aveva partecipato ai workshops e aveva contribuito in modo sostanziale alla sua formulazione, ha fatto fronte in modo creativo a tutte le questioni che si sono presentate durante l'attuazione dell'attività. Gli alunni, a loro volta, si sono impegnati con interesse in un'attività basata sul compito, che riguardava problemi della vita reale e creava le condizioni per un approccio empirico alla matematica. I vari micro-frameworks di collaborazione fra gli alunni che hanno svolto l'attività ha fornito le potenzialità di invertire le tradizionali relazioni che erano prevalenti nella classe fra gli alunni e fra gli alunni e l'insegnante. Gli alunni di origine linguistica e culturale diversa (Rom) sono stati coinvolti in modo attivo nella esecuzione collaborativa della procedura matematica che il loro gruppo doveva eseguire; hanno fatto uso dell'esperienza linguistica del parlare quotidiano per comprendere il parlato matematico e hanno negoziato concetti e tecniche matematiche in una cornice per loro significativa.

Per finire, si è notato che sebbene nella progettazione dell'attività l'uso del linguaggio di casa/comunità fosse stata un fatto possibile, gli alunni Rom hanno sistematicamente evitato di usare, nel contesto di classe, il Romany, cioè la lingua che usavano nelle loro interazioni quotidiane. Questa loro scelta è ovviamente collegata a tutta la precedente esperienza di quegli studenti e non poteva essere facilmente cambiata nel contesto di una sola attività.

Seconda sperimentazione

di Maria Piccione^{**}

INTRODUZIONE

La presente unità didattica propone un'attività di *mapping* la quale si riferisce tipicamente a concetti geometrici di base del curriculum scolastico. Questo tipo di attività comporta, come è noto, il controllo della relazione *taglia dello spazio reale-taglia del foglio di carta* e pertanto costituisce un campo concettuale che supporta lo sviluppo di metodi e di tipologie di ragionamento atte a promuovere competenze geometriche fondamentali.

La proposta è finalizzata a porre gli studenti in una situazione problematica, senza indicazione di soluzione, richiedente la costruzione di un modello matematico. Attraverso tale compito, ci aspettiamo che gli studenti siano in grado di riconoscere e consolidare nozioni matematiche e tecniche già possedute (come allineamento, angolo, lunghezza, forma, misura, tra le nozioni spaziali) e avvicinarsi ad altre non ancora costruite (come scala e proporzione, tra le nozioni aritmetiche).

L'attività fornisce un contesto per la comunicazione matematica tra pari in processi decisionali e di negoziazione del ragionamento.

DESCRIZIONE DELL'ATTIVITÀ

Questa sperimentazione ha avuto luogo nella Scuola Secondaria di I grado "Paolo Uccello", con un gruppo di 7 studenti di una seconda classe (7° grado) sotto la guida del formatore e dell'insegnante di Matematica (Prof.ssa A. Scialpi).

La proposta originale è stata attuata con alcune modifiche. La prima di queste, dovuta anche al rispetto delle norme di sicurezza della scuola, riguarda la scelta dello spazio da riprodurre: un ampio corridoio interno, ben sagomato per il lavoro di rilievo, anziché il cortile esterno, troppo ampio nel complesso e di forma regolare nelle aree più limitate. Il dominio concettuale è rimasto invariato, mentre il lavoro di modellazione ha subito alcuni cambiamenti, relativi a certe caratteristiche della realizzazione, che sono risultate semplificate. Comunque, per quanto attiene al rapporto *estensione dello spazio fisico - estensione dello spazio percettivo del soggetto*, l'ambiente scelto può essere considerato un "*meso-spazio*"¹. Altre modifiche sono state determinate dalla modalità di lavoro, che ha coinvolto un gruppo ristretto di studenti piuttosto che l'intera classe. I partecipanti hanno avuto il compito di risolvere un problema pratico proposto attraverso una lettera di invito ufficiale a nome del Dirigente Scolastico.

L'attività ha seguito tre fasi, nei tempi indicati a lato.

^{**}Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione e Matematica – Università di Siena, Italia

¹ Brousseau, G. (1983)

Fase 1 (1 ora)

Presentazione del compito. Dalla lettura dell'invito ufficiale (vedi Allegato A.1), gli studenti hanno compreso la richiesta di collaborare alla realizzazione di un piano funzionale alla raccolta differenziata dei rifiuti; hanno intuito che il compito richiedeva:

- la mappatura dell'ambiente scelto;
- la localizzazione dei contenitori della spazzatura e la determinazione del loro numero.

Hanno, inoltre, mostrato di condividere la ragione educativa del loro coinvolgimento, finalizzato allo sviluppo di un atteggiamento rispettoso verso l'ambiente.

Lavoro di pianificazione. Senza fornire alcuna spiegazione relativa all'attività di mappatura, l'insegnante ha invitato il gruppo ad organizzare il lavoro, ovvero a decidere: che cosa fare, come suddividere i compiti, quali strumenti usare, come registrare i dati raccolti.

Gli allievi hanno facilmente compreso che avrebbero dovuto:

- misurare i confini del corridoio, tenendo conto delle diverse aperture (porte, scale, finestre) e degli ostacoli (colonne, radiatori)
- adottare strumenti per prendere le misure.

Avendo familiarità con un materiale didattico di aste di plastica colorata (figura 1a), hanno spontaneamente pensato che le aste lunghe fossero adatte ad operare su grandi distanze, mentre quelle più corte potessero essere utili a completare la copertura del contorno del pavimento.

Inoltre, hanno concordato la necessità di

- riportare su carta le misurazioni la forma del corridoio, per svilupparne un modello.

A questo scopo sono stati utilizzati comuni fogli di carta a quadretti.

Fase 2 (2 ore, in due tempi)

Attività del rilievo. Gli studenti hanno cooperato al rilievo delle misure, posizionando le aste a terra, lungo le pareti. Si è presentata la necessità di suddividere alcune aste per ottenere strumenti adatti a misurare piccole parti residue del confine: gli alunni hanno convenuto, su suggerimento dell'insegnante, che la suddivisione in parti uguali avrebbe semplificato il confronto tra lunghezze (singola parte - asta originaria) (figura 1b). Quindi, alcuni di loro hanno cominciato a realizzare la mappa, senza effettuare alcuna scelta di scala.

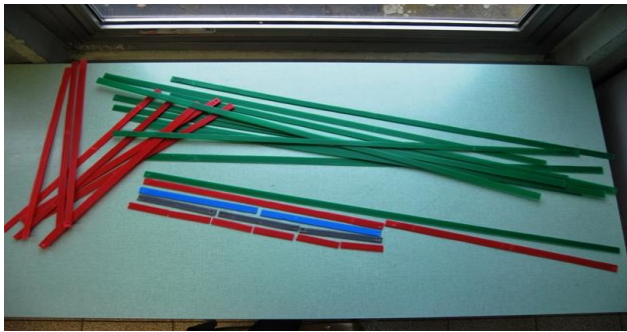


Figura 1a



Figura 1b

Sviluppo del modello. Il primo tentativo di mappatura è stato ad un livello molto elementare: ha prodotto rappresentazioni parziali, con componenti tridimensionali ed etichettatura dei segmenti mediante misure espresse in aste-unità, nominate in base al colore (figura 2a).

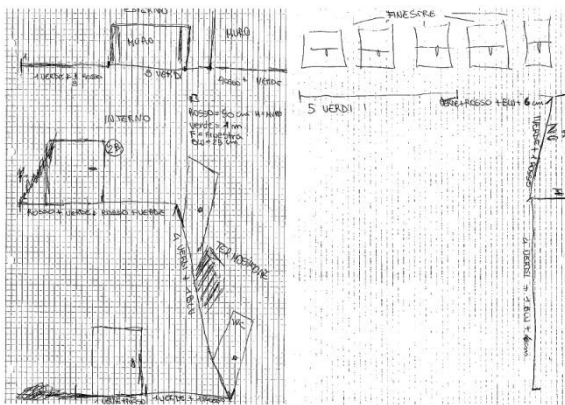


Figura 2a

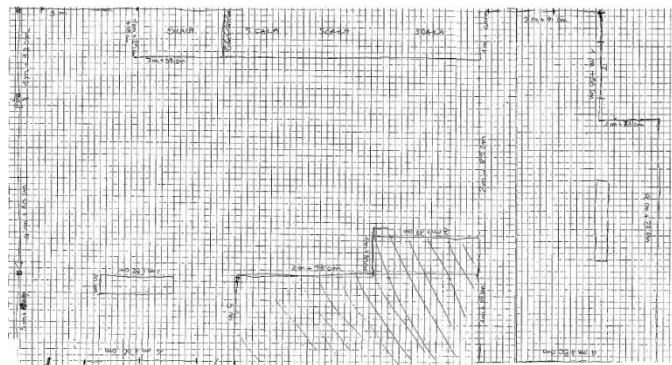


Figura 2b

L'insegnante è intervenuta con due suggerimenti: effettuare una visualizzazione globale della struttura e confrontare un'asta lunga con le unità standard. Dal primo, è seguita una discussione sulla struttura complessiva; dal secondo, un controllo che ha generato sorpresa: *“è proprio 1 metro”*!

È da notare che il gruppo ha proseguito nell'attività di rappresentazione, senza porsi il problema della *scala di riduzione*, ma limitandosi a rispettare i rapporti tra le estensioni degli oggetti su base puramente percettiva (figura 2b). Solo alla fine i ragazzi hanno riconosciuto e convenuto la necessità di decidere in anticipo *“quanti quadrati”* sulla carta dovessero corrispondere a 1 metro, consapevolezza che li guiderà nella realizzazione del modello finale. Questa evoluzione è una chiara prova dell'efficacia didattica dell'attività svolta nella costruzione del concetto di scala. Per inciso, l'abbreviazione "quadrato" al posto di "lato del quadrato", rivela che, in rapporto al linguaggio, il valore della precisione non si è ancora evoluto. Infine, sul posizionamento dei bidoni, vari commenti a carattere logistico sono stati espressi in corso d'opera.

Fase 3 (2 ore)

Lavoro al computer. Gli studenti delle due classi non avevano mai fatto uso di software di geometria dinamica in precedenza, cosicché questa situazione li ha messi

in un nuovo contesto di lavoro. In realtà hanno usato solo le regole di base di “GeoGebra”, indicate dal docente, per disegnare la mappa ufficiale.

Come primo livello di applicazione, il lavoro è stato effettuato sullo schermo quadrettato: questa modalità ha comportato un ridotto impiego del software rispetto a potenzialità e obiettivi che gli sono propri, ma allo stesso tempo ha lasciato aperto il problema cruciale dello stabilire un rapporto tra le lunghezze. I ragazzi hanno effettuato prove, fino a trovare una corrispondenza adeguata, determinante un rapporto. Quindi hanno eseguito un attento trasferimento dei dati dalla mappa disegnata sul foglio a quella nascente sullo schermo. Da soli si sono assegnati i ruoli di “esecutori alla tastiera”, “controllori” e “suggeritori di dati” (figure 3a e 3b).

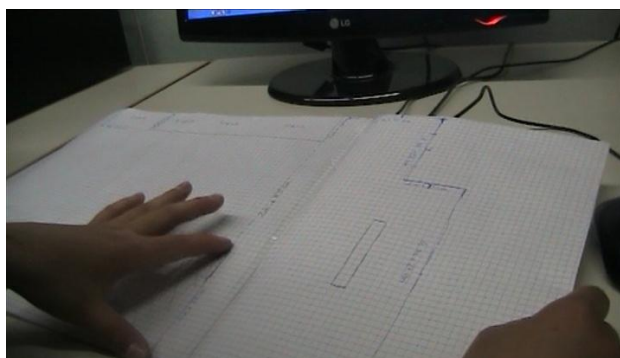


Figura 3a

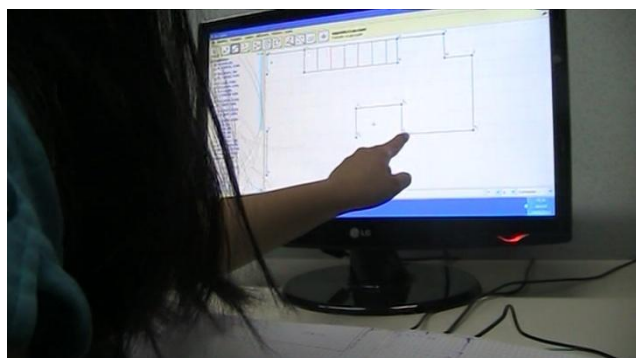


Figura 3b

COMMENTI

Dominio affettivo. Gli studenti hanno assunto l’incarico con orgoglio, sentendone l’impegno sociale, e lo hanno portato avanti con serietà. Una prova di ciò sta nell’entusiasmo mostrato nel dare spiegazioni sul lavoro di “rilievo” che stavano facendo ai curiosi (studenti o adulti) di passaggio nel corridoio. La novità del compito (richiesta, luogo di svolgimento, modalità di attuazione, ...) ha determinato un’applicazione degli studenti al lavoro connotata da interesse, piacere e mantenimento di attenzione.

Dominio cognitivo. L’attività ha offerto un contesto in cui gli studenti hanno potuto applicare concetti e procedure matematiche, rivisitarli e aumentare la consapevolezza della loro importanza teorica e pratica (misura come procedura di stima di una grandezza, unità come strumento, conversione di unità, risultato di una misura, scala, proporzione, sviluppo di un modello). Inoltre, ha creato opportunità di comunicazione matematica, che ha permesso gli alunni: confronto/discussione di idee, presa comune di decisioni, passaggio dal linguaggio comune a quello specifico, e valutazione della differenza della formulazione di messaggi verbali in tali registri.

Difficoltà. Il lavoro ha dato agli studenti l’opportunità di affrontare difficoltà che non si aspettavano nell’esecuzione del modello, principalmente per la gestione di uno spazio di forma ed estensione non standard e per la soluzione del problema della riduzione in scala. D’altra parte, l’attività ha permesso all’insegnante di osservare le dinamiche tipiche della “crisi cognitiva” generata da una situazione problematica:

valutazione del problema, riconoscimento della necessità di un nuovo oggetto concettuale, elaborazione autonoma di questo.

Risultati.

L'intervista. Un'intervista ai partecipanti - a distanza di un anno dall'attività - ha permesso di rilevare un risultato di memorizzazione a lungo termine. Inoltre, le risposte hanno evidenziato che il contesto di apprendimento è adatto a sviluppare il *senso* delle azioni “*non semplici*” da compiere nella raccolta dei dati e nel loro trasferimento dalla realtà alla rappresentazione grafica in scala (vedi Allegato A.2). Espressamente, le risposte hanno mostrato che l'attività ha permesso di rivisitare:

- il significato della procedura di misurazione;
- il ruolo della unità, delle sottounità scelte e gli effetti della scelta;
- il rapporto rilievo-realizzazione di una mappa.

Questo sviluppo di consapevolezza risulta collegabile all'uso di strumenti di misura non ufficiali, scelta non pianificata a priori, che si è rivelata un elemento-chiave per l'apprendimento. Infatti, tutti hanno citato la misura con le aste come una possibilità inattesa che li ha colpiti: “*la cosa che mi ha incuriosito di più è stato quando abbiamo misurato con le barre di plastica*”; “*non ho mai preso le misure con aste colorate prima di quel giorno*”. Una ragazza ha parlato esplicitamente del processo di passaggio ai sottomultipli: “*e quando abbiamo diviso per misurare le parti più piccole*”.

Relativamente al linguaggio, l'uso di espressioni quali: “*riportare il perimetro dell'area*”, “*descrivere una mappa dell'area*”, “*misurare il perimetro di una grande area*” hanno dimostrato che il significato dei concetti coinvolti esiste (rapporto confine-interno di una figura, operazioni da fare), mentre la corrispondente capacità espressiva è ancora impropria e “fuzzy”; in particolare, i termini “*mappa*” e “*rilievo*” non sono stati integrati nel linguaggio spontaneo (tranne in un caso).

Notiamo esplicitamente che gli alunni hanno riconosciuto di essere di fronte a un vero problema: trasformare informazioni lineari in una figura bidimensionale. “*Sembrava di essere difficile, all'inizio, ma abbiamo potuto gestire rapidamente!*”

Al contrario, nessun riferimento è stato fatto a proprietà geometriche che lo spazio fisico poteva richiamare (perpendicolarità/parallelismo tra le pareti, forma rettangolare delle colonne nella sala): a posteriori, abbiamo riferito questo fatto all'uso della carta a quadretti e della griglia sullo schermo di GeoGebra. Riteniamo che questa scelta abbia facilitato il compito al punto da nascondere agli studenti il sistema di relazioni geometriche esistenti tra i diversi elementi della figura. Senza dubbio questo errore didattico suggerisce l'utilizzo di un foglio di carta bianco per far emergere il problema durante le attività di rilievo/mappatura e di riproduzione digitale. Nelle condizioni di lavoro adottate, il passaggio dalla carta allo schermo del computer è stato vissuto come un lavoro di precisione per la riproduzione in scala.

Nel corso dell'intervista, i ragazzi hanno inoltre ricordato e sottolineato le difficoltà incontrate per la forma e grandezza dello spazio considerato. Questo fatto ci ha condotto a proporre un esperimento di esplorazione visiva di una grande porta a doppio vetro, stando in piedi a circa 3 metri da essa. I ragazzi hanno potuto esprimere le differenze tra la gestione della rappresentazione di un piccolo o grande spazio: il primo è più facile perché permette "di vedere l'intera forma", " per avere un minor numero di elementi nel mezzo ", " fare di meno calcoli ", " spendere meno tempo ", ...

Infine, dal punto di vista meta-cognitivo, altri aspetti sono emersi, riguardanti principalmente il controllo delle strategie personali di azione (ascolto attivo di consigli e suggerimenti degli insegnanti , essere calmo , fiducioso, paziente e preciso, attenzione ...).

ALLEGATI

A1. Testo dell'invito della Dirigente

Cari ragazzi,

come Dirigente dell'Istituto al quale appartenete, vi comunico l'intenzione di attuare, nel prossimo Anno Scolastico, un piano per la raccolta differenziata dei rifiuti.

Ritengo che questa iniziativa sia importante per lo sviluppo, fin dalla giovane età, di un atteggiamento volto al rispetto dell'ambiente.

Ho pensato di coinvolgervi nella realizzazione di questo piano con le seguenti richieste:

- *fare rilievi dei locali dell'edificio;*
- *indicare posizioni adeguate per i contenitori destinati alla suddetta raccolta.*

Vi auguro buon lavoro!

Prof.ssa Silvia Di Rocco

A2. Quesiti test

A proposito della rilevazione fatta per posizionare contenitori per la raccolta differenziata ...

- *Che cosa ricordi del lavoro fatto?*
- *Che cosa ti ha colpito di quella esperienza?*
- *Che cosa hai utilizzato di ciò che sapevi già e che cosa hai imparato di nuovo?*
- *Quali suggerimenti daresti ad un compagno per fare un lavoro dello stesso tipo (uso di foglio, aste, penna, computer, metri, riga, squadra ... e quale uso fare ...)?*

Terza sperimentazione

di Pier Giuseppe Vilardo e Franco Favilli***

INTRODUZIONE

In questa attività ci si aspetta che gli alunni risolvano un problema pratico tramite strumenti matematici, senza conoscere una procedura ben definite. Sicuramente uno dei temi chiave che saranno presentati con questa attività è la *proporzionalità*, soprattutto tramite un approccio geometrico.

Agli alunni viene assegnato il seguente compito: devono individuare I punti di raccolta delle classi fuori della scuola in caso di evacuazione; dopo avere individuate questi punti, devono fornire istruzioni scritte al personale del Comune che sistemeranno dei pali nei punti di raccolta comunicati dagli alunni.

Per prima cosa, dovranno pensare al compito individualmente per circa quindici minuti, dopo le attività verranno svolte in 6 gruppi di 3-4 studenti.

OBIETTIVI

Obiettivi per gli alunni

Obiettivi generali

- Collegare nozioni e tecniche matematiche per risolvere problemi della vita reale.
- Comunicare in forma verbale o con altro mezzo le idee o il modo di fare matematica.
- Discutere le soluzioni.
- Essere attivamente coinvolti nell'esame di differenti percorsi per esporre e comunicare procedure matematiche in contesti differenti.

Obiettivi specifici

- Misurare.
- Usare strutture semantiche per individuare posizioni nello spazio.
- Rappresentare oggetti reali in scala.
- Usare proporzioni.
- Usare software geometrici per disegnare piante.
- Creare modelli.
- Usare un linguaggio matematico appropriato.
- Rafforzare la conoscenza del linguaggio geometrico.

***CAFRE – Università di Pisa, Italia

LE ATTIVITA' NELL'AULA

Studenti del secondo anno di Scuola Secondario di I Grado; 12 ore di attività (inizialmente previste 10 ore), 22 studenti.

L'attività è stata svolta in una classe seconda della scuola secondaria di I grado dell'Istituto Comprensivo di Castelnuovo Magra (Provincia di La Spezia) ed è stata utilizzata dall'insegnante come introduzione a rapporto, scale di riduzione e proporzioni.

Agli alunni è stato chiesto di individuare, all'esterno del parcheggio della scuola (Foto 1), i punti di raccolta per le 7 classi (su 11 della stessa scuola) che dovessero uscire nel parcheggio in caso di evacuazione. Prima, un'altra classe aveva preparato i pali da piantare nell'erba nei punti di raccolta individuati.



Foto 1: Il parcheggio della scuola

Dopo avere individuate le aree, gli alunni dovevano trovare un modo per fornire al personale del Comune istruzioni comprensibili e non ambigue, in modo che potesse piantare i pali esattamente dove gli alunni avevano deciso. Questa richiesta è stata fatta verbalmente dall'insegnante.

Dopo che la richiesta è stata fatta, agli alunni sono stati dati circa 15 minuti per pensare e dopo sono stati riuniti in 6 gruppi (quattro gruppi di quattro alunni e due gruppi di tre).

All'inizio, i gruppi hanno fatto piante e mappe della scuola e del parcheggio; le mappe erano più o meno simili alla situazione reale della scuola e del parcheggio, e gli alunni sono stati soprattutto preoccupati di individuare i punti di raccolta, principalmente in base alla loro memoria visiva del parcheggio stesso.

Dopo, ciascun gruppo ha riferito sulle soluzioni trovate. Ai gruppi è stato chiesto di riferire sulla base del loro livello di "progresso", iniziando dalle soluzioni "più semplici" fino a quelle "più complesse".

Il primo gruppo ha scritto istruzioni da dare a voce, nelle quali ha riferito genericamente dove le classi si dovevano sistemare. Ciò nonostante, sulla base di

queste istruzioni era impossibile, per le persone responsabili della collocazione dei pali, individuare i posti giusti.

Anche il secondo gruppo ha scritto delle istruzioni da dare a voce, ma ha aggiunto anche la distanza fra un palo e l'altro.

Il terzo gruppo ha scritto istruzioni da dare a voce, ma meno generiche di quelle dei primi due gruppi, perché ha usato costruzioni esistenti (una serra) come punto di riferimento e ha anche disegnato una mappa semplice. Comunque, questo gruppo non si è reso conto dell'importanza della mappa che aveva fatto, perché l'hanno mostrata solo dopo che l'insegnante ha chiesto se l'avevano fatta. Alla fine, dopo diverse domande, gli alunni del gruppo si sono resi conto che ciò che stavano facendo era una mappa della scuola e che sarebbe stato molto utile indicare la posizione dei pali.

Tutti e tre i gruppi seguenti hanno fatto una pianta: quella del quarto gruppo è stata la più semplice, mentre, d'altro conto, le piante del quarto e quinto gruppo sono state più elaborate. Il quinto gruppo ha sottolineato il fatto che la pianta era il modo più facile e rapido di risolvere il problema proposto.

Dopo avere esaminato tutte le soluzioni proposte, gli alunni hanno deciso che la pianta era la soluzione migliore. Allora hanno iniziato a discutere quale gruppo aveva disegnato la pianta migliore. L'insegnante ha poi chiesto loro cosa fosse necessario per disegnare una buona pianta; tutti sono stati d'accordo che era necessario prendere le misure del parcheggio utilizzando strumenti adatti, come un nastro per misurare lungo 10-20 metri. Complessivamente questa attività è durata due ore.

Durante la lezione successiva gli alunni hanno misurato il parcheggio. Inizialmente alcuni di loro erano perplessi e pertanto hanno chiesto all'insegnante di aiutarli a misurare in modo accurato. Un gruppo ha utilizzato un puntatore laser (è stato chiesto loro come funzionava: sapevano usarlo senza sapere come funzionasse). Dopo due ore tutti avevano completato le misurazioni.

Dopo le misurazioni, gli alunni hanno iniziato a disegnare le mappe (hanno avuto bisogno di due ore in più per completare questo compito). Tutti i gruppi hanno scelto modi diversi di disegnare la mappa del parcheggio della scuola. In particolare, due gruppi hanno completato il lavoro a casa, senza che ciò venisse chiesto dall'insegnante, e per far questo hanno usato software di geometria dinamica, come GeoGebra, and "planner 5d", disponibili on line; avevano già pensato a usare questi software. Gli altri gruppi hanno invece disegnato la mappa usando carta millimetrata. Solo due dei sei gruppi hanno disegnato la mappa usando una scala di riduzione.

Quando le mappe sono state pronte, tutti i gruppi hanno mostrato e spiegato i loro lavori. (Foto 2)

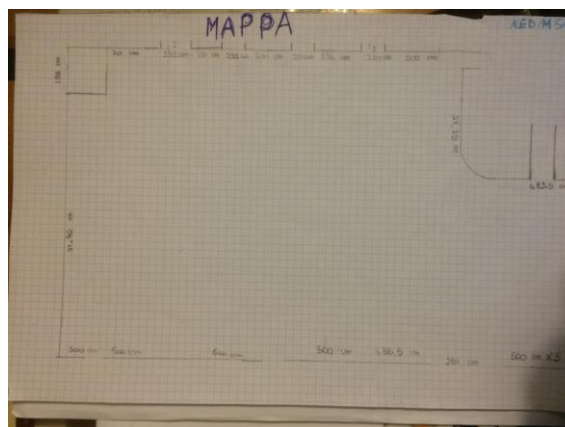


Foto 2: La mappa disegnata da un gruppo

Dalle spiegazioni è risultato chiaro che Quattro delle sei mappe non erano utili perché, usandole, era impossibile individuare in modo univoco dove collocare i pali (in due mappe i pali non sono stati neppure rappresentati, ma è stato disegnato solo il parcheggio). Quando gli alunni hanno terminato di mostrare i loro lavori, vi è stata una breve discussione su ciò che avevano fatto e la maggior parte di loro non si è accorta che quattro mappe non erano utili; così, molte delle domande degli alunni si sono centrate su questioni di rilevanza secondaria (per completare questa attività abbiamo avuto bisogno di due ore).

Per questa ragione l'insegnante ha deciso che gli alunni verificassero direttamente sul luogo se le mappe erano corrette (attività di due ore). Per fare questo ha dato i pali agli alunni, ugualmente suddivisi negli stessi sei gruppi, e ha chiesto a ciascun gruppo di sistemarli secondo la mappa di un altro gruppo. In questo modo gli alunni hanno scoperto che solo due delle sei mappe consentivano di collocare i pali (Foto 3).

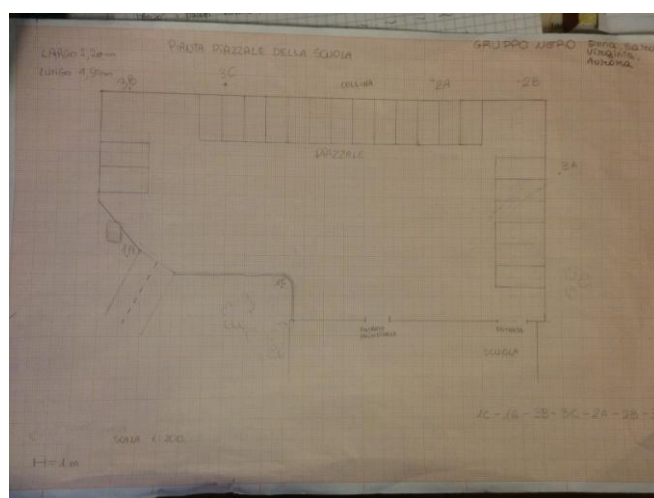


Foto 3: Una delle mappe con la ubicazione dei pali

In effetti, alcune mappe non erano state disegnate con una scala di riduzione e alter non avevano le istruzioni sulla ubicazione dei pali, perché i pali non erano stati disegnati nella mappa. (Foto 4)

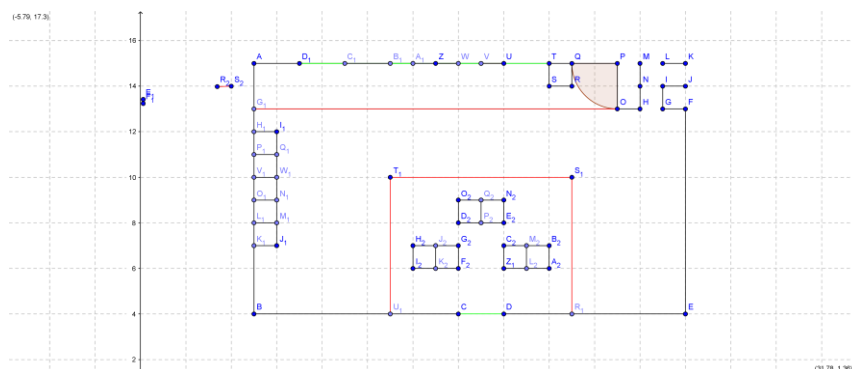


Foto 4: Una mappa GeoGebra senza i pali

Così, gli alunni hanno deciso che solo due mappe erano corrette. Alla fine, tutti hanno scritto una relazione per descrivere ciò che era stato fatto.

CONCLUSIONI

Innanzitutto dobbiamo dire che tutti gli alunni hanno partecipato all'attività proposta con entusiasmo e con grande interesse, anche se nella maggior parte dei casi i risultati non sono stati soddisfacenti, sostanzialmente perché la maggior parte delle mappe disegnate (4 su 6) non era adatte a rispondere al compito iniziale. Nonostante ciò, tutti gli alunni sono stati capaci di riconoscere i propri errori e scegliere le mappe corrette. Così, solo in pochi casi la risposta iniziale ha portato a un uso spontaneo della scala di riduzione per disegnare la mappa per completare il compito; comunque il lavoro sul campo ha mostrato agli alunni l'utilità di un tale strumento matematico. Per rispondere alla domanda iniziale, gli alunni sono stati liberi di ricercare il proprio percorso e solo in rare occasioni, specialmente parlando fra loro, sono stati indirizzati verso un qualche tipo di soluzione, come il disegnare la mappa. Comunque, anche in questo caso non è stato loro chiesto di disegnare la mappa in un determinato modo, ma sono stati liberi di farlo come volevano. Così alcuni alunni hanno utilizzato una riga, una squadra e software di geometria. Alla fine non è stato loro chiesto di fare una scala di riduzione. Così l'attività ha permesso di scoprire quelli alunni che avevano già utilizzato le proporzioni e che erano capaci di usarle correttamente prima che venissero formalizzate dall'insegnante. Ovviamente solo alcuni di loro hanno potuto farlo. Per gli altri l'attività è stata ugualmente utile perché ha mostrato loro come sia necessario questo strumento matematico, grazie a un compito basato su una situazione reale. Alla fine, per formalizzare il concetto di proporzione, sono stati scelti altri compiti autentici da svolgere da parte di questi alunni, come la preparazione di ricette.

Quarta sperimentazione

di Andreas Ulovec**** e Therese Tomiska

La sperimentazione

Informazioni generali

L'unità didattica è stata sperimentata da una insegnante di matematica con cinque anni di esperienza di insegnamento in una scuola secondaria superiore vicino a Vienna. Il gruppo di progetto austriaco ha inviato il materiale all'insegnante circa tre settimane prima dell'attività di sperimentazione programmata. L'insegnante aveva a disposizione per la sperimentazione una classe 5^a (14-15 anni di età), 6^a (15-16 anni) e 8^a (17-18 anni). Dopo un incontro con il gruppo di progetto, ha deciso di condurre la sperimentazione durante una normale lezione (50 minuti) di matematica nella classe 6^a. Hanno preso parte alla lezione otto studenti (17-18 anni), tre dei quali erano studenti immigrati; la lezione è stata video-registrata e osservata da un membro del gruppo di progetto austriaco.

Sperimentazione in aula

L'insegnante ha modificato l'unità didattica non ubicando i contenitori dei rifiuti nel cortile della scuola, ma ubicandoli nell'aula di musica durante il ballo della scuola (che è la stanza dove vengono collocate i tavoli da buffet durante il ballo) – una situazione che era di interesse per gli studenti, poiché dovranno organizzare il ballo e il buffet l'anno dopo. In tal modo l'unità didattica è stata ridotta a una lezione di 50 minuti. La lezione si è svolta nel laboratorio informatico della scuola, come suggerito nella proposta.

L'unità è iniziata con una introduzione dell'argomento dap arte dell'insegnante (5 minuti) e proseguita con una sessione di brainstorming sui pre-requisiti. Gli studenti si sono resi immediatamente conto che sarebbe stato conveniente avere una mappa dell'aula per poter provare le varie situazioni e prendere una decisione consapevole. L'insegnante aveva preparato una tale mappa su carta e ha disegnato alla lavagna un suo schema.



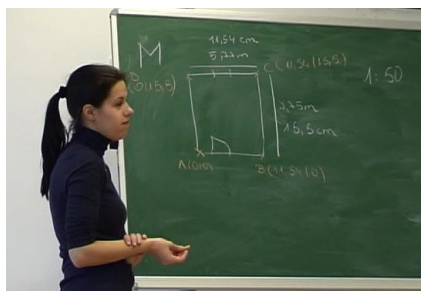
Perché questa mappa non è sufficientemente buona?

A questo ha fatto seguito una sessione in cui gli studenti hanno discusso sul fatto se

****Facoltà di Matematica - Università di Vienna, Austria.

sarebbero state necessarie maggiori informazioni su questa mappa schematica. Gli studenti si sono accorti che senza una scala sarebbe impossibile usare questa mappa per fare una progettazione, ed hanno quindi scelto una scala appropriata.

Poiché gli studenti erano già nel laboratorio informatico, è stato suggerito che sarebbe stato molto più facile avere la mappa in formato elettronico, così che sarebbe stato più facile provare diverse posizioni possibili per i bidoni. Un'altra discussione ha avuto luogo per chiarire i prerequisiti necessari per trasferire la mappa dalla lavagna allo schermo del computer. Gli studenti hanno scoperto che dovevano essere introdotte e calcolate le coordinate, utilizzando la scala delle mappe.



Introduzione delle coordinate

Dopo la costruzione di base della stanza con GeoGebra, gli studenti hanno scoperto che la dimensione della porta non era facilmente deducibile dalla mappa. Hanno quindi iniziato a misurare la larghezza della porta, usando i libri di matematica come oggetti da usare per fare la misura. Dopo avere fatto questo, il libro è stato misurato con una riga per convertire i risultati della misura in unità metriche.



Misurazione della porta

Gli studenti hanno poi continuato la discussione su dove posizionare ragionevolmente i contenitori per i rifiuti e hanno concluso che era sensato metterli vicino ai tavoli per mangiare e per il buffet. Si sono anche resi conto che dovevano rivedere la loro strategia, dalla collocazione dei (piccoli) contenitori alla collocazione dei (piuttosto grandi) tavoli.

Al termine della sessione, gli studenti hanno discusso su quali altri vincoli erano dati ora che devono decidere dove collocare i tavoli invece dei contenitori; vengono menzionati il peso, le misure più grandi, così come lo spazio minimo fra i tavoli (per consentire alle persone di passare o stare in piedi a mangiare).

Conclusioni

La sperimentazione ha mostrato che gli obiettivi fissati nella proposta sono stati sicuramente raggiunti nell'attuazione di questa unità. L'esame di situazioni della vita reale, l'uso della nozione di spazio, le misurazioni e le scale, così come la comunicazione orale a livelli differenti: tutto questo è successo!

Conclusioni dalle quattro sperimentazioni

di Charoula Stathopoulou ed Eleni Gana

Le 4 sperimentazioni in 4 differenti scuole (tre di scuola secondaria inferiore e una di scuola secondaria superiore) hanno mostrato che l'attività è stata stimolante per gli studenti, che sono stati attivamente coinvolti nel processo di insegnamento e apprendimento.

La progettazione originale dell'attività mirava a creare ricche opportunità di comunicazione fra gli studenti durante la ricerca delle soluzioni e di facilitare il contributo alla negoziazione di nozioni e tecniche matematiche da parte di alunni con background culturali e linguistici diversi, tramite le proprie risorse matematiche e comunicative.

E' stata scelta un'attività basata sul compito, perché: a) ci si aspettava che l'orientamento pragmatico dell'attività suscitasse l'interesse degli studenti, in quanto la matematica corrispondeva a un contesto di lavoro empirico che era per loro significativo; b) la formulazione del problema non forniva processi predefiniti per la sua soluzione; c) ha validato e si è basato su esperienze matematiche informali e modi di espressione che gli studenti avevano (il linguaggio quotidiano) per comprendere il parlato matematico; d) ha permesso di instaurare micro-frameworks di collaborazione e comunicazione e di undermindere relazioni tradizionali fra loro, soprattutto con rispetto a studenti linguisticamente e culturalmente differenti.

In ogni scuola vi è stata una differente formulazione del problema, in quanto le scuole avevano una differente forma dello spazio ma anche differenti situazioni da esaminare. Comunque, il campo concettuale è stato lo stesso così come i contenuti matematici in gioco.

Il fatto che non fosse un problema che richiedeva una semplice applicazione algoritmica ma, al contrario, agli studenti fosse richiesto di scegliere strategie per risolverlo, hanno mosso gli studenti all'uso di processi esplorativi e, al tempo stesso, ha incoraggiato la collaborazione fra loro.

In tutte le scuole l'attività è stata trattata come un problema che richiedeva di modellizzare e la necessità di prendere decisioni. Sono stati utilizzati software di geometria dinamica così che potessero sostenere, attraverso la matematica, la dimensione esplorativa e la comunicazione nell'aula.

Come è stato mostrato dalle sperimentazioni, gli studenti, dovendo affrontare un problema in una cornice realistica, hanno attivato meccanismi di auto-regolazione quando le loro soluzioni iniziali non erano efficaci. Inoltre, è stato chiaro che la specifica cornice ha incoraggiato soluzioni empiriche e informali e gli insegnanti, attraverso un processo di scaffolding, hanno condotto gli studenti a soluzioni matematiche formali.

Utilizzando attività basate sul compito, si sono create opportunità di inclusione di background culturali e linguistici differenti e, inoltre, di challenge dicotomie che si presentano nell'insegnamento della matematica, come:

- matematica di fuori della scuola e dell'aula,
- studenti ascoltano e studenti che fanno,
- processi cognitivi ed emotivi.

Complessivamente l'attività si è dimostrata stimolante, interessante e piena di significato per gli studenti in tutti i contesti, attivandoli per affrontare problemi realistici in modo creativo, collaborando e utilizzando conoscenze quotidiane provenienti da differenti background linguistici e culturali per consolidare concetti matematici più formali.

References

- Brousseau, G. (1983). Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie", *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., ...& Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher*, 25(4), 12-21.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99-107.
- Leaver, B. L. and Willis, J., (2004). *Task-Based Instruction In Foreign Language Education: Practices and Programs*. Washington, D.C.:Georgetown University Press.
- Puren, Ch. (2004). De l'approche par les tâches à la perspective co-actionnelle, *Cahiers de l'APLIUT* [En ligne], vol. XXIII N. 1 |, URL : <http://apliut.revues.org/3416> ; DOI : 10.4000/apliut.3416 (retrieved 15/7/2015)
- Willis, J. (1996). *A Framework for Task-Based Learning*. Harlow, U.K.: Longman.