

SØPPELDUNKER I SKOLEGÅRDEN

ved Charoula Stathopoulou* og Eleni Gana*

INTRODUKSJON

Dette opplegget ble utviklet i tilknytning til prosjektet “Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language / M³EaL». Tidlig i prosjektet ble det sendt ut en spørreundersøkelse der lærere blant annet ble spurt om hva de behøver i et flerkulturelt klasserom. Opplegget beskrevet under, er ment å være en respons på et uttrykt ønske om eksempel på undervisningsopplegg. Aktiviteten i opplegget er et eksempel på god praksis i undervisning av matematikk i flerkulturelle og /eller flerspråklige klasserom på ungdomskolenivå.



Aktiviteten er influert av forskningsrapporter om språkets rolle i undervisningen av matematikk i flerkulturelle/flerspråklige klasserom, og også av nyere litteratur om inkluderende pedagogikk i forhold til elever med ulik kulturell og språklig bakgrunn.

Aktiviteten i opplegget bygger metodologisk på en oppgavebasert tilnærming (Willis, 1996; Leaver & Willis, 2004; Puren, 2004). I aktiviteten **“å sette ut søppeldunker i skolegården vår”** ble elevene bedt om å respondere på et problem som dukket opp i skolemiljøet. Å finne et egnet sted for plassering av søppeldunker i skolegården utgjør et reelt og gjenkjennelig problem for elevene i matematikk, og det er forventet at situasjonen er meningsfull for alle elevene. Dette bør gi dem motivasjon til å

*Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

investere tid og krefter i undervisnings- og læringsprosessene. For å løse oppgaven kan man ikke stole på veldefinerte matematiske prosedyrer, i stedet legger oppgaven til rette for at elevene selv finner metoder og diskuterer matematiske begreper (som proporsjonalitet) og teknikker (f. eks. målinger). Selve opplegget legger til rette for rike muligheter for kommunikasjon mellom elevene og mellom elever og lærer med mål om å komme fram til en fornuftig løsning. Elever fra ulike kulturer og med ulik språklig bakgrunn skal kunne bidra med sine egne matematiske og diskursive ressurser og skape forbindelser mellom uformell og formell matematikk. I tillegg er det forventet at gjennom felles aktiviteter og samhandling i ulike faser av opplegget, vil det bli satt pris på at elevene bringer med seg sine ulike erfaringer og måter å jobbe på, og sannsynligvis vil det utvikle seg mer likeverdige forhold mellom elevene.

Måleteknikk og proporsjonalitetsbegrepet utgjør det matematiske hovedinnholdet i aktiviteten. Måling – en prosedyre for å bestemme et objekts/fenomens størrelse – er en viktig matematisk prosess for å kartlegge verden rundt oss, og for bedre å kunne forstå miljøet rundt oss. Proporsjonalitetsbegrepet er et annet grunnleggende matematisk begrep som dukker opp i matematikken på alle nivåer i obligatorisk utdanning. Begrepet er knyttet til ulike matematiske begreper som målestokk, formlikhet, lineær ligning osv.

Utprøving i verksteder:

Før den siste planleggingen var ferdig, og før første hovedutprøving, holdt vi tre verksteder, hvor 10 lærere på mellom- og ungdomstrinnet (norsk system) deltok sammen med en regional pedagogisk konsulent.

I det første verkstedet ble det fokusert på språk og kulturelle utfordringer i undervisningen av matematikk i flerkulturelle/flerspråklige klasserom. Resultater fra spørreundersøkelsen viste at de fleste matematikklærerne som underviste flerkulturelle/flerspråklige klasser, ikke hadde fått tilstrekkelig opplæring. Tema for det første verkstedet var hva som kunne føre til at elevenes morsmål og kulturelle erfaringer ble sett på som ressurser i klasserommet, og hva som samtidig kunne støtte opp om overgangen fra dagligspråk til mer matematisk språk. Strategier for å oppnå dette ble diskutert. I det neste verkstedet ble hovedideen og de grunnleggende fasene i det planlagte opplegget introdusert. Vi diskuterte ulike aspekter av det matematiske innholdet i forhold til læreplanen og utfordringer som kunne oppstå for elever med ulik språklig bakgrunn. I det tredje verkstedet arbeidet vi med den endelige utformingen av opplegget. Lærerne bidro med avgjørelser om de ulike fasene i gjennomføringen og estimert tidsbruk i hver fase. I tillegg kom de med innspill om hvilke reaksjoner som kunne forventes og hvilke strategier som egnet seg for gjennomføringen.

En kort beskrivelse av opplegget

♦ Begrunnelse

Oppgavebasert undervisning:

Vi valgte oppgavebasert undervisning siden elevene i en slik undervisning forventes å møte en matematisk situasjon uten at de har veldefinerte prosedyrer for løsning av oppgaven. Det er også forventet at en oppgavebasert undervisning vil skape rike muligheter for matematisk kommunikasjon, hvor språklige utfordringer vil dukke opp.

Den aktuelle aktiviteten er basert på en eksisterende pågående diskusjon mellom elever og lærere om skolens manglende policy når det gjelder effektiv gjenvinning, og hva som kan gjøres med situasjonen. Problemet er derfor et reelt problem som krever matematiske begreper og teknikker. Siden problemet er en utfordring for dem, er det forventet at alle elevene skal engasjere seg i å søke løsninger og så utvikle en passende modell.

♦ Oppgaven

Et formelt brev fra kommunen vedrørende utplassering av søppel/gjenvinningsdunker ble presentert for elevene. I brevet skrev de at det var tenkt at skolen skulle få søppel- og gjenvinningsdunker, og at elevene måtte vurdere hvor mange det var behov for, og hvor de kunne plasseres i skolegården.

♦ Elevene og skolen

Opplegget ble tilpasset for første utprøving i en 7. klasse (norsk system) i et gymnas i Volos i Hellas, som ble undervist av Ioannis Fovos. Av 22 elever totalt i klassen, var 6 elever av romanifolket. Disse seks var tospråklige og brukte romanispråket hjemme, et muntlig, ikke-skriftlig språk.

♦ Målsetting

- Å koble sammen matematiske begreper og teknikker for å utforske samfunnsspørsmål og for å argumentere i reelle situasjoner. Elevene skal få muligheter til å bruke flere løsningsstrategier. For gjennomføringen var det forventet at elevene ville ta i bruk begreper knyttet til rom, måling, formlikhet, forhold osv. I tillegg var det forventet at elevene sannsynligvis ville bruke preposisjoner som ned, opp, over osv. på ulike måter i forbindelse med lokaliseringen. Romanifolket har i følge forskning en annen måte å uttrykke lokalisering på enn det som er vanlig i majoritetsspråket. Grunnen er romanifolkets særegne kultur.
- Å lære å kommunisere verbalt, eller på andre måter, ideer og måter å løse oppgaver matematisk, i tillegg til å kunne uttrykke og diskutere resonnement både i grupper, i hele klassen og i svar til formelle kontor.
- Å være aktivt involvert i undersøkelse av ulike diskursive mønstre (sjangre, vokabular og grammatiske strukturer) i ulike sammenhenger.

Hovedutprøving

ved Charoula Stathopoulou, Eleni Gana og Giannis Fovos

Gjennomføringen av aktiviteten [(6th Gymnasium) in Volos]

Fase 1: Innledende informasjon (10 minutter)

Lærer informerte elevene om at klassen var valgt ut til å prøve ut en ny type matematisk opplegg og at hele opplegget ville bli filmet. Nesten alle elevene tok det som en utfordring, bortsett fra en elev, ei jente fra romanifolket, som gav beskjed om at hun ikke ville delta.

Fase 2.

a. Lesing av brevet (20 minutter)

Aktiviteten startet med at lærer leste opp brevet som var sendt, eller antatt sendt, fra administrasjonen. I følge dette brevet skulle elevene finne en passende plassering av søppeldunkene i skolegården og gi grunner for valget. Etter at brevet var lest, spurte lærer: *Hva tenker dere er det første trinnet mot løsning av problemet?*

b. Hvor skal dunkene plasseres? (20 minutter)

Noen elevers karakteristiske svar på spørsmålet var:

Å ta et bilde fra taket på bygningen

Å lage en plan som dette, mens de pekte på plantegningen over første etasje som var plassert like ved døra i klasserommet

Elevene ble enige om det siste forslaget og begynte å tenke på hvordan det skulle gjøres. De fant ut at de måtte måle sidene i skolegården.

Lærer spurte: *Siden målingen gir de reelle målene, hvordan skal disse kunne gjengis på papir?* Elevene svarte at de visste hvordan det skulle gjøres, selv om de ikke husket ordet 'målestokk', et ord lærer minnet dem på. Så ga lærer beskjed om at de skulle gå ut i skolegården og måle sidene, og at hver gruppe skulle lage sin egen plan. I slutten av fasen kom romanieleven, som hadde sagt hun ikke ville delta, til læreren og sa at hun ville bidra likevel. Hun fikk navnene på de andre i hennes gruppe. Det er mulig at aktivitetens pragmatiske karakter gjorde den interessant for henne, eller at hun syntes den var ansporende i seg selv.

Fase 3: Oppmåling av sidene i skolegården (30 minutter)

Hovedmålet for elevene i denne fasen var å utføre målingene, og å lage en skisse av skolegården.

Den første målingen ble utført av romanijenta nevnt ovenfor. Så foretok en elev fra hver av de andre gruppene målingene av de andre sidene. En elev fra hver gruppe var så ansvarlig for å notere ned målene. Som verktøy brukte de et odometer, et verktøy

som viste seg å være svært populært blant elevene.



Fase 4: Å lage plantegning (i klasserommet, 2 timer)

Målet for elevene i denne fasen var å finne en passende målestokk, selv om de ikke kom til å uttrykke resultatene i matematiske språk. De ble også bedt om å tegne plan over skolegården på papir.

Elevene arbeidet i grupper på fem. Tre av gruppene hadde elever fra romanifolket. Pultene i klasserommet stod slik at elevene satt gruppevis. Dette var gjort for at det skulle bli enklere å samarbeide.

Elevenes strategiproblemer og problemer med konstruksjonen

Den første strategien for å lage en plantegning var å gjøre m om til cm. Dette ble gjort uten at elevene var bevisste på at de da brukte målestokken 1:100. I noen tilfeller, da de oppdaget at A4-arket ikke var et passende format, skiftet de på forholdet mellom lengde og bredde og fikk på et vis tegnet arealplanen. Etter at de måtte innse at papiret ikke var stort nok, lagde en gruppe ganske enkelt papiret større ved å lime på et ekstra papir på det de hadde, mens de andre gruppene delte hver side på to ved å forandre målestokken til 1:200. Vi observerte at ingen kom på at de kunne dele på 3 for å finne hensiktsmessige lengder å tegne inn på papiret, men de brukte uformelle strategier som førte til en tilfredsstillende tegning av skolegården. Selv om de brukte disse strategiene, var det ingen bortsett fra en gruppe som kunne uttrykke målestokken de til slutt brukte. Det er interessant å se svarene som elevene gav når det gjaldt både prosessen og det endelige resultatet:

Elev: så, siden det ikke passet inn, så delte vi på 2.

Lærer: *bare de lange? Beholdt du de korte som de var?*

Elev: *Ja, i begynnelsen forandret vi bare de store, men så tenkte vi at vi måtte dele alle, slik at vi fikk den riktige fasongen.*

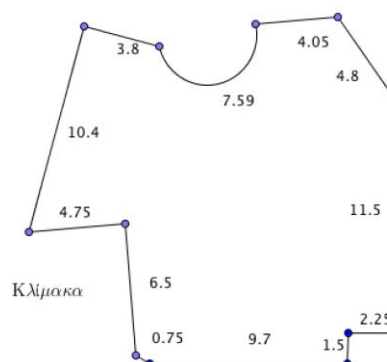
Selv om elevene ikke refererte direkte til målestokken i starten, så foreslo de den implisitt ved å si: "for at fasongen skulle bli riktig". De forstod at tegningen de skulle lage, måtte ha samme form som formen til skolegården. De forstod med andre ord begrepet formlikhet og begrepet målestokk. Det at aktiviteten er autentisk, førte til behov for en arbeidsløsning i denne spesielle konteksten.

Et tilleggsproblem som elevene møtte i arbeidet med plantegningen av skolegården, var at den endelige formen skulle bli en lukket polygonal linje. Hvis de hadde

Læreren skannet alle tegningene til gruppene og viste dem til alle elevene ved hjelp

av en projektor. Hver gruppe fikk mulighet til å presentere arbeidet sitt med fokus på vanskeligheter de hadde møtt og på strategier de hadde brukt osv. Elevene brukte den trådløse musa til å beskrive og peke på punkter som hadde skapt vanskeligheter i arbeidet. De rettet også opp eventuelle feil.

Så introduserte læreren GeoGebra på skjermen ved hjelp av projektor slik at alle elevene kunne følge prosessen og etterpå lage sine egne plantegninger. Der kunne de ved hjelp av ikoner vise hvor de hadde valgt å plassere søppeldunkene og også begrunne valget av plassering. Læreren konstruerte først tre rette linjestykker som sider i skolegården. Siden formen på skolegården ikke var noe typisk rektangel, støttest de på problemer med å lage figuren ved hjelp av en lukket polygonal linje. Behovet for å måle vinklene, dukket opp gjennom lærerens spørsmål i denne løsningsprosessen. Programvaren med dets spesielle egenskaper tydeliggjorde behovet for vinkelmålinger. I det første arbeidet med papir, blyant og konstruksjonsverktøy var dette ikke tydelig, og elevene trodde derfor at de kunne foreta vilkårlige justeringer slik at den mangekantede figuren ble en tegning av skolegården. Læreren sammen med noen få elever målte da de ikke-rette vinklene i skolegården med en stor passer slik at de så kunne konstruere plantegningen mer nøyaktig med programvaren. Til slutt konstruerte de den følgende tegningen i fellesskap ved bruk av GeoGebra.:



1 : 200

Fase 7 og 8: Svar på brevet fra kommunen (1h+1h)

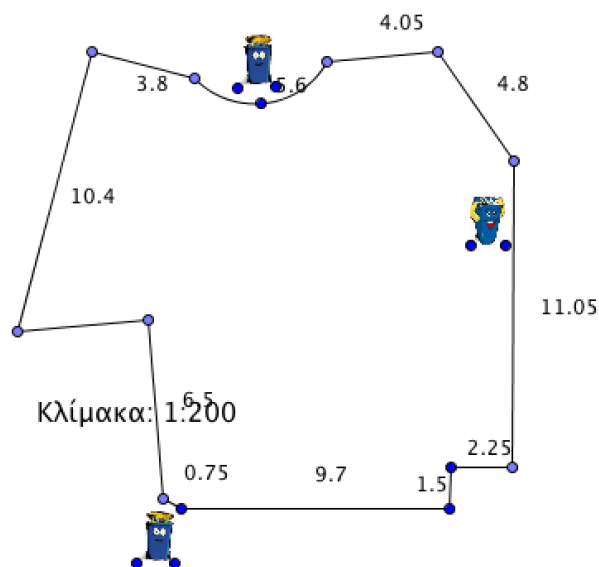
I disse to fasene ba lærer elevene å begrunne valget av steder de hadde foreslått å sette opp søppeldunker. Noen karakteristiske svar fra elevene var:

den første dunken bør settes i amfiet framfor søylen, fordi så mange barn oppholder seg der i pausen

den andre bør plasseres mellom basketballkorga og sykkelstativet fordi mange barn samles der for å holde øye med syklene sine

den tredje dunken tenkte vi kunne bli plassert framfor skolekantina slik at elevene kunne kaste søppelet sitt der etter å ha kjøpt mat

Etter en diskusjon i plenum om den beste planen, bestemte elevene seg for en tegning i målestokk 1:100, og de satte ut dunkene i henhold til denne tegningen:



Det bør bemerkes at bruken av programvaren tilførte en dynamisk funksjon til tegningen av skolegården. Dette gav elevene mulighet til å eksperimentere med plasseringen av dunkene, i tillegg tydeliggjorde dette begrensningene i de første tegningene der elevene måtte klare seg med taktile hjelpemidler.

Til slutt skrev elevene et offisielt brev til administrasjonen i kommunen. I arbeidet med brevet hadde de fått hjelp av lærer når det gjaldt tekst og bruk av det matematiske språket.

Brev til kommunen:

Τζιότσε η. Αναδηγόρε

Με αφορμή την αποστολή του βήγνυβράς σας σχετικά με την χρηματοδότηση της αγοράς κάδων απορριμμάτων και κάδων ανακύκλωσης στο σχολείο μας, σας αναφέρουμε τις ανάγκες και τις δυνατότητες του σχολείου. Σύμφωνα με αυτές προτινάμε την τοποθέτηση ~~επένδυση~~ ^{τοίχων} κάδων στα ζήσι οθρεία της αυλής:

1. πρώτος κάδος να είναι στο αμφιθέατρο μπροστά από την κορίωνα, γιατί ~~είναι τοποθετημένος~~ συγκεντρώνονται πολλή παιδιά.

2. δεύτερος κάδος να βρεθεί ~~επένδυση~~ μεταξύ μπασκέτας και ποδηλατόδρόμου, αλλι εκεί συγκεντρώνονται πολλή παιδιά για να προσέχουν τα ποδήλατά τους.

3. τρίτος κάδος να είναι μπροστά στο κυλικείο, διότι, μετά την αγορά των προϊόντων, να μπορούν να πετάνε τα απορρίμμά τους.

~~4. τέτατος και πέμπτος κάδος να είναι ανάμεσα στο μπροσέι και το κυλικείο, γιατί τα παιδιά θέλουν να πλύνουν νερό μετά το φαγητό τους.~~

Ας σας παρακαλέσουμε, όλοι οι κάδοι που θα σας στείλετε να είναι ανακύκλωσης, διότι, έχουμε ήδη αρκετούς ~~πρώτους~~ κάδους απορριμμάτων. Ας σας παρακαλέσουμε, επίσης, να πραγματοποιήσετε τις προτάσεις μας ώστε να τοποθετηθούν οι κάδοι στον χώρο της αυλής όσο πιο γρήγορα γίνεται.

Με εκτίμηση οι καθηγητές του Α'1 του 6^{ου} Γυμνασίου Βόλου.

Konklusjoner

Lærer som prøvde ut aktiviteten, og som også deltok i verkstedene på forhånd og hadde bidratt betraktelig med formuleringene i opplegget, møtte alle problemene som oppstod i gjennomføringen av opplegget med kreativitet. Elevene på sin side engasjerte seg i en oppgavebasert aktivitet der oppgaven var å løse et reelt problem i skolesammenheng som skapte forutsetninger for en empirisk tilnærming til matematikken. De ulike rammevilkårene som utviklet seg for samarbeid mellom

elevene ga muligheter for å endre det tradisjonelle forholdet som rådet mellom elevene og mellom elevene og lærer. Elevene med en annen språklig og kulturell bakgrunn (romani) var aktivt involvert i samarbeidet om de matematiske prosedyrene som gruppa gjennomførte. De brukte sine språklige erfaringer med dagligspråk for å forstå det matematiske språket, og de deltok i diskusjonene om matematiske begreper og teknikker i et miljø som var meningsfullt for dem.

Til slutt kan det sies at selv om opplegget var slik at det hadde vært mulig for elevene å bruke sitt eget morsmål, unngikk romanielevene konsekvent å bruke romanispråket. Valget deres er selvfølgelig koblet til tidligere erfaringer, og kan vanskelig endres i forbindelse med bare en aktivitet.

Andre utprøving

ved Maria Piccione**

Gjennomføring av opplegget

I opplegget er det foreslått en avbildningsaktivitet som involverer grunnleggende geometriske begreper nevnt i læreplanen. Den kan bli klassifisert som en modellering av virkeligheten og å ha funksjonen å utvikle forståelse for forholdet mellom virkelige størrelser og størrelser avbildet på et papirark. Av denne grunn representerer den et begrepsområde som støtter utviklingen av metoder og tenkning som er grunnleggende for geometrisk kompetanse.

Målet med aktiviteten er å gi elevene mulighet til å møte et reelt problem uten at det er gitt noen føringer for hvordan det skal løses; et kjennetegn på at det må konstrueres en *matematisk modell*. I løsningen av den gitte oppgaven forventer vi at elevene er i stand til identifisere og bruke matematiske begreper de allerede har lært (som begreper knyttet til rom, vinkel, lengde, form og målinger), og at de får en tilnærming til andre ennå ikke lærte begreper (målestokk, forhold).

Aktiviteten legger til rette for matematisk kommunikasjon mellom jevnaldrende, og den krever at de tar beslutninger og at de diskuterer måter å tenke på.

Beskrivelse av aktiviteten

Denne utprøvingen fant sted i “Paolo Uccello” en skole på ungdomsskolenivå (norsk system) i en forstad sørvest for Firenze. Sju elever deltok under ledelse av en veileder og matematikklæreren (Prof. A. Scialpi).

Det originale forslaget ble gjennomført med noen forandringer. Den første forskjellen dreier seg om området som skal tegnes. Målingene må være i samsvar med skolens sikkerhetsregler, og det ble bestemt at en stor korridor inne i skolen var som skapt for arbeidet. Området rundt skolen viste seg å være for bredt, og i tillegg er det delt opp i

**Department of Information Engineering and Mathematics - University of Siena, Italy

begrensede småarealer. Det matematiske begrepsområdet ble likevel ikke forandret, men modelleringsarbeidet ble litt forenklet når det gjaldt visse elementer i gjennomføringen.

Elevene ble gitt i oppgave å løse et praktisk problem som svar på en forespørsel i et brev gitt på vegne av skoleledelsen.

I tillegg oppstod andre endringer siden en her jobbet med en gruppe av elever, ikke hele klassen.

Den planlagte aktiviteten var delt inn i tre faser med oppgitt tidsbruk.

Fase 1 (1 time)

Presentasjon av oppgaven. Ved å lese det offisielle brevet, forstod elevene at de skulle samarbeide for å lage en plan for søppelsortering. For å utføre oppdraget måtte de:

- lage kart over visse bygningslokaler;
- indikere passende plasseringer for søppeldunker og bestemme antall av disse.

En pedagogisk begrunnelse for opplegget var at elevene skulle utvikle en respektfull holdning til miljøet, noe elevene allerede så ut til å være innforstått med.

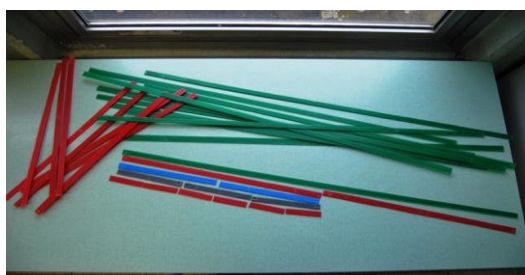
Planlegging av arbeidet. Læreren forklarte ikke ordet kart, men hun spurte den lille elevgruppa hvordan de ville organisere arbeidet ved å stille spørsmål om:

- *hva som skal gjøres*
- *hvordan oppgaven kan deles opp*
- *hva slags verktøy det er behov for*
- *hvordan dataene skal registreres*

det kan noteres at de lett fant ut at de måtte:

- **måle** veggene i korridoren ved å ta hensyn til de ulike åpningene (dører, trapper, vinduer) og hindringer (søyler og radiatorer).
- **få tak** i redskaper til målinger.

De var allerede kjent med et didaktisk materiell bestående av stenger og de tenkte spontant at de lange stengene var passende til å måle lange avstander, mens de minste, de kortere stengene kunne bli brukt til å dekke det som ikke de lange dekket, av sidene i korridoren.



I tillegg ble de enige om at de måtte:

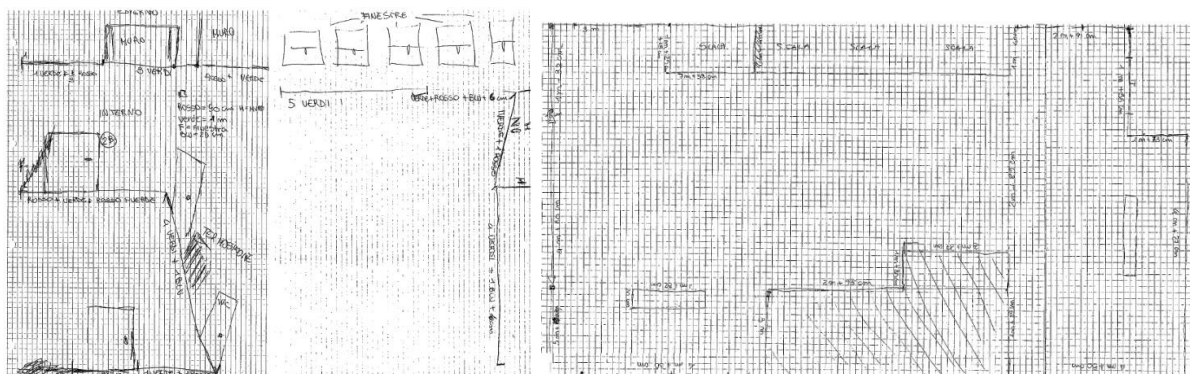
- **notere** målene på papir
- **tegne formen** på korridoren for å utvikle en modell

Vanlige ruteark ble brukt til dette formålet.

Fase 2 (2 timer to ganger).

Å ta mål. Elevene samarbeidet om den nye aktiviteten ved å plassere stenger på golvet langs veggene for å ta mål. De delte opp noen stenger for å få dem til å passe helt ut til kantene. Veilederen foreslo å dele dem i like store deler, og elevene var enige om at det ville ha gjort operasjonen enklere ved å få et fast lengdeforhold mellom delene, der utgangspunktet var hele stanga. Så begynte 3/4 av de å tegne inn resultatene på de valgte arkene uten at de gjorde noe forsøk på å velge målestokk.

Utvikling av modellen. I begynnelsen var 'kartmakerne' bare tegnere, de laget tegninger ved bare å ta hensyn til formen til enkeltdeler av korridoren. Linjestykkene fikk navn tilsvarende lengdemålene angitt i stangenheter, og de ble merket med farger. Det første forsøket på å lage en plantegning var på et svært elementært nivå med innslag av tredimensjonale komponenter.



Veilederen foreslo at elevene skulle lage et oversiktskart i stedet for tegninger av enkeltarealer. De tok da en pause hvor de analyserte og diskuterte hele strukturen. Deretter pirret hun nysgjerrigheten til elevene ved å spørre om lengden til en lang stang i forhold til standardmål. De kontrollerte og fant ut at ei stang var akkurat 1 m. Likevel ble det ikke tatt noe hensyn til noen målestokk. Forholdet mellom virkelige lengder og lengdene på tegningene var bare grovt beregnet.

Til slutt fant de ut og ble enige om at de måtte bestemme på forhånd "*hvor mange firkanter*" på rutearket 1 m skulle tilsvare. De ble bevisst på at dette var et nødvendig tiltak, og de gjorde det samme i den endelige modellen

Det var tydelig at når de snakket om firkanter, så mente de sider i kvadratet på rutearket, men det var naturlig for dem å bruke raske uttrykksmåter.

Dette viste den didaktiske verdien av å bruke aktiviteten som en tilnæringsmåte til det grunnleggende målestokkbegrepet.

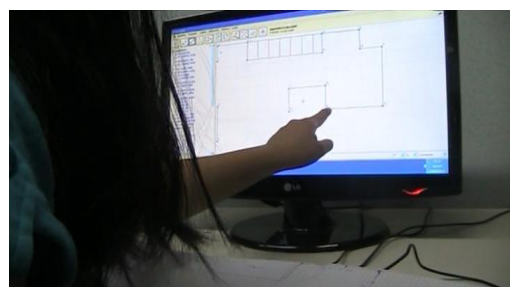
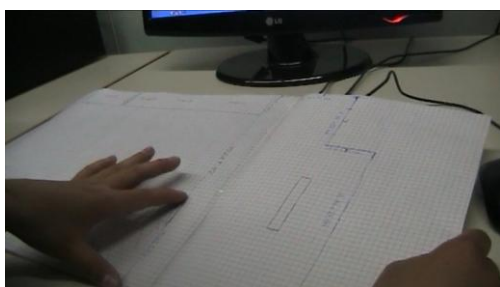
Elevene diskuterte også flere mulige plasseringer av søppeldunkene.

Fase 3 (2 timer).

Arbeid på PC- laben.. Elevene i de to klassene hadde aldri brukt dynamisk geometrisk programvare tidligere, og situasjonen satte dem inn i en ny kontekst. Lærer viste dem basisreglene for GeoGebra, og elevene brukte disse til å tegne den offisielle plantegningen.

I begynnelsen ble arbeidet ført over på en kvadratisk skjerm. Denne formen tok ikke i bruk hele potensialet i programvaren, og på samme tid så lot den det avgjørende problemet, å sette opp et forhold mellom lengdene, bli liggende åpen.

De testet så flere valg og til slutt fant de et samsvar mellom de reelle lengdene og lengdene på tegningen som ledet dem fram til et forhold. Etterpå overførte de data nøyaktig fra tegningen de hadde laget på arket, til datamaskinen.



Kommentarer

Affektivt område.

Elevene tok på seg oppdraget med stolthet (sosialt engasjement) og alvor. Da de arbeidet i korridoren, spurte nysgjerrige medelever og lærere hva det var de holdt på med. De svarte med entusiasme at de hjalp til med et skoleprosjekt som de så beskrev nøyere.

Nyhetsaspektet når det gjaldt strukturen, aktiviteten og innholdet i opplegget (forespørselen de hadde fått, plassering av dunker, og metoder for gjennomføring) førte til at elevene gikk til arbeidet med interesse, glede og utholdene oppmerksomhet.

Kognitivt område.

Opplegget la til rette for at elevene skulle bruke matematiske begrep og prosedyrer, slik at de kunne få repetert dem og få økt bevissthet om den praktiske og teoretiske betydningen av dem (måling som prosedyre, enheter, bruk av enheter, måleresultater, målestokk, forholdstall og utvikling av modeller).

Det skapte også muligheter for matematisk kommunikasjon som lot elevene:

- sammenligne/diskutere ideer
- ta avgjørelser i fellesskap
- skifte mellom vanlig språk og fagspråk

- verifisere forskjellen mellom de verbale formuleringene i de to språkformene

Vanskeligheter.

Arbeidet gav elevene muligheter til å møte vanskeligheter de ikke hadde forventet i utarbeidelsen av modellen, for det meste vansker i forbindelse med å forholde seg til en geometrisk form som ikke var noen standardform, og vansker med å velge en passende målestokk.

Dette aspektet understreket et metodisk problem. Lærer innså viktigheten av å sette opp en problemsituasjon hvor elevene selv måtte finne betingelsene og ha tid og selvstendighet til å skissere behovet for en ny begrepsmessig gjenstand

Resultater.

Intervju. I intervju med deltakerne ett år etter at opplegget var gjennomført, viste det seg at arbeidet hadde satt spor i langtidshukommelsen. Svarene de gav, viste at arbeidet fikk dem til å revurdere:

- betydningen av målinger;
- hvilken rolle valget av enheter har;
- effekten av valg av enheter.

Vi antar at den økte bevisstheten kan knyttes til bruk av uvanlige verktøy, noe som ikke var planlagt på forhånd. Den ikke-standardiserte enheten viste seg å bli et grunnleggende element i målingen. Alle kommenterte målingen med stenger som noe som hadde påvirket dem: “det jeg var mest fascinert av, var målingen med plaststenger”, en sa at de alltid hadde målt i meter og ble overrasket over å oppdage at det var mulig å bruke stenger: “jeg hadde aldri målt med fargede stenger før denne dagen”. Ei jente snakket eksplisitt om overgangen til mindre deler: “og da vi delte de for å måle opp de minste delene”.

I tillegg gir svarene en pekepinn på at konteksten læringen tok plass i, la til rette for en oppdagelse av:

- egenskaper til målinger i forbindelse med plantegningen;
- at handlinger er nødvendige for å få overført og representert de reelle måledata grafisk ved hjelp av en målestokk.

Bruken av uttrykk som “å tegne omkretsen av arealet”, å avbilde et kart av arealet”, ”å måle omkretsen til et stort areal”, viser at forholdet mellom grensen rundt en figur og det indre av figuren var klart. Det samme var tilfelle med operasjonene som måtte utføres; betydningene av begrepene eksisterer, men terminologien som blir brukt er feilaktig og uklar. Den må læres og være veldefinert. Det bør bli lagt vekt på ordene kart og relieff, for bortsett fra i ett tilfelle, var ikke disse ordene del av det spontane språket.

Det var tydelig at elevene opplevde at de hadde fått et reelt oppdrag, å føre lineær

informasjon (mål) over til et todimensjonalt rom (planet). ”Det virket vanskelig i begynnelsen, men vi behersket det fort”.

Det ble ikke referert til noen geometriske egenskaper i rommet, spesielt ble det ikke sagt noe om rette vinkler/parallelitet mellom veggene og de rektangulære søylene i hallen. Nå etterpå tenker vi at det hadde å gjøre med at vi brukte ruteark, og at det også var rutenett på skjermen da de brukte GeoGebra. Vi tror at valget av disse redskapene forenklet oppgaven slik at elevene ikke var seg bevisst hele systemet av underliggende geometriske forhold mellom de ulike elementene i tegningen. Nå etterpå tenker vi at det utvilsomt er behov for å unngå slike hjelpemidler og heller bruke blanke ark i arbeidet med å lage plantegninger.

Under disse forutsetningene, ble overføringen fra papir til pc-skjermen bare oppfattet som en repetisjon av hva de allerede hadde gjort, bare med behov for mer presisjon. Unntak var det nødvendige arbeidet med å bruke målestokk. Det virket også som om de husket og påpekte vanskelighetene de møtte da de skulle håndtere den spesielle formen på korridoren, og at bredden var så stor.

Til slutt, fra et metakognitivt synspunkt, dukket det også opp andre aspekter, hovedsakelig når det gjaldt å kontrollere eget handlingsmønster (aktiv lytting, ta hensyn til råd og forslag, være rolig, selvsikker, tålmodig, presis og være oppmerksom...).

Tredje utprøving

ved Pier Giuseppe Vilardo og Franco Favilli***

INTRODUKSJON

I denne aktiviteten er det forventet at elevene løser et praktisk problem med matematiske verktøy uten å ha en veldefinert prosedyre. Noe av det viktigste innholdet som vil bli introdusert i denne aktiviteten er proporsjonalitet, hovedsakelig gjennom en geometrisk tilnærming.

Elevene ble bedt om å løse følgende oppgave: De skulle identifisere de ulike klassenes oppsamlingsteder på utsiden av skolen; i tilfelle evakuering. Etter å ha funnet disse stedene må de gi presise skriftlige instruksjoner til driftsavdelingen som så vil plassere ut stolper for å markere de ulike møtepunktene oppgitt av elevene.

Først vil elevene individuelt få omtrent 15 minutter til å tenke over oppgaven, så vil oppgaven bli utført av 6 grupper, hver på 3-4 elever.

***CAFRE – University of Pisa, Italy

Mål

For elevene

Generelle mål

- Å koble matematiske begreper og teknikker for å løse reelle sosiale oppgaver.
- Å kommunisere ideer og matematiske metoder verbalt eller på andre måter.
- Å diskutere løsninger.
- Å være aktivt involvert i utforskning av ulike måter å kommunisere matematiske prosedyrer i ulike sammenhenger.

Spesifikke mål

- Å måle
- Å bruke semantiske strukturer for å lokalisere posisjoner i rommet.
- Å representere virkelige gjenstander ved hjelp av målestokk.
- Å bruke forhold.
- Å bruke geometrisk programvare for å tegne kart.
- Å utvikle modeller.
- Å bruke et passende matematisk språk.
- Å styrke kunnskapen om geometrisk språk.

Klasseromsaktiviteter

7. klasse; 12 timers aktivitet (i utgangspunktet var det forventet å bruke 10 timer), 22 elever.

Opplegget ble gjennomført i en 7. klasse (norsk system) av lærer som introduksjon til emnene forhold, forminskninger og forholdstall.

Elevene ble spurt om å identifisere oppsamlingsstedene til 7 av skolens 11 klasser utenfor skolens parkeringsplass der elevene skulle møte opp i tilfelle evakuering (Foto 1). Tidligere hadde en annen klasse forberedt stolpene som skulle settes opp i gresset på de angitte punktene.



Foto 1

Etter å ha identifisert områdene, måtte elevene finne ut en måte å gi driftsavdelingen forståelige og entydige instruksjoner slik at de kunne sette ut stolpene nøyaktig på de stedene elevene hadde bestemt.

Dette kravet ble framsatt muntlig av lærer.

Etter dette fikk elevene 15 minutter til individuelt å tenke gjennom oppgaven. Etterpå ble de delt inn i 6 grupper (4 med 4 elever og 2 med 3 elever i hver). Før dette hadde elevene laget planer og kart over skolen og parkeringsplassen. Disse var mer eller mindre like den faktiske situasjonen på skolen og parkeringsplassen, og elevene ble derfor hovedsakelig opptatt med å finne ut hvor møtepunktene skulle være. Dette gjorde de i utgangspunktet ut fra hvordan de visuelt husket hvordan parkeringsplassen så ut.

Så rapporterte hver gruppe hva de var kommet fram til. Presentasjonene var ordnet etter hvor langt de var kommet i planleggingen, fra de enkle til de som var mer utviklet.

Den første gruppa skrev verbale instruksjoner hvor de generelt refererte til hvor klassene burde bli plassert. Ut fra disse instruksjonene ville det være umulig for arbeiderne å finne ut hvor de skulle sette opp stolpene.

Den andre gruppa skrev også verbale instruksjoner, men de la til hvor stor avstand de mente det burde være fra en stolpe til den neste.

Den tredje gruppa skrev verbale instruksjoner, men mindre generelle enn de to første, siden de brukte eksisterende bygninger (drivhus) som referanser, og de laget enkle kart. De hadde ikke forstått hvor viktig kartet var, for det ble ikke vist før lærer spurte etter det. Til slutt etter mange spørsmål, forstod de at kartet kunne være svært nyttig i forklaringen av hvor stolpene skulle plasseres.

De neste tre gruppene hadde alle laget kart, den fjerde gruppa hadde det enkleste, mens de to andre var mer utarbeidet. Den femte gruppa tenkte at de ville måle opp parkeringsplassen, og så bruke et dataprogram som ut fra målene kunne lage et kart automatisk. De hadde funnet ut at den raskeste og enkleste måten å løse oppgaven på, var å lage et kart.

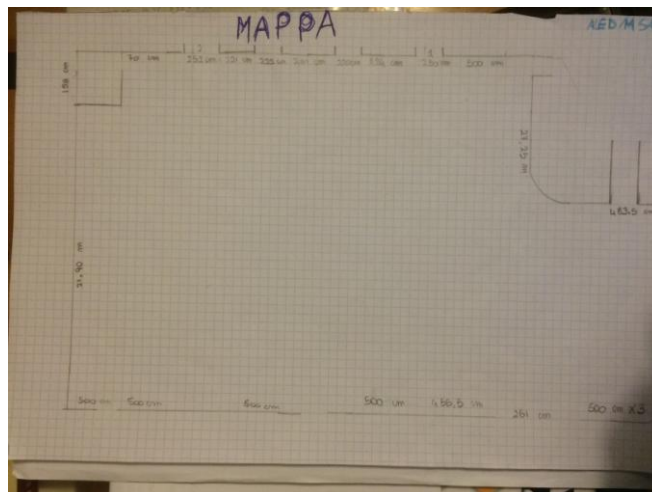
Etter at alle løsninger var vist, var alle enige om at et kart var beste løsning, men så startet en diskusjon om hvem som hadde det beste kartet. Lærer stoppet dem og spurte dem i stedet hva de måtte ha av verktøy for å lage et godt kart. Alle konkluderte med at det var nødvendig å måle opp parkeringsplassen med metermål på 10-20 meters lengde. Denne aktiviteten tok to timer.

I den neste timen utførte elevene oppmålingen. En gruppe brukte en lasermåler (de ble spurt hvordan verktøyet virket (de visste hvordan, men ikke hvorfor det virket). Etter to timer hadde alle fullført målingene.

Etter all målingen, startet de å tegne kart (de behøvde ytterligere to timer til å tegne ferdig). Ingen grupper utførte tegningen av parkeringsplassen på samme måte. Det

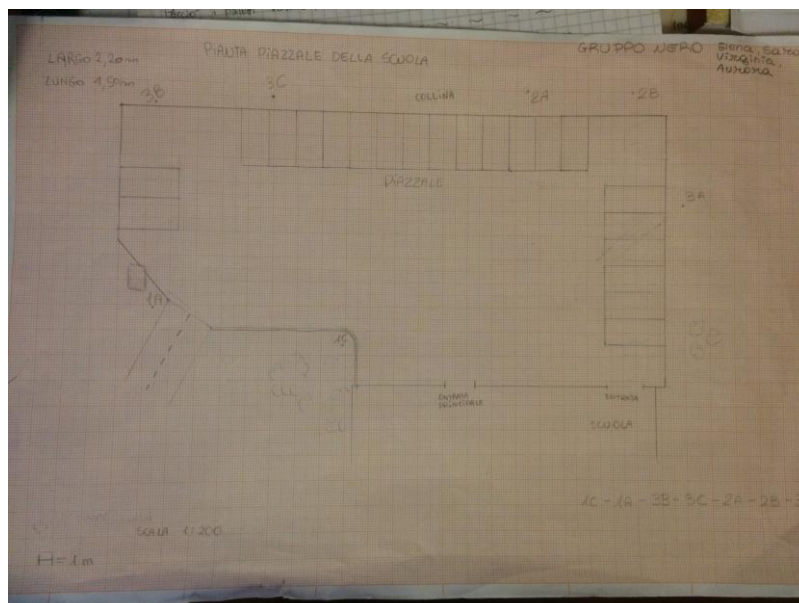
ble lagt merke til at to av gruppene fullførte tegningen hjemme på datamaskin uten at de hadde spurt lærer om det var ok. En av gruppene brukte GeoGebra, mens den andre brukte programmet 'Planner 5d' som er tilgjengelig online. Elevene hadde bestemt seg for dette allerede i starten av oppgaven. De andre gruppene tegnet på millimeterpapir. Bare to grupper brukte målestokk for forminskning

Da kartene var ferdige, viste og forklarte alle gruppene arbeidet sitt.



Ut fra forklaringene var det tydelig at 4 av 6 kart ikke var brukbare, siden det var umulig å få til en entydig plassering av stolpene (på to kart var ikke stolpene tegnet inn, bare parkeringsplassen). Under presentasjonen av arbeidene, var det liten diskusjon om hva de hadde gjort, det var også tilsynelatende bare få elever som la merke til at 4 kart ikke kunne brukes. De fleste spørsmålene viste seg å fokusere på sekundære problemer. (For å fullføre denne aktiviteten behøvde vi to timer).

På grunn av dette bestemte jeg at gruppene skulle ut på området og få verifisert om kartene var korrekte (2 timers aktivitet). Gruppene fikk stolpene og skulle bruke kartet til en annen gruppe for å plassere stolpene på riktig sted. På denne måten ble det oppdaget at bare to av 6 kart var brukbare.



Til slutt skrev alle en rapport om hva de hadde gjort.

Først av alt må det sies at alle elevene deltok med entusiasme og stor interesse i det foreslåtte opplegget, selv om resultatet for de fleste ikke var tilfredsstillende. Bare 2 av 6 kart gav opplysninger som behøvdes for å løse oppgaven, men alle elevene var i stand til å se hva de hadde gjort feil, og de var i stand til å si hvilke kart som var korrekte. Så det var klart at det bare i noen få tilfeller var slik at det innledende oppdraget førte til bruk av en reduksjonsskala når de skulle tegne kartet. Feltarbeidet derimot viste tydelig nytten av et slikt matematisk instrument. Gjennom opplegget var elevene frie til å finne sin egen vei. Bare i noen få tilfeller gjennom samtale med andre elever fikk de hint om hvordan de kunne komme seg videre. Eksempel på dette var ideen om å tegne kart, men heller ikke da ble de rettleidet til å tegne det på en spesiell måte: De kunne lage det som de selv ville. Noen av dem brukte linje og kvadrater eller geometrisk programvare. De ble ikke bedt om å bruke forhold. På den måten fikk noen få av elevene selv oppdage at de allerede jobbet med forhold, og at de brukte begrepet korrekt, før begrepet var formalisert av lærer. For de andre var aktiviteten nyttig, for de fikk oppdage hvor nyttig forholdsbegrepet er, takket være at oppgaven var basert på et reelt problem. Så for å formalisere forholdsbegrepet for disse elevene ble andre virkelighetsnære oppgaver gitt, som den der de skulle forberede instruksjoner for de som skulle sette opp stolpene.

Fjerde utprøving

ved Andreas Ulovec**** og Therese Tomiska

Generell informasjon

Opplegget ble prøvd ut av en kvinnelig matematikklærer med fem års undervisningserfaring fra en skole nær Wien. Den østerrikske prosjektgruppa sendte materiellet til lærer om lag tre uker før det skulle brukes. Lærer hadde en 5. klasse (14-15 år; norsk system 9. klasse)¹, en 6. klasse (15-16 år) og en 8. klasse (17-18 år), der hun kunne kjøre opplegget. Hun valgte å bruke det i 6. klassen (10. klasse i norsk system) i en vanlig matematikktime (50 minutter). Åtte elever i alderen 17-18 år deltok også i klassen, av dem var 3 innvandrererelever. Timen ble tatt opp på video og observert av et medlem fra den østerrikske prosjektgruppa.

I klasserommet

Lærer forandret på opplegget ved at søppelbøttene skulle bli plassert i musikkrommet under et skoleball i stedet for i skolegården. (Buffeen var plassert i musikkrommet under ballet.) Det var antatt at dette ville interessere elevene, siden de skulle ha ansvar for å organisere ballet og buffeen det neste året. I tillegg ble opplegget redusert til å være en skoletime (50 min). Timen ble holdt i PC-laben slik som det var foreslått fra starten.

Lærer startet med å introdusere emnet (5 min.) og fortsatte med en økt med brainstorming om hva som behøves for å løse oppgaven. Elevene kom raskt til at det ville være praktisk med et kart over klasserommet for å se på ulike muligheter for plasseringer, og for å kunne ta et valg bygd på tilgjengelig informasjon. Lærer hadde forberedt et slikt kart og hun skisserte det på tavla.



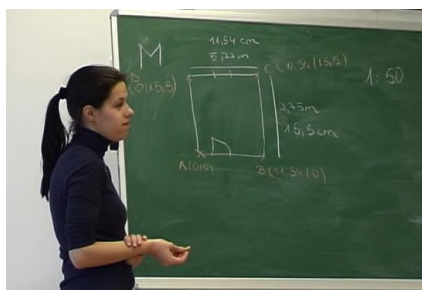
Hvorfor er ikke dette kartet godt nok?

Dette ble så fulgt av en økt hvor elevene diskuterte om det var nødvendig med mer informasjon på denne tegningen eller ikke. Elevene fant så ut at det var umulig å bruke tegningen i planleggingen uten at en målestokk var oppgitt, og de fant en passende målestokk.

****Faculty of Mathematics - University of Vienna, Austria.

¹ I Østerrike er de fire første årene folkeskole. Så kommer 8 år for de som skal forberede seg for studier. Derfor hadde denne læreren en 5., en 6. og en 8. klasse etter østerriksk system.

Siden elevene allerede var på PC-laben, ble det foreslått at det ville være mye enklere å ha et elektronisk kart/tegning siden det da ville være enklere å prøve ut ulike plasseringer av søppeldunkene. En annen diskusjon dreide seg om hvordan man skulle overføre kartet fra tavla til dataskjermen. Elevene konkluderte med at det var nødvendig å innføre koordinater og så gjøre beregninger basert på målestokken til kartet.



Innføring av koordinater

Etter at de hadde konstruert en grunnleggende tegning av rommet i programmet GeoGebra, fant elevene ut at størrelsen på døra ikke gav seg selv ut fra tegningen. De målte så bredden på døra ved hjelp av lærebøkene i matematikk. Etterpå målte de selve læreboka med en linjal for å gjøre målene om til metriske enheter.



Måling av døra

Elevene fortsatte så diskusjonen, denne gangen om hvordan de skulle plassere søppeldunkene. De konkluderte med at det ville være lurt å ha dem i nærheten av der de skulle spise, og hvor buffeen var plassert. De fant så ut at de måtte tenke nytt, fokus gikk fra plassering av (små) søppeldunker, til hvor de skulle plassere (de store) bordene hvor buffeen skulle være.

Til slutt i timen diskuterte de hva slags andre hindringer de kunne møte i utplasseringen av bordene i stedet for søppeldunkene, så som vekt, behov for plass, og minimum rom mellom bordene. Det ble nevnt at folk skulle kunne passere eller kunne stå og spise.

Konklusjoner

Gjennomføringen av opplegget viste tydelig at målene som var satt for undervisningsenheten ble innfridd. Utforskningen av en reell situasjon, førte til at rombegrepet ble brukt, målinger ble foretatt og det ble bruk for målestokk. I tillegg ble det kommunisert på ulike nivåer i gjennomføringen.

Konklusjoner etter fire utprøvnings

ved Charoula Stathopoulou og Eleni Gana

De fire utprøvningsene av opplegget i fire ulike skoler, på ulike trinn, viste at aktiviteten var utfordrende elevene, og at de var aktive i læringsprosessen.

Det originale opplegget hadde som mål å skape rike muligheter for kommunikasjon mellom elevene gjennom arbeidet for å få til løsninger. I tillegg var det et mål å legge til rette for at elever med ulik kulturell og språklig bakgrunn kunne bidra med sine egne matematiske og diskursive ressurser i samtale om matematiske begreper og teknikker.

En oppgavebasert aktivitet ble valgt siden:

- a) Den pragmatiske karakteren til aktiviteten var forventet å skape interesse hos elevene siden matematikken var relatert til en meningsfull kontekst.
- b) Formuleringen av problemet gjorde at elevene ikke hadde noen ferdig algoritme for løsning av problemet
- c) Det bekreftet og bygde på uformelle matematiske erfaringer og måter å uttrykke disse på (dagligtale) for å forstå matematisk språk.
- d) La til rette for ulike måter elevene kunne samarbeide og kommunisere på. Det kunne også løse opp tradisjonelle relasjoner mellom elevene, som hovedsakelig var basert på forskjeller mellom elevene på det språklige og kulturelle området.
- e) Hver skole formulerte problemet som skulle løses, på sin egen måte. Grunnen for dette var at skolene hadde ulike lokaliteter, og at det var ulikt fokus i de ulike klassene. Det begrepsmessige området var likevel det samme, og også det matematiske innholdet.

Det at det ikke ble presentert et problem som krevde en enkel algoritmisk løsning, men at elevene tvert imot ble bedt om å velge strategi selv, satte elevene i en situasjon der utforskning var naturlig, og der det ble behov for samarbeid mellom elevene.

I alle skolene ble opplegget behandlet som et problem som krevde modellering og behov for avgjørelser. Dynamisk, geometrisk programvare ble brukt til å styrke dimensjonen av utforskning og også til å styrke kommunikasjonen i klasserommet gjennom matematikken.

Som vist i utprøvningsen måtte elevene som fikk et reelt problem presentert, selv prøve å finne nye løsninger når deres originale løsninger var ineffektive. I tillegg var det tydelig at den spesielle konteksten oppmuntret til empiriske og uformelle løsninger, og det var så lærers oppgave å lede elevene fram til formelt matematiske løsninger.

Ved å utnytte de oppgavebaserte aktivitetene i opplegget, ble muligheter skapt for at

elever med ulik kulturell og språklig bakgrunn kunne bli inkludert, og dessuten utfordret det vanlige dikotomier i matematikkundervisningen, som for eksempel:

- Matematikk i klasserommet og utenfor klasserommet
- Elever som lytter og elever som utfører oppgaver
- Kognitive og følelsesmessige aspekter

Alt i alt viste opplegget seg å være utfordrende, interessant og meningsfylt for elevene i alle de ulike kontekstene. Elevene ble motivert til å løse de realistiske oppgavene på en kreativ måte, samtidig som de samarbeidet og utnyttet sine egne dagligspråk til å befestе mer formelle matematiske begreper.

References

- Brousseau, G. (1983) : Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie", *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble (1982-1983)
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., ...& Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher*, 25(4), 12-21.
- Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42(2), 99-107.
- Leaver, B. L. and Willis, J., (2004). *Task-Based Instruction In Foreign Language Education: Practices and Programs*. Washington, D.C.: Georgetown University Press.
- Puren, Ch. (2004). De l'approche par les tâches à la perspective co-actionnelle, Cahiers de l'APLIUT [En ligne], vol. XXIII N. 1 |, URL : <http://apliut.revues.org/3416> ; DOI : 10.4000/apliut.3416 (retrieved 15/7/2015)
- Willis, J. (1996). *A Framework for Task-Based Learning*. Harlow, U.K.: Longman.