

# MAITRISE DES MATHÉMATIQUES, DES LANGUES DOMINANTES ET DES LANGUES DES MINORITÉS

par Franco Favilli\*

## INTRODUCTION

Peu de chose a été fait en Europe, s'agissant de l'enseignement des mathématiques dans des contextes multiculturels. Les différentes langues qui peuvent être présentes dans la classe rendent le processus d'enseignement/d'apprentissage encore plus ardu qu'il ne l'est déjà, surtout pour les élèves avec des cultures de minorités et/ou avec un arrière-plan migrant ou pour des élèves Gipsy.

Une séquence d'enseignement est décrite ci-dessous. Son objectif est de fournir aux professeurs un outil pour aider leurs élèves à surmonter la barrière de l'apprentissage représentée par le contraste entre la simplicité du langage de la classe et la complexité du langage des mathématiques. En fait, les professeurs ne doivent pas perdre de vue que le langage utilisé en classe est un facteur de complexité supplémentaire pour les élèves issus de cultures de minorités avec une langue natale différente.

Les professeurs de mathématiques de collège et d'école primaire dans des régions socio-culturelles variées constituent le principal groupe cible, tandis que le groupe cible secondaire consiste en élèves issus de minorités culturelles et/ ou de groupes défavorisés.

### Les objectifs pédagogiques

Les objectifs pédagogiques de la séquence d'enseignement peuvent se répartir à peu près entre objectifs généraux et objectifs mathématiques.

Parmi les *objectifs généraux* on peut considérer ce qui suit:

---

\* CAFRE – University of Pisa, Italy

- connaissance des valeurs positives de cultures différentes des nôtres;
- création de conditions favorables à un dialogue interculturel dans la classe, et d'un cadre éducatif ouvert avec l'utilisation de différents langages et d'outils pédagogiques;
- développement de la connaissance et d'attitudes critiques envers l'utilisation du langage et de son interprétation;
- connaissance du rôle joué par l'utilisation d'un langage ambigu et spécifique dans une matière à enseigner;
- capacité à exprimer la raison des choix faits et utilisés durant l'activité;
- reconnaissance du besoin de réfléchir sur les textes et du rôle joué par les mots;
- accroissement de la capacité des élèves à comprendre et transformer des textes;
- compréhension plus approfondie par les élèves étrangers d'un texte écrit;
- respect des élèves des différents moments de travail de leurs camarades;
- encourager les liens sociaux dans le travail d'équipe;
- développement de l'autonomie des élèves.

Parmi les *objectifs mathématiques* on peut considérer ce qui suit:

- accroissement des capacités des élèves à comprendre et développer le discours mathématique;
- amélioration de la capacité à lire et comprendre des manuels de mathématiques et des énoncés de problèmes;
- usage amélioré du langage mathématique;
- consolidation de la connaissance du lexique mathématique;
- développement de la capacité à trouver un bon équilibre entre le langage courant et le langage mathématique;
- identification des connaissances préalables et du comportement à l'égard des mathématiques par les élèves étrangers.

La séquence d'enseignement devrait mener les professeurs à identifier et à réfléchir sur les *besoins potentiels des élèves*, tels que:

- difficulté à utiliser correctement le langage mathématique: incertitudes, doutes et erreurs à comprendre des textes écrits, expriment le besoin de favoriser le processus de communication, en enseignant, pour aider les élèves à s'exprimer par eux-mêmes clairement et précisément;
- la nécessité d'utiliser la compétence linguistique appropriée puisque son utilisation représente un pas fondamental vers la construction du savoir malgré l'effet chronophage;
- la nécessité de développer des activités comme celle-ci, car elles donnent des informations sur les connaissances des élèves, leur niveau de conceptualisation, leurs lacunes potentielles, et idées fausses. Ces informations sont fondamentales pour pouvoir intervenir dans la classe avec des approches pédagogiques appropriées et bien planifiées.

## Activités

La séquence d'enseignement comporte cinq activités principales. Toutes les activités devraient être réalisées en petits groupes, chaque groupe comprenant au moins un élève d'une minorité.

- **Analyse d'un manuel** (*lecture et écriture*)

On demande aux élèves de lire un chapitre de leur manuel et ensuite de chercher et de faire une liste de mots et de verbes "difficiles" dans la langue véhiculaire, de discuter de leur signification et de les traduire dans les langues étrangères parlées dans la classe, et ainsi produire *un mini dictionnaire*.

On demande ensuite aux élèves de chercher et de faire une liste de mots et de verbes qui sont pertinents pour le langage mathématique, de les comparer avec les mêmes mots et verbes du langage courant, d'en discuter et d'écrire leurs potentielles significations différentes et de traduire ces mots et ces verbes dans des langues étrangères parlées dans la classe, produisant ainsi un glossaire de mathématiques et un dictionnaire de mathématiques.

On demande à tous les groupes de réécrire les pages analysées du manuel dans la langue véhiculaire et on demande aux élèves des minorités de traduire les phrases les plus significatives dans leurs langues maternelles.

- **Analyse d'un "énoncé de problème" extrait d'un test standard d'évaluation nationale** (*lecture et écriture*)

Le professeur choisit un "énoncé de problème" extrait d'une évaluation nationale standard qui est significative par rapport au langage utilisé. On donne ensuite aux élèves les mêmes tâches comme dans la première activité.

- **Langage courant et langage mathématique**

On demande aux élèves d'identifier les potentiels conflits engendrés par des significations différentes de mots et de verbes communs à la fois au langage courant et au langage mathématique et d'écrire les deux significations distinctes dans le langage de leur langue maternelle.

- **Écriture d'un "énoncé de problème"**

On demande aux élèves, travaillant toujours en groupes, d'écrire un énoncé de problème dans la langue véhiculaire. Les problèmes sont présentés à toute la classe pour une discussion sur la clarté linguistique et sur les notions mathématiques requises. On porte une plus grande attention aux élèves issus d'une minorité.

- **"Écriture d'un manuel"**

On demande aux élèves, travaillant toujours en groupes, d'écrire dans la langue véhiculaire une "page d'un manuel" sur un thème mathématique choisi par le professeur. Les pages "sont présentées à toute la classe" pour une discussion sur leur clarté linguistique et sur les notions mathématiques concernées. On porte une plus grande attention aux élèves issus d'une minorité.

## Main piloting

Francesca Colzi, Stefania Massai et Franco Favilli

### Informations générales

*Etablissement scolaire:* Istituto Comprensivo “Don Lorenzo Milani” – Viareggio (Province de Lucca)

*Niveau scolaire:* collège

*Nombre de professeurs:* 2

*Nombre de classes:* 6 (année scolaire 2013/2014: deux classes de 5ème et deux classes de 4ème – année scolaire 2014/2015: deux classes de 5ème)

*Age des élèves:* 11 à 16.

*Nombre d'élèves:* 63

*Origine des élèves étrangers:* Albanie, Géorgie, Inde, Maroc, Roumanie, Russie.

*Nombre de professeurs dans la classe durant le pilotage:* 1 ou 2 (le professeur de la matière et le professeur en soutien pour des besoins particuliers des élèves).

### Tâches pour les élèves

Pour encourager une lecture critique du texte, les professeurs peuvent poser des questions comme celles qui suivent:

- *Avez-vous trouvé difficile de comprendre la signification de certains mots?*
- *Qu'avez-vous trouvé le plus difficile: les mots du langage commun ou ceux du langage mathématique?*
- *Avez-vous compris la signification globale du texte?*
- *Dans le texte avez-vous trouvé un lien quelconque avec votre expérience?*
- *Le texte vous a-t-il fait penser à quelque chose de significatif?*
- *L'utilisation du dictionnaire italien vous a-t-elle aidé?*
- *L'utilisation du traducteur vous a-t-elle aidé?*
- *Quels sont les avantages/ les inconvénients de l'utilisation d'un dictionnaire?*
- *Quels sont les avantages/ les inconvénients de l'utilisation d'un traducteur?*
- *Connaissez-vous déjà dans votre langue natale la signification des mots que vous cherchiez dans le traducteur?*
- *Le texte écrit par vos camarades vous a-t-il rendu plus facile la compréhension?*
- *Comment avez-vous choisi les mots, quand vous avez réécrit le texte?*
- *Qu'est ce qui était difficile dans la réécriture du texte?*
- *Avez-vous trouvé des mots ou des phrases avec une signification ambiguë ou confuse?*
- *L'utilisation d'images vous a-t-elle facilité la tâche?*
- *Etait-ce plus difficile de réécrire le texte extrait du manuel ou de s'attaquer au problème?*
- *Comment pourrait-on rendre le texte plus attractif et familier?*
- *Etait-ce difficile d'écrire le test de contrôle pour vos camarades?*
- *Avez-vous pu effectuer le test de contrôle préparé par vos camarades?*

## Le pilotage

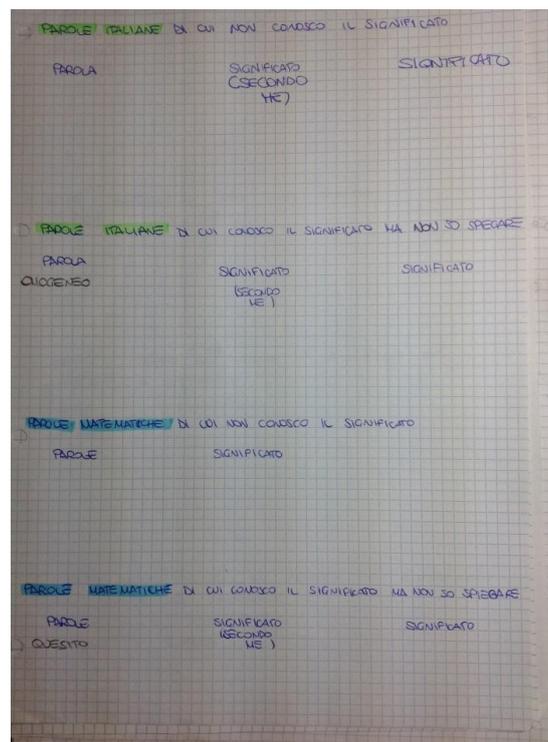
### Activité 1 (année scolaire 2013/2014 – classe de 4ème – 2 heures)

Le thème mathématique choisi – probabilité – n’est pas encore introduit.

La tâche des élèves consiste à lire les pages de leur manuel sur le thème et à faire des listes de mots:

- dont ils ne connaissent pas le sens en italien;
- dont ils ne connaissent pas le sens dans le contexte mathématique;
- dont ils connaissent – mais pas clairement – le sens en italien;
- dont ils connaissent – mais pas clairement – le sens mathématique.

Après la lecture, les élèves cherchent le sens en italien des mots peu clairs.



### Activité 2 (année scolaire 2013/2014 – classe de 5ème – 3heures: 2 heures en petits groupes d’élèves; 1 heure en classe entière)

Un groupe “expert” de 5/6 élèves lit un sujet sur le “cercle” dans leur manuel. On demande au groupe, intentionnellement sans élèves étrangers, d’écrire un nouveau texte sur le même sujet qui soit clair pour tous leurs camarades. Le groupe doit aussi préparer un test pour contrôler la compréhension du sujet par leurs camarades.

### Activity 3 (année scolaire 2014/2015 – classe de 5ème – 2 heures)

L’activité se reporte à la séquence d’enseignement du projet LOSTT-IN-MATH<sup>1</sup> “Geometrical puzzles” (puzzles géométriques). Dans “Geometrical puzzles” on demande aux élèves de travailler par paires, l’un donne les instructions à son

---

<sup>1</sup> <http://losstt-in-math.dm.unipi.it/>

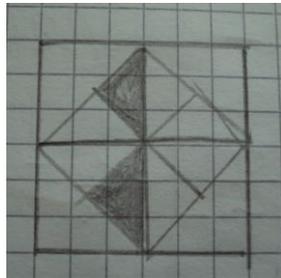
camarade qui en conséquence doit dessiner la figure géométrique que “l’instructeur” a choisie sans lui avoir révélé le nom de la figure.

Contrairement à “Geometrical puzzles”,

- les élèves ne travaillent pas par paires, un élève donne au reste de la classe les instructions pour dessiner-pas à pas, instruction par instruction- la figure que lui/elle seul(e) connaît.
- On demande aux élèves de dessiner une combinaison de figures géométriques et ils peuvent inclure le nom de figures géométriques “incomplètes” dans les instructions données par “l’instructeur”.

A la fin des instructions, on compare les figures réalisées et les instructions données sont analysées et débattues pour comprendre les raisons possibles des dessins faux: instruction ambiguë ou incompréhension de sa signification?

Ci- dessous la figure géométrique à dessiner:



Les instructions suivantes sont données par “l’instructeur”:

- *Dessinez un carré!*
- *Séparez le carré en deux moitiés au moyen d’une ligne verticale!*
- *Tracez un segment horizontal qui part du milieu et arrive au milieu des côtés verticaux en passant par le centre!*
- *Reliez tous les points que vous avez atteints enobtenant ainsi un losange!*
- *Séparez en deux moitiés tous les petits triangles obtenus dans le losange!*
- *Peignez la partie en haut à gauche et celle en bas à gauche du losange!*

Une activité semblable à la précédente a été mise en œuvre dans une autre classe de 5<sup>ème</sup> du même établissement. Dans cette classe les élèves sont confrontés à une telle activité pour la première fois et le professeur décide de choisir de décrire une figure élémentaire: le losange.

La tâche de l’ “instructeur” est de donner seulement “ des instructions minimales” (par exemple: *tracez un segment, faites un point ...*) sans plus d’explications pour ses camarades.

Voici les instructions données par l’“instructeur”:

- *Il y a une ligne, oui, ....un segment.*
- *Avec ce segment dessinez un angle aigu, ..., vers le haut.*
- *Ensuite tracez un autre segment pour obtenir un angle obtus.*
- *Ensuite, joint à cela, un autre segment pour obtenir un angle aigu,*

- *Ensuite, encore joint, un autre segment pour obtenir un angle obtus qui est égal au premier.*

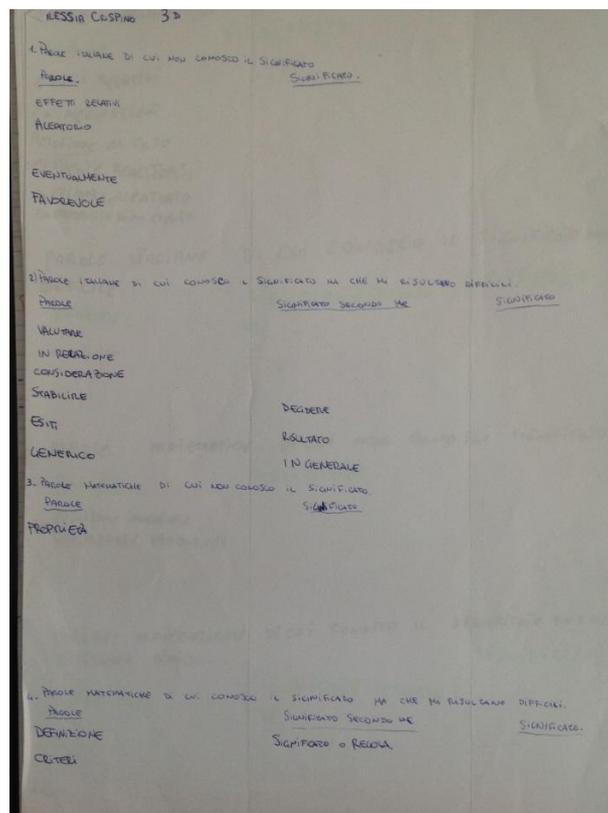
Durant les différentes étapes, les camarades ont tenté de corriger l'instructeur, essayant d'ajuster et de corriger ses instructions.



## Analyse a posteriori

### Activité 1

La tâche est claire pour tous les élèves, mais parfois ils ont du mal à faire la distinction entre les mots italiens et les termes mathématiques. En fait, aucun d'eux n'analyse le texte, de telle sorte qu'ils mettent dans la liste des mots inconnus même les mots de vocabulaire qui n'affectent pas globalement le sens du texte. Peut-être sont-ils trompés par la tâche qui demande de lire le texte et d'identifier les mots inconnus.



Disposer du dictionnaire italien se révèle utile quand il est utilisé pour quelques mots; quand le nombre de mots à chercher augmente, la lecture du texte devient beaucoup plus dure. De plus, on sait que les dictionnaires (à la fois sur papier et sur le net) s'adressent principalement à des utilisateurs adultes et peu importe comment.

L'explication lexicale est souvent difficile pour de jeunes élèves qui par conséquent ont besoin de la médiation du professeur.

Le même argument peut être fourni pour l'utilisation en ligne d'un dictionnaire ou d'un traducteur, qui semblent être utiles quand on ne recherche qu'un mot, mais non efficaces pour des phrases entières. La traduction dans la langue maternelle des élèves est utile dans le cas de mots tirés du langage courant, mais ce n'est pas toujours pareil quand les mots sont tirés du langage mathématique et que leurs significations sont inconnues dans la langue d'origine. Dans l'ensemble, le texte proposé sur la probabilité ne se révèle pas facilement compréhensible et ne permet pas aux élèves de construire des concepts stables.

### Activité 2

En réécrivant le texte, les élèves s'éloignent juste un peu du texte original, surtout en faisant un résumé. A la fin de l'activité, le groupe "expert" dit que la tâche était difficile à cause du peu de temps disponible, car ils ont dû consacrer beaucoup de temps à remettre en ordre le texte qui, selon eux, était confus.

On note que, dans la réécriture, les figures mathématiques ne sont pas jugées importantes, et par conséquent, ne sont pas extraites du manuel, bien que ce soit un texte de géométrie.

Les élèves ont mis des figures seulement à la fin du texte qu'ils ont écrit, en faisant des liens vers elles, comme si l'image parsemée dans le texte rendait sa lecture plus difficile.

Le texte réécrit est compréhensible, mais dans certains cas une explication orale par le groupe des "élèves experts" est nécessaire.

Le groupe a eu des problèmes lors de la préparation du test de contrôle, car les élèves trouvaient difficile d'évaluer leurs pairs et de concevoir le test. Un des deux groupes a préféré ne pas écrire de test de contrôle, pendant que l'autre connaissait un peu de résistance des pairs qui n'acceptaient pas d'être contrôlés par les pairs dans le "groupe expert".

### Activité 3

L'activité a suscité la prise en compte des compétences et l'attention à la fois des élèves qui devaient dessiner et de celui qui donnait les instructions. Elle a aussi souligné la difficulté des élèves à utiliser le langage spécifique. Cependant, on n'a pas observé des difficultés particulières chez les élèves étrangers (tous des immigrants de la seconde génération).

Pour ce qui concerne à la fois l'instructeur et le reste de la classe, cette première expérience a signalé très clairement, les ambiguïtés qui peuvent être engendrées par des instructions imprécises. Il était vraiment difficile pour "l'instructeur" de trouver un ordre logique en donnant les instructions pour dessiner la figure désirée. La difficulté à utiliser un répertoire linguistique sans ambiguïté et plus rigoureux a produit des ralentissements et des ajustements continus.

A la fin, les figures réalisées par les élèves étaient très différentes et éloignées du résultat attendu. Cela a provoqué un débat de l'ensemble de la classe basé sur les questions suivantes: "comment expliquez-vous qu'aucun de vous n'a dessiné la même figure?"; "Pourquoi la figure que l'instructeur voulait que vous dessiniez, ne l'a été que dans un nombre très limité de cas?"

Les élèves ont tout à fait sciemment identifié la cause de leur échec à la fois par la faible maîtrise de la langue et par la faiblesse de la suite des commandes de l'instructeur pour dessiner la figure.

Les élèves étrangers n'ont pas ressenti de difficultés particulières pendant le déroulement de l'activité, même ceux qui parlent une autre langue que l'italien à la maison, car ils sont tous allés à l'école primaire en Italie et par conséquent ont déjà approché l'étude des mathématiques dans ce pays depuis le tout début de leur scolarité.

Pendant l'activité le rôle du professeur a été celui d'un facilitateur qui limite au maximum sa parole dans la discussion et suscite les idées de manière aussi indépendante que possible dans la classe.

## Deuxième pilotage

par Marie-Hélène. Le Yaouanq\*\* et Brigitte Marin\*\*

### CONTEXTE DE FORMATION

Dans le domaine de l'écrit, un objectif fixé par le programme français de collège en mathématiques est "d'entraîner les élèves à mieux lire et mieux comprendre un texte mathématique, et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive". La géométrie est a priori un domaine favorable à des travaux de différents niveaux que ce soit celui de l'énonciation, celui de l'appréhension de textes articulés ou celui de l'argumentation et de la validation. Les documents officiels insistent sur le fait de bien distinguer le temps de la recherche et du raisonnement, de celui de la mise en forme et de la rédaction de ce raisonnement, de ne pas imposer de cadre formel ou de modèle de rédaction trop tôt: "La liberté d'écrire est l'un des moteurs essentiels de l'apprentissage à l'écriture. Ceci vaut bien sûr pour la démonstration" (Document ressource "Raisonnement et démonstration pour le collège"<sup>2</sup>).

Dans le cadre de l'évaluation des élèves par compétences, il est clairement demandé de distinguer ces deux éléments et des exemples sont proposés aux stagiaires et discutés avec eux..

---

\*\* ESPE - Université UPEC, Créteil, France.

<sup>2</sup>Titre du document officiel

[media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc\\_acc\\_clg\\_raisonnement&demonstration\\_109177.pdf](http://media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf)

Plusieurs séances de formation des stagiaires sont consacrées chaque année à la géométrie au collège car c'est un domaine important du programme et les difficultés des élèves, et des enseignants, sont nombreuses quant à l'introduction d'une géométrie déductive et la mise en forme des raisonnements. La formation s'appuie sur différents cadres théoriques, notamment les différents paradigmes en géométrie (Houdement et Kuzniak), les changements de registres de représentation (Duval), la dialectique outil-objet (Douady).

### **Construction de la séquence**

Le programme de collège lui-même propose des pistes de travail très précises:

- "il convient, en particulier, d'être attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot".
- un "moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du "faire" au "faire faire". C'est, lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire, pour la faire reproduire, une figure un peu complexe) ou lorsqu'il utilise un ordinateur pour un traitement voulu, que l'obligation de précision lui apparaît comme une nécessité."

Une première séance sera consacrée à faire prendre conscience aux élèves de la polysémie de certains termes mathématiques.

La suite de la séquence s'appuiera sur ce que l'on appelle des "figures téléphonées" (un émetteur dicte des instructions à un récepteur afin de lui faire tracer une figure donnée) ainsi que sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie. Différentes expérimentations ont montré que les élèves arrivaient à communiquer de façon efficace dans *leur* langage, en produisant des textes qui ne sont satisfaisants ni sur le plan mathématique ni du point de vue de la langue, mais qui permettent au récepteur de produire la figure attendue. La réalisation de la figure attendue valide implicitement le texte de l'émetteur. Ceci peut remettre en cause l'intérêt de ce travail comme travail isolé ayant pour objectif unique de travailler la précision du langage. Cependant, beaucoup d'autres compétences sont en jeu dans ce type d'activité: analyser une figure, distinguer la description d'une figure de sa définition et de ses propriétés caractéristiques, être capable de changer de registres de représentation, de décomposer le discours en instructions élémentaires, de façon articulée et ordonnée.

Le choix est donc fait de mettre en œuvre une telle séquence sur les "figures téléphonées" mais en ayant le souci de permettre aux élèves d'améliorer progressivement leurs textes. Trois séances ont été ainsi déterminées:

- une séance consacrée à la production et à la réception de figures téléphonées. La confrontation de la figure obtenue et de la figure initiale devrait engendrer une analyse des problèmes éventuellement rencontrés comme des informations manquantes, ou données dans un ordre inadapté. L'absence de précision du langage ne sera sans doute pas un frein systématique à la réalisation de la figure.

- une séance destinée à réaliser les figures avec un logiciel de géométrie. Le processus algorithmique nécessite une liste d'instructions élémentaires, préparée par le travail de la séance précédente, et peut permettre de révéler des défauts éventuels, des implicites, dans le texte produit qui n'auraient pas été repérés lors de la réalisation manuelle de la figure. Le caractère dynamique du logiciel permet également de bien mettre en avant le travail sur les propriétés de la figure et pas seulement sur un dessin puisque la figure doit résister au déplacement.
- une dernière séance visant à l'amélioration du premier texte produit. Un travail d'analyse comparative de "textes experts" issus de manuels scolaires et des textes d'élèves doit permettre aux élèves de dégager certaines différences puis de réécrire leurs propres textes.

Cette séquence prend place en fin d'année dans une classe de 5<sup>e</sup>. Plusieurs élèves allophones, nouvellement arrivés en France, y participent avec la classe, tout en bénéficiant en plus d'une heure de cours spécifique avec l'enseignant de mathématiques.

## **Déroulement de la séquence**

### ***Première séance: Polysémie des mots***

Le premier travail concerne le "sommet". Ce terme ne présente pas de difficulté a priori, il s'agit plutôt de faire comprendre l'objet du travail de la séance.

Le terme "hauteur" est ensuite questionné. La notion de mesure, de taille arrive immédiatement dans la vie courante. La définition mathématique n'est pas maîtrisée, la hauteur est confondue avec la médiatrice ou la médiane. Les élèves sont unanimes quand le professeur leur demande si, en mathématiques, une hauteur se mesure: non puisque c'est une droite. La formule de calcul de l'aire d'un triangle les oblige à réviser leur avis et à se rendre compte de la polysémie du mot en mathématiques même.

La séance se termine par un "jeu" disponible en ligne<sup>3</sup> demandant d'associer une définition de la vie réelle et une définition du domaine mathématique renvoyant au même mot.

Les élèves cherchent de façon autonome sur papier avant une synthèse collective. La participation est importante, de nombreuses propositions sont faites et défendues oralement avant la vérification sur l'ordinateur, en vidéo-projection.

Les élèves allophones se sont bien investis dans la première partie de la séance mais la seconde partie était trop dense pour eux. Le professeur reprendra certains mots lors de la séance spécifique pour commencer un glossaire.

---

<sup>3</sup>source: <http://matoumatheux.ac-rennes.fr/tous/vocabulaire/mots2.htm>

## Deuxième séance: "Figures téléphonées"

Les consignes pour réaliser le travail sur les figures téléphonées ont été travaillées au préalable avec les élèves allophones lors de leur séance spécifique. Les figures proposées sont simples et en lien avec le programme de la classe de 5<sup>e</sup> où l'on découvre le parallélogramme et les propriétés caractéristiques du carré, du rectangle et du losange. Les élèves travaillent par deux et le professeur différencie le travail en proposant majoritairement le carré comme première figure, le losange n'étant donné qu'à quatre binômes. Deux élèves arrivés très récemment en France ont un film de construction à légender en choisissant les mots dans une liste donnée.

Chaque émetteur reçoit le nom d'une figure, transmet les consignes au récepteur qui les note, qui réalise la figure et indique ses hésitations ou les informations qui lui semblent manquer. Les élèves confrontent ensuite la figure donnée et la figure produite. Si le carré conduit toujours à un carré ou à un rectangle, par oubli d'indication de longueurs, le losange produit quant à lui des figures variées. Un seul des groupes obtient un programme de construction correct du losange, en partant des diagonales, tous les essais des autres groupes s'appuyant sur les côtés aboutissent à des figures incorrectes, voire inattendues comme un hexagone ou un triangle accolé à un rectangle.

Le vocabulaire utilisé n'est pas, dans la plupart des écrits, le vocabulaire mathématique, par exemple "fais un trait" remplace "trace un segment".

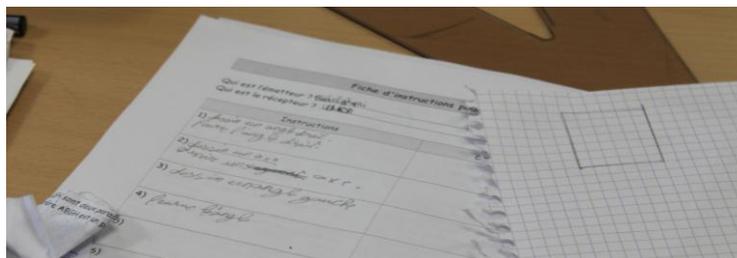
Seuls trois groupes emploient spontanément des lettres pour nommer les points ou les segments.

Beaucoup d'élèves s'appuient sur des repères spatiaux et les termes "horizontale" et "verticale" sont souvent employés pour obtenir des perpendiculaires. Ainsi le programme "fais une horizontale / fais une verticale/fais une horizontale / ferme" amène bien le récepteur à la production d'un carré! Le fait que la figure ait été donnée à l'émetteur par son nom et non par un dessin a sans doute donné une indication précieuse à ce récepteur qui a réalisé une des figures connues.

De même avec la liste d'instructions donnée par un élève allophone:

"faire l'angle droit / dessin un axe /dessin un angle *gauche* / ferme l'angle",

et avec laquelle son voisin produit bien un carré.



On peut s'interroger sur "l'angle gauche": la polysémie du terme "droit" a-t-elle gêné un allophone? L'angle gauche est-il un angle droit à placer à gauche du dessin? Pourtant cet élève sait très bien que tout angle n'est pas un angle droit.

Une fois le travail achevé, les rôles de l'émetteur et du récepteur sont échangés et une autre figure proposée, mais le temps manquera à beaucoup de binômes pour la traiter en entier.

Une synthèse collective est faite sur le cas du losange, avec une construction incorrecte dictée par un groupe et effectuée au tableau par le professeur; le terme "hauteur" n'est pas employé pour décrire la construction d'une hauteur et, quand il est suggéré par le professeur, il n'est pas adopté par le groupe. Les élèves ayant construit un losange à partir des diagonales proposent alors leur construction.

### ***Troisième séance: Construction avec un logiciel de géométrie dynamique***

Les élèves travaillent par deux sur le logiciel GeoGebra et doivent construire, dans l'ordre, un carré, un losange et un parallélogramme. Une figure supplémentaire est prévue pour les groupes les plus rapides et deux groupes pourront la traiter. Les élèves doivent noter les fonctionnalités du logiciel utilisé.

Le carré est construit par tous. Certains élèves utilisent les outils "médiatrice" ou "symétrie axiale" du logiciel pour construire rapidement le losange, réinvestissant la synthèse faite à la séance précédente en construisant les diagonales en premier. Les autres mettent beaucoup de temps à obtenir un losange, plusieurs contraintes devant être prises en compte pour un même objet.

Majoritairement les élèves déclarent avoir été aidés dans ce travail par la précédente séance. En revanche des élèves allophones, qui ont gardé le français comme langue de travail avec le logiciel, suggèrent qu'il aurait été plus facile pour eux de commencer par le travail avec le logiciel afin de repérer les termes utilisés et de rédiger les instructions après. L'aspect très visuel des icônes, les rétroactions du logiciel leur permettent de produire une figure de façon autonome et d'apprendre ou de retrouver le vocabulaire mathématique correspondant.

### ***Quatrième séance: Amélioration des textes***

La séance est co-animée avec le professeur de français de la classe. De la comparaison avec un "texte expert", les élèves relèvent en priorité la forme des verbes, à l'impératif, singulier ou pluriel, ou à l'infinitif. D'autres élèves se concentrent sur le vocabulaire utilisé et sur l'emploi de "Place" ou "Trace" dans les textes experts, en interrogeant la différence. Une discussion s'ensuit dans la classe pour expliciter cette différence et montrer la précision du vocabulaire.

## Les élèves réécrivent leur programme de construction.

### A la façon d'un livre de mathématiques

Te voilà professeur et rédacteur dans un livre de mathématiques.

Tu dois essayer de faire dessiner les figures ci-dessous à l'aide d'une consigne. Bien évidemment, les mots « carré », « rectangle » et « losange » ne peuvent être utilisés.

Figure	Instructions
CARRÉ	a) Trace un segment $[AB]$ de <sup>quelque</sup> <del>quelque</del> <sup>quelque</sup> centimètre. b) Trace une perpendiculaire à $[AB]$ qui passe par A. c) Place le point D sur la perpendiculaire à <sup>quelque</sup> <del>quelque</del> <sup>quelque</sup> centimètre de A. d) Trace une perpendiculaire qui passe par B. e) Place le point C sur la perpendiculaire à <sup>quelque</sup> <del>quelque</del> <sup>quelque</sup> centimètre de B. f) Trace un segment entre C et D.

En essayant d'appliquer le programme produit, le professeur de français sert de cobaye à certains groupes tant du point de vue mathématique que du point de vue de la langue et les interactions, riches, permettant de nouvelles améliorations.

### Analyse a posteriori

"Il reste encore des imprécisions mais je trouve qu'il y a une réelle progression par rapport à la première séance où les écrits sur les figures téléphonées étaient pauvres." déclare le professeur de mathématiques à l'issue de cette séquence.

Les textes ne sont pas encore parfaits mais les informations données sont plus souvent exhaustives, sans aucun recours à un repérage spatial, elles commencent par des ordres clairs (Trace, Place, ...) et le vocabulaire mathématique est utilisé beaucoup plus fréquemment. Les points, les segments sont souvent nommés afin de simplifier et de préciser les instructions.

C'est en confrontant leurs textes à des textes experts que les élèves ont dégagé d'eux-mêmes la forme que pouvait prendre un programme de construction, sans que le professeur impose une forme arbitraire et rigide. En dehors de toute contrainte, ils ont pu se représenter le type d'écrit qui était attendu de leur part.

Le travail fait sur certains termes peut également aider les élèves à améliorer à l'avenir leur compréhension des énoncés.

Enfin, devoir transmettre le texte à un autre élève ou à un logiciel et pouvoir observer le résultat produit, donne un sens à cet effort d'écriture et de réécriture.

Ce travail prend cependant beaucoup de temps, les figures doivent être simples et les textes produits rester courts. Il semble pourtant essentiel car la plupart des élèves ne dégagent sans doute pas d'eux-mêmes les caractéristiques de tels textes mathématiques pour se les approprier ensuite. La pauvreté de la plupart des premiers textes produits, en fin de la classe de 5<sup>e</sup>, en témoigne. Il faudrait bien sûr davantage de séances pour continuer à développer et consolider ces capacités d'écriture d'un texte mathématique afin qu'elles deviennent transférables à d'autres productions que celles de programmes de construction. Prendre le temps de s'interroger sur la forme d'un texte et sur ses particularités, prendre le temps de réécrire et d'améliorer un texte, paraît

nécessaire avant de pouvoir demander aux élèves de s'engager dans des textes plus longs et plus complexes comme des textes de démonstration. Cette maîtrise de la communication en mathématiques met aussi en jeu des savoirs mathématiques et ce travail d'écriture, de réécriture permet également de travailler ces savoirs mathématiques.

### Références

- Duval R. (2000), Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, Duval R. (2000), Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 20, n° 2.
- IREM de Strasbourg (2002), *Ressources pour le programme de sixième*, (brochure avec un CD contenant des activités directement utilisables pour les élèves).
- Pluvinaige F. (2000), Mathématiques et maîtrise de la langue, *Repères IREM*, n° 39.
- Pudelko B. et Legros D. (2000), J'écris donc j'apprends, *Cahiers pédagogiques*, n° 388 – 389.

## Troisième pilotage

par Charoula Stathopoulou<sup>\*\*\*</sup> Eleni Gana<sup>\*\*\*</sup> et Ioannis Fovos

### Introduction (Informations générales)

La séquence d'enseignement a été mise en œuvre dans deux environnements pédagogiques distincts avec les groupes d'élèves correspondants. Le premier groupe comprenait 20 élèves dans la première classe du 6<sup>ème</sup> collège de Volos (élèves âgés de 12-13 ans), sept d'entre eux étaient des Roms. Le second groupe était constitué de détenus (âge 17-21 ans) qui assistaient aux cours des deuxième et troisième classes du collège situé à l'intérieur du centre de détention. La majorité des élèves de ce groupe qui viennent d'Asie, d'Afrique et de pays européens, et dont seulement quelques-uns ont vécu en Grèce durant de nombreuses années, communique très peu dans la langue grecque. La séquence d'enseignement a été mise en œuvre par le professeur de mathématiques de ces classes, Mr Ioannis Fovos. Ce professeur enseigne les mathématiques dans les deux classes. Il a 25 ans d'expérience dans l'enseignement secondaire, et plus précisément 12 ans d'expérience d'enseignement des mathématiques dans un environnement scolaire carcéral. Dans le second environnement, le pilotage des activités a été mis en œuvre avec le professeur de Grec de l'établissement, Madame Anna Georgiou, qui avait été auparavant informée et avait préparé cette séquence d'enseignement spécifique.

---

<sup>\*\*\*</sup> Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

## **Pilotage de la classe**

### **1er groupe du pilotage: 1ère classe du 6ème collège**

*Dans la 1<sup>ère</sup> heure de la séquence*, le professeur a informé toute la classe que dans cette séquence d'enseignement spécifique ils exploreraient le langage mathématique (discours), ses liens avec le langage qu'on utilise dans les interactions quotidiennes, et y réfléchiraient. Les élèves ont ensuite été répartis en groupes de 3 ou 4. On leur a distribué une fiche de travail avec trois activités et une page qui contenait les parties d'un texte extrait du manuel de mathématiques, du chapitre "les quadrilatères" (parallélogramme, rectangle, losange, carré, trapèze, trapèze isocèle).

Dans la première activité, les élèves se sont appuyés sur leurs expériences et se sont rappelés de mots qu'on rencontre en mathématiques et dans la vie quotidienne avec des significations semblables ou différentes dans chaque contexte. Tous les groupes ont contribué avec des significations de mots/ d'un mot et le professeur a écrit les mots au tableau. Après cela, les mots mathématiques qui sont utilisés dans la vie quotidienne avec la même ou semblable signification ont été trouvés dans le texte (seconde activité).

Dans la *deuxième heure de la séquence*, les élèves ont travaillé sur l'énoncé d'un problème qui leur a été distribué et à la fin ils en ont fait un eux-mêmes, qu'ils ont résolu. Créer un énoncé de problème a suscité l'intérêt des élèves, car c'était la première fois qu'ils devaient se mettre dans la situation de faire l'énoncé au lieu de devoir résoudre le problème, les élèves ont réagi avec un manque de confiance en eux-mêmes et se sont adressés à leur professeur plus souvent pour qu'il les encourage ou vérifie leurs décisions. En même temps, cependant, il y avait plus de volonté de coopération dans le groupe et d'échange d'avis sur la manière dont ils formuleraient les concepts mathématiques et procédures avec des mots.

### **2<sup>nd</sup> groupe du pilotage: établissement scolaire dans un centre de détention**

Dans l'établissement scolaire situé à l'intérieur d'un centre de détention, les mêmes étapes et outils ont été utilisés dans la mise en œuvre de l'activité sur les énoncés de problèmes. Il y a eu particulièrement un grand intérêt, peu importe comment, en ce qui concerne les élèves détenus pour l'approche communicative de l'activité et la participation dans le débat à la fois en classe entière et en groupes.

*Première heure de la séquence*: se rappeler de mots du langage mathématique qui sont aussi utilisés dans la vie quotidienne (1ère activité de la fiche de travail), comme c'était prévu, a été difficile pour des élèves avec des ressources limitées dans la langue grecque. Associer les deux champs du langage dans leur utilisation exigeait un processus mental abstrait relié à leur expérience totalement encadrée de l'utilisation du Grec. Le professeur de mathématiques a encouragé la démarche avec des questions guidées et en donnant oralement des indices et le professeur de langue a fourni une aide correspondante en retournant aux textes qui avaient été étudiés en classe. La seconde et la troisième partie de l'activité (reconnaître des mots dans un texte, associer la signification avec le langage quotidien et l'équivalent dans la langue maternelle de l'élève) a favorisé une interaction dynamique entre les élèves du groupe.

Les élèves ont interagi pour repérer les mots et associer leurs significations dans les différents contextes où ils sont utilisés. Les élèves qui avaient plus de ressources en Grec ont agi comme des médiateurs, traduisant des mots du texte dans leur langue maternelle, favorisant de cette manière l'accès des élèves plus faibles au langage mathématique.

*Deuxième heure de la séquence:* Toute la classe étudie l'énoncé d'un problème. Les traits discursifs du genre "wordproblem" (énoncé de problème) ont été reconnus et modélisés. Après cela, les élèves ont formé eux-mêmes les groupes, groupes basés sur l'origine commune des élèves et leur langue. Chaque groupe a entrepris de créer son propre énoncé. Les élèves ont négocié entre eux non seulement le contenu mathématique du problème qu'ils créeraient, mais aussi la manière dont ils allaient le rédiger, c'est-à-dire, le choix du vocabulaire mathématique et l'organisation de l'énoncé du problème. La discussion dans les groupes se déplaçait "entre" deux langues (Le Grec et la langue maternelle des élèves), et c'était surtout au sujet de leurs efforts pour clarifier les concepts mathématiques, mais aussi pour choisir l'expression appropriée dans le contexte du langage mathématique.

Le professeur, quand les élèves lui demandaient de leur venir en aide, était informé de propositions alternatives, il guidait alors les élèves efficacement de telle sorte qu'ils décideraient eux-mêmes du choix final du mot.

## **Conclusions**

L'activité des énoncés de problèmes a favorisé les processus d'une réflexion consciente sur la relation entre le langage mathématique et le langage quotidien pour tous les élèves, parlant ou non le Grec comme langue natale. Particulièrement, les élèves à qui on avait enseigné les mathématiques dans une seconde langue ont considéré l'activité très intéressante et fructueuse, car elle leur a permis de corrélérer et de clarifier les significations prises par les mots selon le contexte dans lequel ils apparaissent, à savoir dans un contexte de communication en mathématiques ou dans un contexte de communication de tous les jours, mais cela n'a pas toujours été facile. De plus, ces élèves ont signalé qu'ils avaient aussi essayé par eux-mêmes de comprendre les concepts mathématiques basés sur leur première langue, mais ce n'était pas toujours facile. La validation du trans apprentissage linguistique dans la classe leur donné la capacité de comprendre plus de termes et de concepts mathématiques, bien qu'ils aient dû compter seulement sur la traduction faite par leurs camarades qui parlaient la même langue, à cause des restrictions du centre de détention.<sup>4</sup> Le professeur a déclaré que dans le futur, quand il concevrait des activités semblables, il fournirait aux élèves des photocopies contenant les traductions des termes dans leur langue maternelle.

En conclusion, à la fois le professeur et les élèves ont trouvé la construction d'un énoncé par les élèves eux-mêmes particulièrement intéressante et utile. Les élèves ont

---

<sup>4</sup> Au démarrage de l'activité, la classe a parlé des restrictions que le système de détention imposait aux élèves pour accéder en ligne à des textes dans leur langue maternelle et ils ont écrit une pétition demandant que leur soit accordée la permission d'utiliser internet pour des buts pédagogiques.

souligné combien bénéfique et stimulant cela a été de “transférer” une occasion et un problème mathématique pour s’appropriier le langage mathématique. Selon le professeur, le pilotage de l’activité a été une bonne initiative pour concevoir de telles activités avec des énoncés de problèmes.

## Conclusions des trois pilotages

par Roberto Peroni\*\*\*\*

Le langage est l’instrument technologique le plus omniprésent dans la communication culturelle et dans le développement cognitif, au cours de l’évolution de la nature humaine, et presque tout contenu et interaction ont besoin d’être organisés linguistiquement.

La relation entre mathématiques et langage est particulièrement cruciale à la fois parce que tout langage humain est “un système où tout (ou presque tout) se tient” (de Saussure et Meillet), et parce que les mathématiques sont un langage structuré possédant non seulement un lexique spécialisé mais aussi une syntaxe hiérarchique.

Le sujet du projet M3EaL porte sur la relation dans la classe de mathématiques entre Langage et trois M-facteurs: Mathématiques, Migration, et Multiculturalisme. La séquence d’enseignement propose un cadre où le lien (la distance) se situe entre le langage courant et le discours mathématique dans une classe multiculturelle, avec des langues maternelles diverses et variées (langues des minorités) vs. une seconde langue qui est la première langue de la majorité des élèves.

Dans le détail, les rapports des trois pilotages en cours, décrivent un environnement complexe, des contextes éducatifs avec des élèves ayant des arrière-plans migratoires variés, qui parlent des langues maternelles de minorité issues d’Europe de l’Est, d’Afrique, dans les activités du pilotage grec, il y a aussi des élèves Rom, et des élèves (âgés de 17-21 ans) dans un centre de détention qui suivent les cours de 5<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> dans un collège. Chacun d’eux doit “apprendre à apprendre une seconde langue (Gibbons, 1993); et si la recherche en imagerie cérébrale a révélé la complexité du langage et un lien aux mathématiques en montrant des activités du “Perisylvian langage” dans la partie gauche du cerveau lors d’activités calculatoires (Dehaene et al., 1999) et des implications intrapariétales dans l’approximation et la comparaison de quantités (Dehaene et al., 2004), une récente étude fMRI (imagerie par résonance magnétique fonctionnelle) (Wang et al., 2007) sur des Chinois parlant le mandarin et apprenant l’anglais montre que, comparé à L1, le calcul en L2, mais sans parité, peut être traité par le système L1( langage subordonné) impliquant cependant une

---

\*\*\*\* CAFRE – University of Pisa, Italy

activation neuronale supplémentaire, spécialement dans l'hémisphère gauche du cerveau qui contient les circonvolutions frontales inférieures (la zone de Broca).

Du point de vue de l'enseignant, les objectifs sont très élevés et complexes: la connaissance des valeurs positives des différentes cultures; la création des conditions pour un dialogue interculturel dans la classe et un cadre éducatif inclusif; le développement d'une attitude critique à l'égard de l'utilisation du langage et de son interprétation; et bien sûr l'enseignement des mathématiques, c'est-à-dire être capable d'augmenter la capacité des élèves à comprendre et à élaborer le discours mathématique; et intervenir dans la classe avec des approches pédagogiques appropriées et bien planifiées.

Les activités proposées et pilotées sont explicitement de nature multiculturelle. D'importantes caractéristiques communes dans chaque rapport de pilotage sont l'analyse (lecture et écriture) d'une partie d'un manuel, et l'analyse (lecture et écriture) d'un énoncé de problème issu d'un test d'évaluation nationale standard pour chercher les difficiles significations de mots et/ou réfléchir sur le sens difficile d'une phrase, lister et traduire dans les différents langages courants, et aussi chercher le sens mathématique d'un point de vue technique.

Cela apparaît en particulier dans le rapport du pilotage français afin d'éviter toute incompréhension due à la polysémie: par exemple, "sommet", "hauteur", "angle droit".

Des activités sur les figures géométriques ("quadrilatères") sont présentes dans chaque rapport des trois pilotages, même si elles le sont de manière plus efficace et pragmatique dans les rapports de pilotages Italien (Pisa) et Français au travers d'une sorte de séquences de figures téléphonées pour essayer d'obtenir des instructions plus précises, une meilleure maîtrise du langage, et des constructions de figures plus semblables à celles attendues.

Dans le rapport de Paris-Créteil les élèves travaillent aussi deux par deux sur le logiciel GeoGebra pour construire des figures, avec un petit avantage linguistique dans la maîtrise de l'anglais (langage de fonctionnement du logiciel) par les élèves allophones. Cela a été un long travail et quelques inexactitudes peuvent encore rester après. Cependant, la séance montre clairement un progrès significatif par rapport à la première séance où les écrits sur les figures téléphonées étaient pauvres; les textes aussi peuvent encore ne pas être parfaits, mais ils commencent à avoir des consignes claires ("trace", "dessine", "relie", "divise" etc.) et le lexique des termes mathématiques techniques est plus souvent utilisé, et les points, les segments de droite sont plus souvent nommés pour simplifier et clarifier les instructions

Dans toutes les activités ci-dessus mentionnées le professeur est un facilitateur, sollicité par chaque groupe pour des problèmes à la fois de mathématiques et de langage: chaque interaction supplémentaire permet davantage de progrès, et il est clair que chaque pas en avant dans la maîtrise de la communication en mathématiques permet aussi proportionnellement une avancée dans le savoir mathématique.

Pour résumer, l'expérience des trois pilotages montre que:

- a. Les activités Trans-langagières sur le sens des mots dans les énoncés de problèmes, et la signification du support des figures traitent d'une réflexion consciente sur le lien entre le langage mathématique et le langage courant pour tous les élèves, ayant ou non respectivement pour langue maternelle (l'italien, le français ou le grec). De plus les activités sur les significations lexicales et le sens des mots dans des textes ont été jugées plus productives par les élèves à qui on a enseigné les mathématiques dans la langue seconde, car cela leur a permis de lier la signification des mots aux différents contextes dans lesquels ils apparaissent: mathématique ou langage courant quotidien.
- b. Les activités de construction de figures avec des procédés basiques non totalement formalisés, reliant le niveau symbolique plus abstrait à des mouvements et gestes pratiques sur lesquels la connaissance abstraite est basée (Bates et al., 1979), (Arzarello et al., 2009), (Alibali et al., 2014), (Novack & Goldin-Meadow, 2015).
- c. Les activités de "translanguaging" bien planifiées et bien menées, permettent une meilleure intégration des élèves ayant des arrière-plans linguistiques et culturels différents, créant les conditions pour un dialogue interculturel dans la classe, pour ensuite être développé en dehors de l'école.

## Références

- Alibali, M.W., Nathan, M.J., Wolfgram, M.S., Breckinridge Church, R., Jacobs, S.A., Johnson Martinez, Ch. & Knuth, E.J. (2014). How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: a Corpus Analysis, *Cognition and Instruction*, 32 (1), pp. 65-100
- Arzarello, F., Di Paola, B., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as Semiotic Resources in the Mathematics Classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), pp. 97-109.
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I, Camaioni, L. & Volterra, V. (1979). The Emergence of Symbols: Cognition and Communication in Infancy. New York: Academic Press.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P, Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence, *Science*, 284, pp. 970-974.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L. & Wilson, A.J (2004). Arithmetic and the Brain, *Current Opinion in Neurobiology*, 14, pp. 218-224.
- Gibbons, P. (1993). Learning to Learn in a Second Language. Portsmouth, NH.: Heinemann.
- Novack, M. and Goldin-Meadow, S. (2015). Learning from Gesture: How our Hands Change our Minds, *Educational Psychology Review*. New York: Springer.
- Wang, Y., Lin, L., Kuhl, P. & Hirsch, J. (2007). Mathematical and Linguistic Processing Differs between Native and Second Languages: an fMRI Study, *Brain Imaging and Behavior* 1, pp. 68-82.