

ΚΑΤΑΝΟΩΝΤΑΣ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, ΤΙΣ ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΟΤΙΚΕΣ ΓΛΩΣΣΕΣ

από Franco Favilli*

Εισαγωγή

Στην Ευρώπη έχουν γίνει λίγα πράγματα όσον αφορά στη διδασκαλία των μαθηματικών σε πολυπολιτισμικά περιβάλλοντα. Οι διαφορετικές γλώσσες και κουλτούρες που μπορεί να υπάρχουν στην τάξη κάνουν τις διαδικασίες της διδασκαλίας και της μάθησης πολύ πιο σύνθετες και δύσκολες, ειδικότερα για τους μαθητές από μειονοτικές κουλτούρες και/ή με μεταναστευτική καταγωγή ή για τους Ρομά μαθητές.

Παρακάτω περιγράφεται μια διδακτική ενότητα. Ο στόχος της είναι να χορηγήσει στους δασκάλους ένα εργαλείο για να βοηθήσουν τους μαθητές τους να ξεπεράσουν τα εμπόδια που προκύπτουν για τη μάθηση από την αντίθεση μεταξύ της απλής γλώσσας και της περίπλοκης γλώσσας των μαθηματικών. Υποστηρίζει ότι οι δάσκαλοι πρέπει να έχουν υπόψη τους ότι η γλώσσα που χρησιμοποιείται στην τάξη αποτελεί ένα στοιχείο επιπλέον περιπλοκότητας για τους μαθητές από μειονοτικές κουλτούρες και με διαφορετική γλώσσα στο οικογενειακό/ κοινωνικό τους περιβάλλον.

Η βασική ομάδα-στόχος είναι οι δάσκαλοι των μαθηματικών Δημοτικών και Γυμνασίων σε περιοχές με κοινωνικο-πολιτισμική ποικιλία και κατά συνέπεια η ομάδα-στόχος του Γυμνασίου αποτελείται από μαθητές που προέρχονται από πολιτισμικές μειονότητες και/ή περιθωριοποιημένες κοινωνικές ομάδες.

* CAFRE – University of Pisa, Italy

Οι εκπαιδευτικοί στόχοι

Οι εκπαιδευτικοί στόχοι της διδακτικής ενότητας μπορούν να χωριστούν σε γενικούς και μαθηματικούς.

Στους **γενικούς στόχους** περιλαμβάνονται οι ακόλουθοι:

- επίγνωση των θετικών αξιών των πολιτισμών που είναι διαφορετικοί από τον δικό μας,
- δημιουργία ευνοϊκών συνθηκών για διαπολιτισμικό διάλογο στην τάξη, και για ένα εκπαιδευτικό περιβάλλον χωρίς αποκλεισμούς με τη χρήση διαφορετικών γλωσσών και παιδαγωγικών εργαλείων,
- ανάπτυξη κριτικής επίγνωσης ως προς τη χρήση της γλώσσας και τις διαφορετικές ερμηνείες που προκύπτουν από τη χρήση της
- επίγνωση του ρόλου που παίζει ο περιορισμός της αμφισημίας και η ακρίβεια στη χρήση γλώσσας κατά τη διδασκαλία του συγκεκριμένου γνωστικού αντικειμένου,
- ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να αιτιολογούν τις επιλογές τους στη διάρκεια μιας μαθηματικής δραστηριότητας,
- αναγνώριση της ανάγκης για αναστοχασμό επί των κειμένων και του ρόλου που διαδραματίζει η επιλογή των λέξεων,
- βελτίωση της ικανότητας των μαθητών να καταλαβαίνουν και να επεξεργάζονται κείμενα,
- βελτίωση της κατανόησης ενός γραπτού κειμένου από τους ξένους μαθητές,
- σεβασμός των μαθητών για τους διαφορετικούς χρόνους εργασίας των συμμαθητών τους,
- ανάπτυξη κοινωνικών σχέσεων στην ομαδική εργασία,
- ανάπτυξη της αυτονομίας των μαθητών.

Στους **μαθηματικούς στόχους** μπορούν να περιληφθούν οι ακόλουθοι:

- ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να κατανοούν και να επεξεργάζονται λεπτομερώς το μαθηματικό λόγο,
- βελτίωση της ικανότητας στην ανάγνωση και κατανόηση μαθηματικών σχολικών εγχειριδίων και λεξικών προβλημάτων,
- βελτιωμένη χρήση της μαθηματικής γλώσσας,
- ενίσχυση της γνώσης του μαθηματικού λεξιλογίου,
- ανάπτυξη της ικανότητας να βρίσκουν οι μαθητές τη σωστή ισορροπία μεταξύ της φυσικής γλώσσας και της μαθηματικής γλώσσας,

- αναγνώριση των γνώσεων που φέρουν οι μαθητές διαφορετικών γλωσσικών/πολιτισμικών καταβολών και των στάσεων τους απέναντι στα μαθηματικά.

Η διδακτική ενότητα υποστηρίζει τους δασκάλους στο να αναγνωρίσουν και να στοχαστούν πάνω στις **πιθανές ανάγκες των μαθητών**, όπως είναι:

- η δυσκολία στη σωστή χρήση μαθηματικής γλώσσας: αβεβαιότητες, αμφιβολίες και λάθη στην κατανόηση γραπτών κειμένων υποδεικνύουν την αναγκαιότητα να ενισχυθεί η επικοινωνιακή διαδικασία κατά τη διδασκαλία, ώστε να βοηθηθούν οι μαθητές να εκφράζονται ξεκάθαρα και με ακρίβεια,
- η ανάγκη να χρησιμοποιείται κατάλληλα η γλωσσική ικανότητα, καθώς η χρήση της αντιπροσωπεύει ένα βασικό βήμα προς τη δόμηση της γνώσης, παρά το γεγονός ότι είναι χρονοβόρα,
- η ανάγκη να αναπτυχθούν δραστηριότητες αντίστοιχες με αυτή που προτείνεται, επειδή προσφέρουν πληροφόρηση για τις γνώσεις των μαθητών, το επίπεδο που έχουν στη σύλληψη εννοιών, τα πιθανά κενά και τις παρανοήσεις τους. Αυτού του είδους οι πληροφορίες είναι βασικές ώστε να μπορέσουμε να παρέμβουμε στην τάξη με κατάλληλες και καλοσχεδιασμένες διδακτικές προσεγγίσεις.

Δραστηριότητες της ενότητας:

Η διδακτική ενότητα αποτελείται από πέντε βασικές δραστηριότητες. Όλες οι δραστηριότητες πρέπει να γίνουν σε μικρές ομάδες, κάθε μια από τις οποίες θα συμπεριλαμβάνει τουλάχιστον ένα μαθητή μειονοτικής καταγωγής.

- **Ανάλυση ενός σχολικού εγχειριδίου** (*Ανάγνωση και Γραφή*)

Ζητείται από τους μαθητές να διαβάσουν ένα κεφάλαιο του σχολικού εγχειριδίου τους, να εντοπίσουν και να κατασκευάσουν λίστα με λέξεις στη γλώσσα διδασκαλίας τις οποίες θεωρούν «δύσκολες λέξεις». Συζητούν για το νόημά τους και τις μεταφράζουν στις διαφορετικές γλώσσες που μιλιούνται στην τάξη, κατασκευάζοντας έτσι ένα *μικρο-λεξικό*.

Στη συνέχεια, ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν και να παρουσιάσουν λίστα με λέξεις και εκφράσεις που σχετίζονται με τη μαθηματική γλώσσα, να τις συγκρίνουν με αντίστοιχες λέξεις και εκφράσεις στη φυσική γλώσσα, να συζητήσουν και να καταγράψουν πιθανές διαφορές στις σημασίες τους, όπως επίσης να τις μεταφράσουν τις γλώσσες καταγωγής τους. Δημιουργούν έτσι ένα *μαθηματικό γλωσσάρι* και ένα *μαθηματικό λεξικό*.

Ζητείται από όλες τις ομάδες να ξαναγράψουν τις σελίδες του σχολικού εγχειριδίου που αναλύθηκαν στην γλώσσα-όχημα και από τους μαθητές με καταγωγή από μειονοτικές ομάδες να μεταφράσουν τις πιο σημαντικές προτάσεις στη μητρική τους γλώσσα.

- **Ανάλυση ενός “λεκτικού προβλήματος” από ένα Τεστ Αξιολόγησης σε Εθνικό Επίπεδο (Ανάγνωση και Γραφή)**

Ο δάσκαλος επιλέγει ένα “λεκτικό πρόβλημα” που σχετίζεται με τη γλώσσα που χρησιμοποιήθηκε από ένα Τεστ Αξιολόγησης Εθνικού Επιπέδου. Καλεί τους μαθητές να εμπλακούν στις ίδιες διαδικασίες, όπως και στην πρώτη δραστηριότητα.

- **Φυσική γλώσσα και μαθηματική γλώσσα**

Ζητείται από τους μαθητές να αναγνωρίσουν πιθανά «προβλήματα» που δημιουργούν οι διαφορετικές σημασίες με τις οποίες συνδέονται οι λέξεις και εκφράσεις στο πλαίσιο της καθημερινής και της μαθηματικής επικοινωνίας και να καταγράψουν τις αντίστοιχες διαφορετικές σημασίες στη μητρική τους γλώσσα.

- **Γράφοντας ένα “λεκτικό πρόβλημα”**

Ζητείται από τους μαθητές, οι οποίοι συνεχίζουν να δουλεύουν σε ομάδες, να γράψουν ένα λεκτικό πρόβλημα στη γλώσσα-όχημα (γλώσσα διδασκαλίας). Τα λεκτικά προβλήματα των ομάδων παρουσιάζονται σε όλη την τάξη. Συζητούνται η γλωσσική σαφήνεια και οι μαθηματικές έννοιες στις οποίες ανατρέχουν. Δίνεται μεγαλύτερη προσοχή στους μαθητές από μειονότητες.

- **“Γράφοντας ένα σχολικό εγχειρίδιο”**

Ζητείται από τους μαθητές που ακόμη δουλεύουν σε ομάδες να γράψουν στη γλώσσα-όχημα “μια σελίδα του σχολικού εγχειριδίου” για ένα μαθηματικό θέμα που επιλέχθηκε από το δάσκαλο. Οι “σελίδες” παρουσιάζονται στην ολομέλεια της τάξης για συζήτηση σχετικά με τη γλωσσική σαφήνεια και τις μαθηματικές έννοιες που εμπεριέχουν. Δίνεται μεγαλύτερη προσοχή στους μαθητές από μειονότητες.

Η ΒΑΣΙΚΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

από Francesca Colzi, Stefania Massai και Franco Favilli

Γενικές πληροφορίες

Σχολείο: Istituto Comprensivo “Don Lorenzo Milani” – Viareggio (Lucca)

Επίπεδο σχολείου: Γυμνάσιο

Αριθμός καθηγητών: 2

Αριθμός τάξεων: 6 (σχολικό έτος 2013/2014: δυο τάξεις Δευτέρας και δυο Τρίτης Γυμνασίου – σχολικό έτος 2014/2015: δυο τάξεις Δευτέρας Γυμνασίου)

Students age: 11 to 16.

Αριθμός μαθητών: 63

Χώρες προέλευσης ξένων μαθητών: Αλβανία, Γεωργία, Ινδία, Μαρόκο, Ρουμανία, Ρωσία.

Αριθμός των καθηγητών στην τάξη κατά τη διάρκεια της δοκιμής: 1 ή 2 (ο καθηγητής του αντικειμένου και ο καθηγητής που υποστηρίζει τους μαθητές με ειδικές ανάγκες).

Εργασίες για τους μαθητές

Για να ενθαρρύνουν μια κριτική ανάγνωση του κειμένου, οι δάσκαλοι μπορούν να υποβάλλουν στους μαθητές ερωτήσεις όπως οι ακόλουθες:

- δυσκολεύτηκες να καταλάβεις τη σημασία ορισμένων λέξεων;
- βρήκες πιο δύσκολες λέξεις στην καθημερινή γλώσσα ή στη γλώσσα των μαθηματικών;
- κατάλαβες τη γενική ιδέα του κειμένου;
- βρήκες κάποια σχέση με την εμπειρία σου μέσα στο κείμενο;
- σε κάνει το κείμενο να σκεφτείς κάτι ουσιώδες;
- σε βοήθησε η χρήση Ιταλικού λεξικού;
- σε βοήθησε η ηλεκτρονική γλωσσική υπηρεσία μετάφρασης;
- ποια είναι τα πλεονεκτήματα/μειονεκτήματα της χρήσης ενός λεξικού;
- ποια είναι τα πλεονεκτήματα/μειονεκτήματα στη χρήση της ηλεκτρονικής υπηρεσίας μετάφρασης;
- ήξερες ήδη τη σημασία των λέξεων που έψαξες στην υπηρεσία μετάφρασης στη μητρική σου γλώσσα;
- το κείμενο που γράφτηκε από τους συμμαθητές σου σε βοήθησε να καταλάβεις πιο εύκολα;
- πώς διάλεξες τις λέξεις που θα χρησιμοποιήσεις, όταν ξανάγραψες το κείμενο;
- ήταν δύσκολο να ξαναγράψεις το κείμενο;
- βρήκες λέξεις ή φράσεις με διαφορετικό ή ασαφές νόημα;
- σε βοήθησε στη δραστηριότητα η χρήση εικόνων;
- ήταν πιο δύσκολο να ξαναγράψεις το κείμενο από το σχολικό εγχειρίδιο ή να αντιμετωπίσεις το πρόβλημα;
- πώς θα μπορούσε να γίνει το κείμενο πιο ελκυστικό και πιο οικείο;
- ήταν δύσκολο να γράψεις το τεστ ελέγχου για τους συμμαθητές σου;
- μπόρεσες να κάνεις το τεστ ελέγχου που ετοιμάστηκε από τους συμμαθητές σου;

Η υλοποίηση της πιλοτικής εφαρμογής

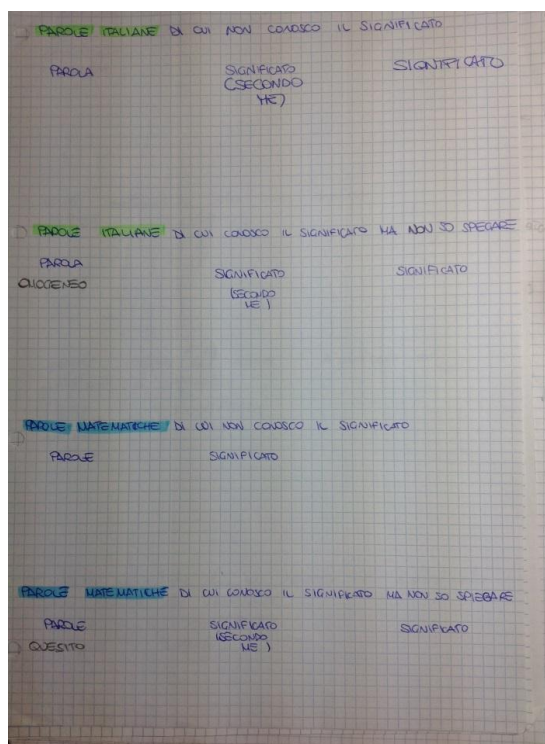
Δραστηριότητα 1 (σχολικό έτος 2013/2014 – τάξη 8 – 2 ώρες)

Οι μαθητές δεν έχουν ακόμα εισαχθεί στο επιλεγμένο μαθηματικό θέμα, τις πιθανότητες.

Οι μαθητές πρέπει να διαβάσουν τις σελίδες από το σχολικό τους εγχειρίδιο για τις πιθανότητες και να φτιάξουν λίστες με τις λέξεις:

- των οποίων δεν ξέρουν τη σημασία στην Ιταλική γλώσσα,
- των οποίων δεν ξέρουν τη σημασία σε μαθηματικά συμφραζόμενα,
- των οποίων τη σημασία ξέρουν -αλλά όχι ξεκάθαρα- στα Ιταλικά,
- των οποίων ξέρουν τη μαθηματική σημασία, αλλά όχι ξεκάθαρα.

Μετά την ανάγνωση, οι μαθητές ψάχνουν τη σημασία των λέξεων που δεν είναι ξεκάθαρες στην Ιταλική γλώσσα.



Δραστηριότητα 2 (σχολικό έτος 2013/2014 – τάξη 7 – 3 ώρες: 2 ώρες με μια μικρή ομάδα μαθητών, 1 ώρα με όλη την τάξη)

Μια ομάδα “ειδικών”, αποτελούμενη από 5-6 μαθητές, διάβασε ένα θέμα σχετικά με τον “κύκλο” στο σχολικό τους εγχειρίδιο.

Ζητείται από την ομάδα, που δεν είχε, σκοπίμως, μαθητές με διαφορετική πολιτισμική/γλωσσική καταγωγή, να γράψουν ένα καινούριο κείμενο για το ίδιο θέμα έτσι ώστε να είναι ξεκάθαρο για όλους τους συμμαθητές τους. Η

ομάδα πρέπει επίσης να ετοιμάσει ένα τεστ για να ελέγξουν την κατανόηση του θέματος από τους συμμαθητές τους.

Δραστηριότητα 3 (σχολικό έτος 2014/2015 – τάξη 7 – 2 ώρες)

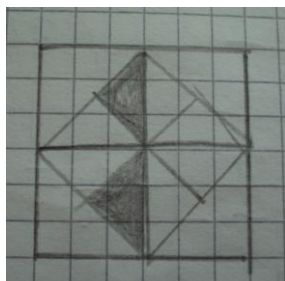
Αυτή η δραστηριότητα βασίζεται στη διδακτική ενότητα “Γεωμετρικά πάζλ” του προγράμματος ΧΑΜΕΝΟΙ-ΣΤΑ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ. Στο πλαίσιο αυτού του προγράμματος ζητείται από τους μαθητές να δουλέψουν σε ζευγάρια, ο ένας μαθητής δίνει οδηγίες στο συμμαθητή του που πρέπει αντίστοιχα να σχεδιάσει το γεωμετρικό σχήμα που επέλεξε ο “εκπαιδευτής”, χωρίς να αποκαλύψει το όνομά του.

Σε αντίθεση με τα “Γεωμετρικά πάζλ”:

- οι μαθητές δε δουλεύουν σε ζευγάρια, ένας μαθητής δίνει τις οδηγίες σε όλους τους υπόλοιπους μαθητές της τάξης για να σχεδιάσουν –βήμα προς βήμα, οδηγία προς οδηγία— το σχήμα που αυτός/αυτή μόνο ξέρει,
- ζητείται από τους μαθητές να σχεδιάσουν σύνθετα γεωμετρικά σχέδια και τους επιτρέπεται να συμπεριλάβουν το όνομα των γεωμετρικών “τμημάτων” στις οδηγίες που δίνει ο “εκπαιδευτής”.

Αφού τελειώνουν οι οδηγίες, συγκρίνονται τα σχήματα που προέκυψαν και οι οδηγίες που δόθηκαν αναλύονται και συζητιούνται ώστε να αντιληφθούν οι μαθητές τις πιθανές αιτίες για τα λάθος σχήματα: αμφίσημες οδηγίες ή παρανόηση της σημασίας τους;

Παρακάτω βρίσκεται το γεωμετρικό σχήμα που έπρεπε να σχεδιαστεί:



Ακολουθούν οι οδηγίες που δόθηκαν από τον “εκπαιδευτή”:

- *Σχεδιάστε ένα τετράγωνο!*
- *Χωρίστε το τετράγωνο με μια κάθετη γραμμή!*
- *Σχεδιάστε ένα οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα που αρχίζει και τελειώνει στις κάθετες πλευρές και διέρχεται από το κέντρο!*
- *Συνδέστε όλα τα σημεία που βρήκατε παίρνοντας έναν ρόμβο!*
- *Χωρίστε σε δυο μισά όλα τα μικρά τρίγωνα που έχετε στο ρόμβο!*
- *Χρωματίστε το πάνω αριστερό και τα κάτω αριστερά τμήματα του ρόμβου!*

Μια παρόμοια δραστηριότητα αναπτύχθηκε σε μια άλλη 7η τάξη του ίδιου σχολείου. Σε αυτή την περίπτωση οι μαθητές αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά

μια τέτοια δραστηριότητα και ο καθηγητής αποφασίζει να διαλέξει την περιγραφή ενός απλού σχήματος: του ρόμβου.

Η αποστολή του “εκπαιδευτή” είναι να δώσει μόνο “ελάχιστες οδηγίες” (π.χ. *σχεδιάστε ένα τμήμα, σημειώστε ένα σημείο...*) χωρίς επιπλέον εξηγήσεις στους συμμαθητές.

Ακολουθούν οι οδηγίες που δόθηκαν από τον “εκπαιδευτή”:

- Υπάρχει μια γραμμή, ναι... ένα ευθύγραμμο τμήμα.
- Με αυτό το τμήμα σχεδιάστε μια οξεία γωνία, ..., προς τα πάνω.
- Μετά σχεδιάστε ένα άλλο τμήμα για να πάρετε μια αμβλεία γωνία.
- Μετά, δίπλα σε αυτό, ένα άλλο σχήμα για να πάρετε μια οξεία γωνία.
- Μετά, πάλι δίπλα, ένα άλλο τμήμα για να πάρετε μια αμβλεία γωνία που είναι ίση με την πρώτη.

Κατά τη διάρκεια των διαφόρων βημάτων, οι συμμαθητές επιχειρούν να διορθώσουν τον εκπαιδευτή, προσπαθώντας να προσαρμόσουν και να διορθώσουν τις οδηγίες του/της.



Αναστοχασμός

Δραστηριότητα 1

Η εργασία είναι ξεκάθαρη σε όλους τους μαθητές, αλλά μερικές φορές δυσκολεύονται να ξεχωρίσουν ανάμεσα στις Ιταλικές λέξεις και τους μαθηματικούς όρους. Βασικά, κανένας μαθητής δεν διαβάζει προσεκτικά το κείμενο και εντάσσουν στη λίστα των άγνωστων λέξεων και λέξεις που δεν επηρεάζουν το γενικό νόημα του κειμένου. Μπορεί να παραπλανήθηκαν από τη δραστηριότητα που απαιτεί να διαβάσουν το κείμενο και να βρουν τις άγνωστες λέξεις.

είχαν στη διάθεσή τους ήταν λίγος, καθώς έπρεπε να αφιερώσουν αρκετό χρόνο για να τακτοποιήσουν το κείμενο, το οποίο, κατά την άποψή τους, ήταν υπερδεδεμένο.

Πρέπει να τονιστεί, ότι όταν ξαναέγραφαν το κείμενο, αρχικά, τα μαθηματικά σχήματα θεωρήθηκαν σημαντικά, και έτσι, δεν ανακτήθηκαν από το σχολικό εγχειρίδιο, παρόλο που το κείμενο αναφερόταν σε γεωμετρία. Οι μαθητές έβαλαν τα σχήματα μόνο στο τέλος του κειμένου που έγραψαν, βάζοντας συνδέσμους σε αυτά, σαν να θεωρούσαν ότι οι διάσπαρτες στο κείμενο εικόνες θα έκαναν την ανάγνωσή του πιο δύσκολη.

Όταν το κείμενο ξαναγράφτηκε ήταν κατανοητό, αλλά σε μερικές περιπτώσεις ήταν απαραίτητη η προφορική εξήγηση από την ομάδα “των ειδικών ” στο θέμα.

Οι ομάδες αντιμετώπισαν πρόβλημα όταν προετοιμάζαν το τεστ ελέγχου, θεωρώντας δύσκολο το εγχείρημα να αξιολογήσουν τους συμμαθητές τους και να σχεδιάσουν το τεστ. Μια από τις δύο ομάδες προτίμησε να μην το γράψει, ενώ η άλλη κλήθηκε να αντιμετωπίσει την αντίσταση των συμμαθητών τους που δεν δέχονταν να αξιολογηθούν από συμμαθητές τους από την “ομάδα ειδικών”.

Δραστηριότητα 3

Η δραστηριότητα συνδέθηκε με δεξιότητες ακρόασης και επικοινωνίας της προσοχής τόσο για τους μαθητές που έπρεπε να σχεδιάσουν όσο και για τον μαθητή που παρείχε τις οδηγίες. Επίσης επεσήμανε την δυσκολία των μαθητών να χρησιμοποιήσουν την κατάλληλη για το συγκεκριμένο θέμα γλώσσα. Αναφορικά όμως με τους μαθητές με μεταναστευτική καταγωγή δεν παρατηρήθηκαν πρόσθετες δυσκολίες (όλοι τους μετανάστες δεύτερης γενιάς).

Όσον αφορά στον «εκπαιδευτή» και την υπόλοιπη τάξη, αυτή η πρώτη εμπειρία έδειξε πολύ καθαρά τις ασάφειες που μπορεί να προέρχονται από ανακριβείς οδηγίες. Αποδείχθηκε πολύ δύσκολο για τον “εκπαιδευτή” να βρει μια λογική σειρά όταν έδινε τις οδηγίες για να σχεδιαστεί το επιθυμητό σχήμα. Η δυσκολία να χρησιμοποιηθεί ένα πιο ακριβές και σαφές γλωσσικό ρεπερτόριο σε σχέση με τη γλώσσα των καθημερινών τους συναλλαγών προκάλεσε καθυστερήσεις και συνεχείς προσαρμογές.

Τελικά, τα σχήματα που παρήγαγαν οι μαθητές ήταν πολύ διαφορετικά μεταξύ τους και απείχαν από το αναμενόμενο αποτέλεσμα. Αυτό το γεγονός έδωσε έναυσμα για μια συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης βασιζόμενη στις ακόλουθες ερωτήσεις: “Πώς εξηγείς ότι δεν ζωγραφήσατε όλοι το ίδιο σχήμα;”, “Γιατί σχεδιάστηκε σωστά το σχήμα που ήθελε ο εκπαιδευτής μόνο σε πολύ λίγες περιπτώσεις”;

Οι μαθητές με αρκετή επίγνωση αναγνώρισαν ότι η αιτία της αποτυχίας ήταν το ότι δεν κατείχαν καλά τη γλώσσα και ότι οι οδηγίες του εκπαιδευτή δεν ήταν πολύ καλές ώστε να σχεδιάσουν το σχήμα.

Οι μαθητές με διαφορετικό πολιτισμικό/γλωσσικό υπόβαθρο δεν εμφάνισαν ιδιαίτερες δυσκολίες στην υλοποίηση της δραστηριότητας, επειδή όλοι τους είχαν φοιτήσει στο Δημοτικό σχολείο στην Ιταλία και είχαν έτσι ήδη προσεγγίσει τα μαθηματικά από την αρχή της εκπαίδευσής τους στη χώρα αυτή.

Στη διάρκεια της δραστηριότητας, ο ρόλος του καθηγητή ήταν αυτός του διευκολυντή της διαδικασίας. Περιορίζε τον λόγο του/της στη συζήτηση ώστε να αναδυθούν οι έννοιες μέσα στην τάξη όσο πιο ανεξάρτητα γίνεται.

ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

από τους Marie-Hélène Le Yaouanq^{**} και Brigitte. Marin^{**}

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Όσον αφορά στη γραφή, ένας από τους στόχους που τίθενται από το Γαλλικό αναλυτικό πρόγραμμα του Γυμνασίου για τα μαθηματικά είναι “να εκπαιδευτούν οι μαθητές να διαβάζουν και να καταλαβαίνουν καλύτερα τα μαθηματικά κείμενα, και επίσης να παράγουν κείμενα τα οποία υπόκεινται σε σταδιακή βελτίωση”. Μπορούμε να δούμε τη Γεωμετρία ως ένα πεδίο για εργασία σε διαφορετικά επίπεδα: είτε αυτό της εκφοράς, της κατανόησης των δομημένων κειμένων είτε της επιχειρηματολογίας και του αποδεικτικού λόγου. Τα επίσημα κείμενα δίνουν έμφαση στη διαφοροποίηση του χρόνου για διερεύνηση και αιτιολόγηση από το χρόνο για την οργάνωση και τη γραφή της αιτιολόγησης. Επιμένουν να μην επιβάλλεται πολύ νωρίς ένα αυστηρό πλαίσιο ή ένα μοντέλο γραφής: “Η ελευθερία της γραφής είναι μια από τις βασικές κινητήριες δυνάμεις για να μάθει κανείς να γράφει. Αυτό επίσης ισχύει και για την απόδειξη” (Εργαλειοθήκη πόρων: “Raisonnement et démonstration pour le collègue”¹). Όσον αφορά στην αξιολόγηση των μαθητών, ζητείται καθαρά να διαχωριστούν οι δύο αυτοί τομείς ικανοτήτων και δίνονται παραδείγματα προς συζήτηση στους εκπαιδευόμενους.

^{**} ESPE - Université UPEC, Créteil, France.

¹ Titre du document officiel

media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf

Πολλές συνεδρίες επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών αφιερώνονται κάθε χρόνο στη γεωμετρία για το Γυμνάσιο καθώς συνιστά ένα σημαντικό μέρος του αναλυτικού προγράμματος και οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές, όπως επίσης και οι εκπαιδευτικοί στην εισαγωγή της παραγωγικής γεωμετρίας και της οργάνωσης της σκέψης είναι πολλές. Η επιμόρφωση βασίζεται σε ποικίλα θεωρητικά πλαίσια, όπως είναι τα διάφορα γεωμετρικά πρότυπα (Houdement και Kuzniak), οι αλλαγές στη γλωσσική ποικιλία της αναπαράστασης και η διαλεκτική εργαλείου-αντικειμένου (Douady).

ΧΤΙΖΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑ

Το αναλυτικό πρόγραμμα του Γυμνασίου δίνει πολύ ακριβείς οδηγίες:

«Πρέπει να δίνεται προσοχή στη γλώσσα και στις διάφορες σημασίες μιας λέξης».

«Ένας αποτελεσματικός τρόπος για να πεισθούν οι μαθητές για την αναγκαιότητα της ακρίβειας στη γλώσσα είναι η αλλαγή από το να “κάνω” στο να “βάζω να κάνουν κάτι για μένα”. Όμως, αυτή η απαίτηση δεν πρέπει να εμφανίζεται ως αυθαίρετη. Οι μαθητές μπορούν να γράψουν οδηγίες για να τις εκτελέσει κάποιος άλλος (για παράδειγμα, να απεικονίσουν ένα πολύπλοκο γεωμετρικό σχήμα έτσι ώστε να μπορεί να αναπαρασταθεί) ή να χρησιμοποιήσουν τον υπολογιστή για μια συγκεκριμένη επεξεργασία όπου η ανάγκη για ακρίβεια είναι απαραίτητη.

Ένα πρώτο μάθημα θα αφιερωθεί στο να αποκτήσουν οι μαθητές επίγνωση της πολυσημίας κάποιων μαθηματικών όρων.

Στο υπόλοιπο του μαθήματος θα ασχοληθούν με αυτό που αποκαλείται “τηλεφωνικά σχέδια” (ο πομπός δίνει οδηγίες σε έναν δέκτη ώστε να τον κάνει να σχεδιάσει ένα συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα) και τη χρήση ενός λογισμικού γεωμετρίας. Διάφορα πειράματα έχουν δείξει ότι οι μαθητές μπορούν να επικοινωνήσουν αποτελεσματικά στη γλώσσα τους, γράφοντας κείμενα που μολονότι δεν είναι ικανοποιητικά ούτε σε μαθηματική βάση, ούτε από γλωσσικής άποψης, δίνουν την δυνατότητα στο δέκτη να εκτελέσει το αναμενόμενο σχήμα. Η πραγματοποίηση του αναμενόμενου σχήματος επιβεβαιώνει έμμεσα το κείμενο του πομπού. Αυτό μπορεί να θέσει υπό αμφισβήτηση το ενδιαφέρον αυτής της εργασίας που θα χαρακτηριστεί αποκομμένη, καθώς στοχεύει μόνο στη γλωσσική ακρίβεια. Όμως, πολλές δεξιότητες διακυβεύονται σε αυτού του είδους τη δραστηριότητα: η ανάλυση ενός σχήματος, ο διαχωρισμός της απεικόνισης του σχήματος από τις χαρακτηριστικές του ιδιότητες, η ικανότητα αλλαγής της γλωσσικής ποικιλίας για την αναπαράσταση και η αποδόμηση του λόγου σε βασικές οδηγίες με συνάφεια και μεθοδικότητα.

Επιλέγεται λοιπόν να εφαρμοστεί μια τέτοια ακολουθία “τηλεφωνικών σχημάτων”, η οποία να εστιάζει όμως στο να παρέχει στους μαθητές τη δυνατότητα να βελτιώνουν σταδιακά τα κείμενά τους. Τρεις συνεδρίες καθορίστηκαν με αυτόν τον τρόπο:

-μια συνεδρία αφιερώθηκε στην παραγωγή και την λήψη των τηλεφωνικών σχημάτων. Η αντίθεση μεταξύ του σχήματος που δημιουργήθηκε και του αρχικού πρέπει να οδηγήσει σε ανάλυση των προβλημάτων που μπορεί να προέκυψαν, όπως

οι ελλειπείς πληροφορίες ή οι πληροφορίες που δόθηκαν σε ακατάλληλη σειρά. Η απουσία γλωσσικής ακρίβειας πιθανόν δεν θα αποτελέσει συστηματικά εμπόδιο στη σχεδίαση ενός σχήματος,

- μια συνεδρία σχεδιασμένη για τη δημιουργία σχημάτων με γεωμετρικό λογισμικό. Η αλγοριθμική διαδικασία χρειάζεται μια λίστα από βασικές οδηγίες που έχουν ετοιμαστεί από τη δουλειά της προηγούμενης συνεδρίας. Αυτό μπορεί να αποκαλύψει πιθανές ατέλειες ή στοιχεία που υπονοούνται στο παραγόμενο κείμενο, τα οποία δεν θα είχαν γίνει αντιληπτά κατά τη διάρκεια της κατασκευής ενός σχήματος με το χέρι. Επίσης, ο δυναμικός χαρακτήρας του λογισμικού δίνει τη δυνατότητα να επισημανθούν οι ιδιότητες του σχήματος και όχι μόνο η αποτύπωσή του ως συνολική μορφή, καθώς το σχήμα πρέπει να αντισταθεί στη μετατόπιση,

- μια τελευταία συνεδρία για να βελτιωθεί το κείμενο που παρήγαγαν οι μαθητές στην πρώτη συνεδρία. Μια συγκριτική ανάλυση των “κειμένων των ειδικών” που βρίσκονται σε σχολικά εγχειρίδια και των κειμένων που παρήγαγαν οι μαθητές πρέπει να οδηγήσει τους μαθητές στο να εντοπίσουν τις διαφορές και στη συνέχεια να ξαναγράψουν τα κείμενά τους.

Αυτή η ακολουθία δράσεων πραγματοποιείται στο τέλος του σχολικού έτους στην 7η τάξη. Συμμετέχουν αρκετοί αλλόγλωσσοι μαθητές που έχουν φτάσει πρόσφατα στη Γαλλία και η τάξη κάνει μια επιπλέον ώρα εξειδικευμένης διδασκαλίας με τον καθηγητή τους των μαθηματικών.

Η ΕΠΙΤΕΛΕΣΗ ΤΗΣ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΣ

Πρώτη συνεδρία: η πολυσημία των λέξεων

Η πρώτη εργασία σχετίζεται με την “κορυφή γωνίας”. Θεωρητικά αυτός ο όρος δεν φαίνεται δύσκολος· χρησιμοποιείται μάλλον για να ξεκαθαρίσει το θέμα της εργασίας.

Μετά εξετάζεται ο όρος “ύψος”. Οι έννοιες της μέτρησης ή του μεγέθους έρχονται αυθόρμητα στο μυαλό από την καθημερινή ζωή. Οι μαθητές δεν κατέχουν τον μαθηματικό ορισμό και το ύψος συγχέεται με τη διχοτόμο ή τη διάμεσο. Όλοι οι μαθητές θα συμφωνήσουν όταν ο καθηγητής ρωτάει αν το ύψος μπορεί να μετρηθεί στα μαθηματικά: δεν μπορεί, καθώς είναι μια ευθεία γραμμή. Ο τύπος του υπολογισμού για το εμβαδόν του τριγώνου τους υποχρεώνει να αναθεωρήσουν τις απόψεις τους και να προσέξουν μόνοι τους την πολυσημία της λέξης στα μαθηματικά.

Η συνεδρία τελειώνει με ένα παιχνίδι που είναι διαθέσιμο στο διαδίκτυο², το οποίο απαιτεί να ταιριάξουν έναν ορισμό από την πραγματική ζωή με έναν μαθηματικό ορισμό, όπου και για τα δυο χρησιμοποιείται η ίδια λέξη.

² <http://matoumatheux.ac-rennes.fr/tous/vocabulaire/mots2.htm>, available address on 2015 may

Οι μαθητές κρατούν σημειώσεις αυτόνομα σε χαρτί προτού κατασκευάσουν μια συλλογική περίληψη. Η συμμετοχή είναι σημαντική: γίνονται πολλές προτάσεις και υποστηρίζονται προφορικά πριν να ελεγχθούν στον υπολογιστή με την προβολή βίντεο.

Οι αλλόγλωσσοι μαθητές ενεπλάκησαν στο πρώτο μέρος της συνεδρίας· όμως, το δεύτερο μέρος ήταν πολύ δύσκολο γι' αυτούς. Ο καθηγητής θα ξαναγυρίσει σε κάποιες λέξεις κατά τη διάρκεια της ώρας της εξειδικευμένης διδασκαλίας και αρχίζει να κατασκευάζεται ένα γλωσσάριο.

Δεύτερη συνεδρία: “Τηλεφωνικά σχήματα”

Οι αλλόγλωσσοι μαθητές είχαν ήδη ασκηθεί στο πλαίσιο της ιδιαίτερης διδασκαλίας στις οδηγίες για την εκτέλεση των τηλεφωνικών σχημάτων. Τα σχήματα που προτείνονται είναι απλά και σχετίζονται με το αναλυτικό πρόγραμμα της 7^{ης} τάξης, στην οποία διδάσκονται το παραλληλόγραμμο, οι χαρακτηριστικές ιδιότητες του τετραγώνου, του ορθογώνιου και του ρόμβου.

Οι μαθητές δουλεύουν σε ζευγάρια και ο καθηγητής διαχωρίζει την εργασία, κυρίως προτείνοντας το τετράγωνο ως πρώτο σχήμα. Ο ρόμβος δίνεται μόνο σε τέσσερα ζευγάρια. Δυο μαθητές που είχαν έρθει πρόσφατα στη Γαλλία πρέπει να βάλουν λεζάντες σε ένα βίντεο κατασκευών, διαλέγοντας όρους από μια λίστα που τους δίνεται.

Κάθε πομπός παίρνει το όνομα ενός σχήματος και δίνει οδηγίες στο δέκτη ο οποίος τις σημειώνει, φτιάχνει το σχήμα, διατυπώνει τις όποιες αμφιβολίες του ή αναφέρει τις πληροφορίες που μπορεί να λείπουν. Στη συνέχεια οι μαθητές βλέπουν το σχήμα που έπρεπε να περιγράψουν και το σχήμα που έφτιαξαν. Αν το τετράγωνο πάντα οδηγεί σε τετράγωνο ή σε ορθογώνιο επειδή δεν αναφέρθηκαν τα μήκη, ο ρόμβος παράγει μια ποικιλία από σχήματα. Μόνο μια ομάδα καταλήγει με σωστή αναπαράσταση του ρόμβου, αρχίζοντας με τις διαγώνιές του. Όλες οι προσπάθειες από τις άλλες ομάδες οι οποίες βασίζονται στις πλευρές οδηγούν σε λάθος σχήματα, ακόμη και σε μη αναμενόμενα, όπως ένα εξάγωνο ή ένα τρίγωνο που συνδέεται με ένα ορθογώνιο.

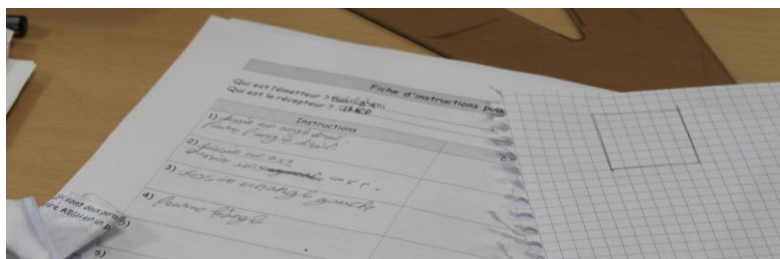
Στα περισσότερα από τα γραπτά κείμενα, το λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται δεν είναι μαθηματικό λεξιλόγιο. Για παράδειγμα, “σχεδιάστε μια ευθεία γραμμή” αντικαθιστά το “σχεδιάστε ένα ευθύγραμμο τμήμα”. Τρεις ομάδες μόνο χρησιμοποιούν αυθόρμητα γράμματα για να ονομάσουν σημεία ή ευθύγραμμα τμήματα.

Πολλοί μαθητές βασίζονται σε χωρικές αναφορές και οι όροι “οριζόντιος” και “κατακόρυφος” συχνά χρησιμοποιούνται για να πάρουν κάθετες γραμμές.

Έτσι, οι οδηγίες «σχεδιάσε μια οριζόντια γραμμή, σχεδιάσε μια κάθετη γραμμή/σχεδιάσε μια οριζόντια γραμμή/κλείσε τη γραμμή» οδηγεί τον δέκτη στην παραγωγή ενός τετραγώνου! Το γεγονός ότι το σχήμα δόθηκε στον πομπό με το

όνομά του και όχι με ένα σχέδιο πρέπει να έδωσε σημαντικές ενδείξεις στο δέκτη ο οποίος δημιούργησε ένα από τα σχήματα που γνωρίζει.

Το ίδιο ισχύει και για τη λίστα με οδηγίες που δόθηκαν από έναν αλλόγλωσσο μαθητή: “σχεδίασε μια δεξιά γωνία/ σχεδίασε έναν άξονα/ σχεδίασε μια αριστερή γωνία/ κλείσε τη γωνία”, με τις οποίες ο διπλανός του φτιάχνει ένα τετράγωνο.



Κάποιος μπορεί να αμφισβητήσει τη σημασία της “αριστερής γωνίας”: από την πολυσημία του όρου “δεξιός” προέκυψε πρόβλημα για τον αλλόγλωσσο μαθητή; Η αριστερή γωνία ή η δεξιά γωνία πρέπει να μπει στο αριστερό μέρος του σχεδίου; Όμως, αυτός ο μαθητής είναι ενήμερος ότι κάθε γωνία δεν είναι δεξιά γωνία.

Μόλις τελειώσει η εργασία, ο δέκτης και ο πομπός αλλάζουν ρόλους και προτείνεται ένα άλλο σχήμα το οποίο πολλά ζευγάρια δεν έχουν χρόνο για να ολοκληρώσουν.

Στην περίπτωση του ρόμβου γίνεται μια συλλογική περίληψη, βασισμένη στη λανθασμένη κατασκευή μιας ομάδας και σχεδιάζεται από τον καθηγητή στον πίνακα. Η λέξη “ύψος” δεν χρησιμοποιείται για την περιγραφή της κατασκευής του ύψους και, όταν το προτείνει ο καθηγητής, η ομάδα δεν το υιοθετεί. Οι μαθητές που σχεδίασαν το ρόμβο αρχίζοντας από τις διαγωνίους, προτείνουν έπειτα τη δική τους κατασκευή.

Τρίτη συνεδρία: κατασκευή με λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας

Οι μαθητές δουλεύουν σε ζευγάρια με το λογισμικό GeoGebra και καλούνται να δημιουργήσουν πρώτα ένα τετράγωνο, μετά ένα ρόμβο και τέλος ένα παραλληλόγραμμο. Δίνεται ένα επιπρόσθετο σχήμα στις πιο γρήγορες ομάδες και δυο ομάδες θα μπορέσουν να το κατασκευάσουν. Οι μαθητές πρέπει να γράψουν για τη λειτουργικότητα του λογισμικού που χρησιμοποιούν. Όλοι οι μαθητές σχεδιάζουν το τετράγωνο. Μερικοί χρησιμοποιούν τα εργαλεία της “διχοτόμησης” ή της “αξονικής συμμετρίας” για να δημιουργήσουν ένα ρόμβο πιο γρήγορα, χρησιμοποιώντας την περίληψη της προηγούμενης συνεδρίας για να σχεδιάσουν πρώτα τις διαγώνιες γραμμές. Οι υπόλοιποι κάνουν πολλή ώρα για να κατασκευάσουν ένα ρόμβο, καθώς αρκετές κατασκευές έπρεπε να ληφθούν υπόψη για το ίδιο αντικείμενο. Οι περισσότεροι μαθητές ανακοινώνουν ότι η τελευταία συνεδρία τους βοήθησε να κάνουν αυτή την εργασία. Αντίθετα, κάποιοι αλλόγλωσσοι μαθητές που κράτησαν τα γαλλικά ως γλώσσα εργασίας για το λογισμικό προτείνουν ότι θα ήταν καλύτερο γι' αυτούς να αρχίσουν να δουλεύουν με το λογισμικό για να βρουν τις λέξεις που χρησιμοποιούνται και να γράψουν τις οδηγίες μετά. Η οπτική διάσταση των απεικονίσεων καθώς και η ανατροφοδότηση

από το λογισμικό δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να φτιάξουν ένα σχήμα αυτόνομα και να μάθουν να βρίσκουν το αντίστοιχο μαθηματικό λεξιλόγιο.

Τέταρτη συνεδρία: Βελτιώνοντας τα κείμενα

Ο καθηγητής των Γαλλικών της τάξης διδάσκει αυτό το μάθημα μαζί με τον καθηγητή των μαθηματικών.

Αφού συγκρίνουν τα κείμενά τους με ένα “άρτιο κείμενο”, οι μαθητές αναγνωρίζουν τους ρηματικούς τύπους, στην προστακτική, ενικού ή πληθυντικού, ή στο απαρέμφατο. Άλλοι μαθητές επικεντρώνονται στο λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται και στη χρήση του “σημειώνω” ή “σχεδιάζω” στα άρθια κείμενα, εξετάζοντας τη διαφορά. Ακολουθεί συζήτηση στην τάξη για να εξηγηθεί η διαφορά και να αναδειχθεί η ακρίβεια του λεξιλογίου.

Οι μαθητές ξαναγράφουν το πρόγραμμα κατασκευής τους.

A la façon d'un livre de mathématiques	
Te voilà professeur et rédacteur dans un livre de mathématiques. Tu dois essayer de faire dessiner les figures ci-dessous à l'aide d'une consigne. Bien évidemment, les mots « carré », « rectangle » et « losange » ne peuvent être utilisés.	
Figure	Instructions
CARRÉ	a) Trace un segment $[AB]$ de ^{quatre} centimètres. b) Trace une perpendiculaire à $[AB]$ qui passe par A. c) Place le point D sur la perpendiculaire à ^{quatre} centimètres de A. d) Trace une perpendiculaire qui passe par B. e) Place le point C sur la perpendiculaire à ^{quatre} centimètres de B. f) Trace un segment entre C et D.

Στην προσπάθειά τους να εκτελέσουν το παραγόμενο πρόγραμμα, ο καθηγητής των Γαλλικών χρησιμοποιείται ως πειραματόζωο από μερικές ομάδες τόσο ως προς τη μαθηματική διάσταση όσο και τη γλωσσική. Πλούσιες αλληλεπιδράσεις επιτρέπουν περαιτέρω βελτίωση.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

“Παραμένουν κάποιες ανακρίβειες, αλλά νομίζω ότι υπάρχει πραγματική πρόοδος σε σύγκριση με την πρώτη συνεδρία όπου τα γραπτά κείμενα που προέκυψαν από τα τηλεφωνικά σχήματα δεν ήταν καλά”, δηλώνει ο καθηγητής των μαθηματικών στο τέλος της συνεδρίας.

Τα κείμενα δεν είναι ακόμα τέλεια αλλά οι πληροφορίες που δόθηκαν είναι συχνά πιο λεπτομερείς και δεν αναφέρονται σε κάποιο χωρικό προσδιορισμό. Αρχίζουν με ξεκάθαρες οδηγίες (“Σημείωσε”, “Σχεδίασε”, ...) και το μαθηματικό λεξιλόγιο χρησιμοποιείται πολύ πιο συχνά. Τα σημεία και τα ευθύγραμμα τμήματα συχνά ονομάζονται ώστε να είναι απλές και ξεκάθαρες οι οδηγίες.

Συγκρίνοντας τα κείμενά τους με άρτια κείμενα, (κείμενα ειδικών) οι μαθητές βρήκαν μόνοι τους το σχήμα που ένα κατασκευαστικό πρόγραμμα πρέπει να έχει, χωρίς να τους επιβάλλει ο καθηγητής ένα αυθαίρετο και αυστηρό πλαίσιο. Χωρίς να ακολουθούν συγκεκριμένους περιορισμούς, μπόρεσαν να συγκροτήσουν το είδος του κειμένου που έπρεπε να κατασκευάσουν.

Η διαδικασία αυτή μπορεί, υπό συγκεκριμένες προϋποθέσεις, να βοηθήσει τους μαθητές μελλοντικά να κατανοούν καλύτερα τις οδηγίες.

Τέλος, το αίτημα να μεταδώσουν ένα οργανωμένο σύνολο νοημάτων, δηλαδή ένα κείμενο σε έναν άλλο μαθητή ή ένα λογισμικό και η παρατήρηση του αποτελέσματος καθιστά την πράξη της γραφής κειμένου και της αναθεώρησής του, μια πράξη με νόημα για τους μαθητές. Η διαδικασία όμως αυτή απαιτεί χρόνο· τα σχήματα πρέπει να είναι απλά και τα παραγόμενα κείμενα πρέπει να παραμείνουν σύντομα. Πρόκειται όμως για απαραίτητη διαδικασία, καθώς οι περισσότεροι μαθητές δεν ανακαλύπτουν μόνοι τους τα χαρακτηριστικά τέτοιων μαθηματικών κειμένων ώστε να τα χρησιμοποιήσουν αυτόνομα όταν χρειαστεί. Η στάση τους αυτή δηλώνεται από την κακή ποιότητα των περισσότερων αρχικών κειμένων στο τέλος της 7^{ης} τάξης. Θα χρειάζονταν σίγουρα περισσότερα μαθήματα για να αναπτύξουν και να ενδυναμώσουν τις δεξιότητές τους στη γραφή μαθηματικών κειμένων με την παραγωγή και άλλων κειμένων, διαφορετικών από τα κείμενα που ζητήθηκαν στο πλαίσιο αυτής της ενότητας. Επίσης, η ικανότητα ελέγχου της επικοινωνίας στα μαθηματικά συνδέεται με τη μαθηματική γνώση και η γραφή με τις συνεχείς αναθεωρήσεις που συνεπάγεται επιτρέπει παράλληλα την εργασία αναφορικά με την ίδια τη μαθηματική γνώση.

References

- Duval R. (2000), *Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques*, Duval R. (2000), *Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 20, n° 2.
- IREM de Strasbourg (2002), *Ressources pour le programme de sixième*, (brochure avec un CD contenant des activités directement utilisables pour les élèves).
- Pluvinaud F. (2000), *Mathématiques et maîtrise de la langue, Repères IREM*, n° 39.
- Pudelko B. et Legros D. (2000), *J'écris donc j'apprends, Cahiers pédagogiques*, n° 388 – 389.

Δραστηριότητες λεκτικών προβλημάτων

από τις Χαρούλα Σταθοπούλου^{***}, Ελένη Γκανά^{***} και Ioannis Fovos

Εισαγωγή (Γενικές πληροφορίες)

Η διδακτική παρέμβαση εφαρμόστηκε σε δυο διαφορετικά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα με αντίστοιχες ομάδες μαθητών. Η πρώτη ομάδα αποτελούνταν από 20 μαθητές της 1ης τάξης του 6ου Γυμνασίου Βόλου (ηλικίας 12-13 ετών), επτά από τους οποίους ήταν Ρομά. Η δεύτερη ομάδα αποτελούνταν από κρατούμενους (ηλικίας 17-21 ετών) που παρακολουθούν τη 2η και την 3η τάξη του Γυμνασίου που λειτουργεί μέσα σε ένα κέντρο κράτησης. Η πλειονότητα των μαθητών σε αυτή την ομάδα είναι μαθητές που προέρχονται από Ασιατικές, Αφρικανικές και Ευρωπαϊκές χώρες, έχουν ζήσει στην Ελλάδα από μερικά ως πολλά χρόνια και μπορούν να επικοινωνήσουν από πολύ λίγο ως πολύ καλά στην Ελληνική γλώσσα. Η διδακτική δοκιμή έγινε από τον καθηγητή των μαθηματικών των τάξεων, τον κύριο Ιωάννη Φόβο, ο οποίος δίδασκε μαθηματικά και στα δυο σχολεία. Είχε 25 χρόνια διδακτική εμπειρία στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, και συγκεκριμένα 12 χρόνια εμπειρία στη διδασκαλία των μαθηματικών σε σχολικό περιβάλλον που λειτουργεί μέσα σε φυλακές. Στη δεύτερη περίπτωση, η δοκιμή των δραστηριοτήτων έγινε με τη συνεργασία της καθηγήτριας των Ελληνικών του σχολείου, κυρίας Άννας Γεωργίου, η οποία είχε προηγουμένως ενημερωθεί και είχε προετοιμαστεί για αυτή τη διδακτική παρέμβαση.

Δοκιμή στην τάξη

Δοκιμή στην 1^η ομάδα: 1η τάξη του 6ου Γυμνασίου

Στην 1η διδακτική ώρα, ο εκπαιδευτικός ενημέρωσε την ολομέλεια της τάξης ότι στο πλαίσιο της διδασκαλίας πρόκειται να εξερευνήσουν και να αναστοχαστούν στη γλώσσα των μαθηματικών και τις σχέσεις της με τη γλώσσα που χρησιμοποιούμε στις καθημερινές μας συναλλαγές. Στη συνέχεια οι μαθητές(ριες) χωρίστηκαν σε ομάδες των 3 ή 4 μαθητών(ριών). Τους δόθηκε ένα φύλλο εργασίας με τρεις δραστηριότητες και μία σελίδα που περιείχε τμήματα κειμένου από το σχολικό βιβλίο των μαθηματικών, από την ενότητα «τα τετράπλευρα σχήματα» (παραλληλόγραμμο – ορθογώνιο – ρόμβος - τετράγωνο – τραπέζιο – ισοσκελές τραπέζιο).

Στην πρώτη δραστηριότητα οι μαθητές ανατρέχουν στην εμπειρία τους και ανακαλούν λέξεις που συναντάμε στα μαθηματικά και στην καθημερινή ζωή και οι οποίες έχουν την ίδια ή διαφορετική σημασία για κάθε πεδίο. Όλες οι ομάδες συνεισφέρουν με λέξεις/ ερμηνεία λέξεων και ο εκπαιδευτικός καταγράφει στον πίνακα τις λέξεις. Στη συνέχεια εντοπίζονται στο γραπτό κείμενο λέξεις των

^{***} Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στη καθημερινότητα με την ίδια ή διαφορετική σημασία (2^η δραστηριότητα). Στην 2^η *διδασκτική ώρα* οι μαθητές εργάζονται πάνω σ' ένα λεκτικό πρόβλημα, που τους δόθηκε και στο τέλος κατασκευάζουν ένα δικό τους, το οποίο και λύνουν. Η δημιουργία προβλήματος προκάλεσε το ενδιαφέρον των μαθητών καθώς ήταν η πρώτη φορά που έπρεπε οι ίδιοι να μουν στη λογική της κατασκευής ενός προβλήματος, αντί να το λύσουν. Στο διαφορετικό πλαίσιο μαθηματικής εμπλοκής που τους προτείνεται οι μαθητές αντιδρούν με σχετική ανασφάλεια και απευθύνονται με μεγαλύτερη συχνότητα στον εκπαιδευτικό για να υποστηρίξει ή να ελέγξει τις αποφάσεις τους. Παράλληλα όμως προκύπτει μεγαλύτερη διάθεση για συνεργασία στην ομάδα και ανταλλαγή απόψεων για τον τρόπο που θα διατύπωναν λεκτικά τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες.

Δοκιμή 2^{ης} ομάδας: Σχολείο μέσα σε κέντρο κράτησης

Στο σχολείο που λειτουργεί εντός του ιδρύματος η εφαρμογή της δραστηριότητας των λεκτικών προβλημάτων ακολούθησε τα ίδια βήματα και εργαλεία διδασκαλίας. Το ενδιαφέρον όμως των μαθητών-τροφίμων για τον επικοινωνιακό προσανατολισμό της δραστηριότητας ήταν ιδιαίτερα μεγάλο και η συμμετοχή στις συζητήσεις τόσο στο πλαίσιο της ολομέλειας όσο και μέσα στις ομάδες ήταν καθολική.

1^η διδασκτική ώρα: Η ανάκληση λέξεων μαθηματικού λόγου που χρησιμοποιούνται επίσης στην καθημερινότητα (1^η δραστηριότητα του φύλλου εργασίας), όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο, δυσκόλεψε τους μαθητές με περιορισμένους πόρους στην ελληνική γλώσσα. Η συσχέτιση των δύο πεδίων χρήσης της γλώσσας απαιτούσε αφαιρετικές νοητικές διαδικασίες σε σχέση με τον απόλυτα πλαισιωμένη εμπειρία τους ως προς τη χρήση της ελληνικής. Ο εκπαιδευτικός των μαθηματικών υποστηρίζει τη διαδικασία με κατευθυνόμενες ερωτήσεις και λεκτικές νύξεις, και η εκπαιδευτικός της γλώσσας προσφέρει αντίστοιχη βοήθεια ανατρέχοντας σε γλωσσικά κείμενα που είχαν μελετηθεί στη τάξη. Η δεύτερη και η τρίτη φάση της δραστηριότητας (αναγνώριση λέξεων στο γραπτό κείμενο, συσχέτιση σημασίας με καθημερινή γλώσσα και την αντίστοιχη λέξη στην πρώτη γλώσσα) υποστηρίζει μια δυναμική αλληλεπίδραση ανάμεσα στα μέλη της ομάδας. Οι μαθητές συναλλάσσονται για να εντοπίσουν τις λέξεις και να συσχετίσουν τη σημασία της στα διαφορετικά πλαίσια χρήσης τους. Μαθητές που διαθέτουν περισσότερους πόρους στην ελληνική γλώσσα λειτουργούν διαμεσολαβητικά αποδίδοντας λέξεις του κειμένου στη γλώσσα καταγωγής τους και υποστηρίζοντας με τον τρόπο αυτό την πρόσβαση στον μαθηματικό λόγο των πιο αδύναμων μαθητών.

2^η διδασκτική ώρα: Η ολομέλεια της τάξης μελετά ένα λεκτικό πρόβλημα. Αναγνωρίζονται και μοντελοποιούνται οι γλωσσικές διαδικασίες που συνδέονται με το κειμενικό είδος του λεκτικού προβλήματος. Στη συνέχεια, δημιουργούνται ομάδες από τους ίδιους τους μαθητές που συγκροτούνται στη βάση της κοινής γλώσσας καταγωγής τους. Κάθε ομάδα αναλαμβάνει να δημιουργήσει το δικό της λεκτικό πρόβλημα. Οι μαθητές διαπραγματεύονται μεταξύ τους τόσο το μαθηματικό

περιεχόμενο του προβλήματος που θα κατασκευάσουν, όσο και τον τρόπο διατύπωσής του, δηλαδή την επιλογή του μαθηματικού λεξιλογίου και την κειμενική οργάνωση του λεκτικού προβλήματος. Η συζήτηση στις ομάδες συχνά κινείται «ανάμεσα» σε δύο γλώσσες (ελληνικά και πρώτη γλώσσα των μαθητών) και αφορά κυρίως στην προσπάθεια τους για αποσαφήνιση μαθηματικών εννοιών, αλλά επίσης αφορά στην επιλογή της κατάλληλης έκφρασης στο πλαίσιο του μαθηματικού λόγου. Ο εκπαιδευτικός όταν καλείται να υποστηρίξει τους μαθητές, ενημερώνεται για τις εναλλακτικές προτάσεις και καθοδηγεί παραγωγικά τους μαθητές ώστε να αποφασίσουν οι ίδιοι για την τελική λεκτική επιλογή.

Συμπεράσματα

Η δραστηριότητα των λεκτικών προβλημάτων υποστήριξε διαδικασίες συνειδητού αναστοχασμού των σχέσεων του μαθηματικού λόγου με την καθημερινή γλώσσα για όλους τους μαθητές, φυσικούς και μη φυσικούς ομιλητές της ελληνικής γλώσσας. Ειδικότερα, οι μαθητές που διδάσκονταν τα μαθηματικά σε δεύτερη γι' αυτούς γλώσσα θεώρησαν τη δραστηριότητα ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και παραγωγική, γιατί τους επέτρεψε να συσχετίσουν και να αποσαφηνίσουν τις σημασίες που αποκτούσαν οι λέξεις ανάλογα με το πλαίσιο εμφάνισής τους, δηλαδή στο μαθηματικό ή στο καθημερινό πεδίο της επικοινωνίας. Οι μαθητές αυτοί επισήμαναν επίσης ότι πολλές φορές προσπαθούσαν μόνοι τους να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες με βάση την πρώτη τους γλώσσα, αλλά δεν τους ήταν πάντοτε εύκολο. Η επικύρωση της διαγλωσσικότητας (translanguaging) μέσα στην τάξη τους έδωσε τη δυνατότητα να κατανοήσουν περισσότερους μαθηματικούς όρους και έννοιες, αν και στηρίχθηκαν μόνο στην μετάφραση που δόθηκε από ομόγλωσσους συμμαθητές τους, λόγω των περιορισμών του σωφρονιστικού ιδρύματος.³ Ο εκπαιδευτικός αναγνώρισε ότι σε μελλοντικό σχεδιασμό αντίστοιχων δραστηριοτήτων θα προβλέψει ώστε να δώσει στους μαθητές σε φωτοτυπίες μεταφράσεις των όρων στην γλώσσα τους.

Συμπερασματικά, τόσο ο εκπαιδευτικός όσο και οι μαθητές βρήκαν ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα και χρήσιμη την κατασκευή λεκτικού προβλήματος από τους ίδιους τους μαθητές. Οι μαθητές ανέφεραν πόσο χρήσιμη και ενδιαφέρουσα ήταν γι' αυτούς η προσπάθεια να «μεταφέρουν» μια περίπτωση και έναν μαθηματικό προβληματισμό σε κατάλληλο (μαθηματικό) λόγο. Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, η πιλοτική εφαρμογή της δραστηριότητας αποτέλεσε μια καλή αφορμή για το σχεδιασμό αντίστοιχων δραστηριοτήτων με λεκτικά προβλήματα.

3 Με αφορμή τη δραστηριότητα, η τάξη συζήτησε τους περιορισμούς που επέβαλε το σωφρονιστικό σύστημα στη δικτυακή πρόσβαση των μαθητών σε κείμενα στην γλώσσα τους, και συντάχθηκε αίτημα για να επιτραπεί η χρήση του διαδικτύου για διδακτικούς σκοπούς.

Συμπεράσματα από τις τρεις πιλοτικές εφαρμογές

από Roberto Peroni****

Η γλώσσα είναι το πιο σταθερό, διαδεδομένο εργαλείο μέσω του οποίου επιτελείται η πολιτισμική επικοινωνία και η ανάπτυξη της ανθρώπινης νόησης. Κάθε περιεχόμενο και κάθε αλληλεπίδραση απαιτείται να οργανωθεί γλωσσικά.

Η σχέση μεταξύ Μαθηματικών και Γλώσσας είναι ιδιαίτερα σημαντική, επειδή κάθε ανθρώπινη γλώσσα είναι « ένα σύστημα όπου όλα (ή σχεδόν όλα) συνδέονται μεταξύ τους» (de Saussure και Meillet), και επίσης επειδή τα ίδια τα Μαθηματικά αποτελούν μια αυστηρά δομημένη γλώσσα, με εξειδικευμένο λεξιλόγιο και επίσης ιεραρχική σύνταξη.

Το Πρόγραμμα M3EaL επικεντρώνεται σε τάξεις μαθηματικών και μελετά τις σχέσεις που διέπουν τη γλώσσα με τις ακόλουθες τρεις παραμέτρους: τα Μαθηματικά, τη Μετανάστευση και την Πολυπολιτισμικότητα.

Αυτή η διδακτική ενότητα απευθύνεται σε μία συγκεκριμένη συνθήκη που αναδεικνύει τη σχέση (την απόσταση) ανάμεσα στην καθημερινή γλώσσα και στο μαθηματικό λόγο. Στο πλαίσιο της πολυπολιτισμικής τάξης, η σχέση αυτή συνδέεται επίσης με την αντίθεση ανάμεσα στη διαφορετική γλώσσα καταγωγής που φέρουν ορισμένοι μαθητές (Μειονοτικές γλώσσες) και τη γλώσσα διδασκαλίας, η οποία αποτελεί για τους μαθητές αυτούς μια δεύτερη γλώσσα ενώ για την πλειονότητα των μαθητών της τάξης την πρώτη τους γλώσσα.

Οι αναφορές από τις τρεις πιλοτικές αναφορές που έγιναν στη διδακτική αυτή ενότητα περιγράφουν με λεπτομέρεια περίπλοκα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα στα οποία συμμετέχουν μαθητές μεταναστευτικού υπόβαθρου, οι οποίοι είναι φυσικοί ομιλητές γλωσσών από την Ανατολική Ευρώπη, την Αφρική, την Ασία. Η πιλοτική εφαρμογή που έγινε στην Ελλάδα αναφέρεται σε τάξεις στις οποίες φοιτούν και μαθητές Ρομά, όπως επίσης σε τάξεις με μαθητές ποικίλου γλωσσικού και πολιτισμικού υποβάθρου (7-21 ετών) που παρακολουθούν τη 2η και την 3η τάξη Γυμνασίου που λειτουργεί μέσα σε κέντρο κράτησης.

Ο κάθε μαθητής από αυτούς πρέπει να “μαθαίνει πώς να μαθαίνει σε μια δεύτερη γλώσσα” (Gibbons, 1993)· και εάν η έρευνα στις νευροπιστήμες αποκάλυψε μια σύνθετη σχέση γλώσσας και μαθηματικών συνδέοντας τα γλωσσικά κέντρα στην περιοχή του εγκεφάλου γύρω από τις πτυχές *sylvian* με τον ακριβή υπολογισμό (Dehaene et al., 1999), και τις περιοχές εντός του κροτάφου να εμπλέκονται στις διεργασίες προσέγγισης και τη σύγκριση ποσοτήτων (Dehaene et al., 2004), μια πρόσφατη μελέτη fMRI (Wang et al., 2007) σε Κινέζους μαθητές που μαθαίνουν Αγγλικά επιχειρηματολογεί ότι, σε σύγκριση με τη Γ1, οι υπολογισμοί στη Γ2

**** CAFRE – University of Pisa, Italy

μπορούν να κατακτηθούν μέσα από το σύστημα της Γ1, ότι είναι δηλαδή γλωσσικά εξαρτώμενοι, εμπλέκοντας, όμως επιπρόσθετη ενεργοποίηση νευρώνων, ειδικά στο αριστερό ημισφαίριο που περιλαμβάνει την κατώτερη μετωπιαία έλικα (περιοχή Broca).

Από την πλευρά του εκπαιδευτικού, οι στόχοι που τίθενται είναι υψηλοί και περίπλοκοι: θετικές αξίες για τις διαφορετικές κουλτούρες· δημιουργία συνθηκών διαπολιτισμικού διαλόγου στην τάξη και συμπεριληπτικού (inclusive) παιδαγωγικού πλαισίου· ανάπτυξη κριτικής στάσης αναφορικά με τη χρήση της γλώσσας και τις ερμηνείες της· και βέβαια, διδασκαλία των μαθηματικών, δηλαδή βελτίωση της ικανότητας των μαθητών να κατανοήσουν και να επεξεργαστούν τον μαθηματικό λόγο όπως επίσης δυνατότητα να συμμετέχουν στην επικοινωνία της τάξης μέσα από τις κατάλληλες και καλοσχεδιασμένες διδακτικές προσεγγίσεις.

Οι προτεινόμενες και πιλοτικά εφαρμοσμένες δραστηριότητες έχουν έναν σαφή πολυπολιτισμικό χαρακτήρα. Ως σημαντικά κοινά χαρακτηριστικά όλων των πιλοτικών εφαρμογών αναδεικνύονται: η ανάλυση (προφορική και γραπτή) τμήματος του βιβλίου, και η ανάλυση (προφορική και γραπτή) ενός “λεκτικού προβλήματος” που διατυπώνεται στη βάση των μαθηματικών στόχων του επίσημου προγράμματος. Σκοπός της ανάλυσης είναι η αναζήτηση δύσκολων λέξεων και/ή προτάσεων και ο στοχασμός επί του νοήματος μέσω επίκλησης στην εμπειρία του καθημερινού λόγου και μετάφρασης στις γλώσσες των μαθητών. Επίσης σε όλες τις πιλοτικές εφαρμογές υπάρχει αναζήτηση του τεχνικού μαθηματικού νοήματος. Ειδικότερα, η διάσταση αυτή προωθείται στην πιλοτική εφαρμογή της Γαλλίας, όπου εμφανίζεται μέριμνα για την αποφυγή παρανοήσεων από την πολυσημία των λέξεων. Για παράδειγμα, «κορυφή» “ύψος”, “ορθή γωνία”.

Δραστηριότητες στοχασμού σε γεωμετρικά σχήματα (τετράπλευρα σχήματα) βρίσκονται και στις τρεις πιλοτικές εφαρμογές. Στην εφαρμογή της Ιταλίας (Πίζα) και στη Γαλλική εφαρμογή οι δραστηριότητες αυτές προωθούνται μέσα από μια παιδαγωγική προσομοίωση που παραπέμπει σε «τηλεφωνική κοινοποίηση στοιχείων». Στο πλαίσιο της γίνεται προσπάθεια ώστε οι μαθητές να έχουν καλύτερο έλεγχο της γλώσσας και να δώσουν ακριβείς οδηγίες ώστε το σχήμα που αναμένεται να κατασκευάσουν οι ακροατές τους να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο αναμενόμενο. Επίσης στη εφαρμογή που υλοποίησε η ομάδα του Πανεπιστημίου Paris-Créteil, οι μαθητές δουλεύουν σε ζευγάρια στο λογισμικό GeoGebra για να δομήσουν σχήματα, με κάποιο μικρό πλεονέκτημα στην γνώση της γαλλικής γλώσσας (γλώσσα εργασίας του λογισμικού) για τους αλλόφωνους μαθητές.

Η διδασκαλία της ενότητας έγινε σε αρκετά μαθήματα. Αν και ορισμένες ανακρίβειες στο λόγο των μαθητών δεν έχουν εξαλειφθεί πλήρως, συγκρίνοντας την επιτέλεση των μαθητών στα τελευταία μαθήματα σε σχέση με τα αρχικά εμφανίζεται σημαντική πρόοδος. Στις πρώτες φάσεις η γραφή των στοιχείων «της τηλεφωνικής κοινοποίησης» ήταν ιδιαίτερα φτωχή, ενώ στα τελικά κείμενα των μαθητών, παρόλες τις ατέλειές τους, δηλώνονται με σαφήνεια εντολές, όπως “σημείωσε”,

“σχεδίασε”, “σύνδεσε”, “χώρισε” κλπ., το μαθηματικό λεξιλόγιο χρησιμοποιείται με μεγαλύτερη συχνότητα και τα σημεία, όπως και τα ευθύγραμμα τμήματα ονοματίζονται με σκοπό την απλοποίηση και αποσαφήνιση των οδηγιών.

Σε όλες τις παραπάνω δραστηριότητες ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει να διευκολύνει τους μαθητές. Κάθε ομάδα απευθύνεται σ’ αυτόν για μαθηματικά και γλωσσικά ζητήματα που αντιμετωπίζει: η περαιτέρω αλληλεπίδραση επιτρέπει στους μαθητές περισσότερη βελτίωση, και είναι ξεκάθαρο ότι κάθε βήμα που κάνουν προς τον έλεγχο της επικοινωνίας στα μαθηματικά συνδέεται και επίσης με ένα ανάλογο βήμα στην κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης.

Συμπερασματικά, η εμπειρία από τις τρεις πιλοτικές εφαρμογές δείχνει ότι:

- a. Οι διαγλωσσικές δραστηριότητες σε νοήματα λέξεων και σχημάτων υποστηρίζουν διαδικασίες συνειδητής σκέψης αναφορικά με τη σχέση ανάμεσα στη γλώσσα των μαθηματικών και την καθημερινή γλώσσα όλων των μαθητών, φυσικών και μη φυσικών ομιλητών (ιταλικά, γαλλικά και ελληνικά αντίστοιχα). Επιπλέον, οι δραστηριότητες που αφορούσαν στη σημασία λέξεων και στο ειδικότερο νόημα που αποκτούσαν στο κείμενο θεωρήθηκαν ιδιαίτερα παραγωγικές από τους μαθητές που διδάσκονταν μαθηματικά στη δεύτερη γλώσσα, καθώς τους επέτρεπαν να συσχετίσουν τις σημασίες των λέξεων με τα διαφορετικά περιεχόμενα: τη μαθηματική ή την καθημερινή γλώσσα επικοινωνίας.
- b. Οι δραστηριότητες κατασκευής σχημάτων δεν υποστηρίζουν εντελώς συμβατικές διεργασίες. Συνδέουν το πιο αφηρημένο, συμβολικό επίπεδο με την ρεαλιστική κίνηση και τη χειρωνακία και με την έννοια αυτή γειώνουν την αφηρημένη γνώση (Bates et al., 1979), (Arzarello et al., 2009), (Alibali et al., 2014), (Novack & Goldin-Meadow, 2015).
- c. Καλοσχεδιασμένες και καθοδηγούμενες διαγλωσσικές δραστηριότητες επιτρέπουν μεγαλύτερη συμμετοχή των μαθητών που προέρχονται από διαφορετικό γλωσσικό και πολιτισμικό υπόβαθρο, δημιουργώντας έτσι συνθήκες πολιτισμικού διαλόγου μέσα στην τάξη, και δυναμικές για επέκτασή τους και εκτός σχολείου.

Βιβλιογραφία

- Alibali, M.W., Nathan, M.J., Wolfgram, M.S., Breckinridge Church, R., Jacobs, S.A., Johnson Martinez, Ch. & Knuth, E.J. (2014). How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: a Corpus Analysis, *Cognition and Instruction*, 32 (1), pp. 65-100
- Arzarello, F., Di Paola, B., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as Semiotic Resources in the Mathematics Classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), pp. 97-109.
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I , Camaioni, L. & Volterra, V. (1979). The Emergence of Symbols: Cognition and Communication in Infancy. New York: Academic Press.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence, *Science*, 284, pp. 970-974.

- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L. & Wilson, A.J (2004). Arithmetic and the Brain, *Current Opinion in Neurobiology*, 14, pp. 218-224.
- Gibbons, P. (1993). *Learning to Learn in a Second Language*. Portsmouth, NH.: Heinemann.
- Novack, M. and Goldin-Meadow, S. (2015). Learning from Gesture: How our Hands Change our Minds, *Educational Psychology Review*. New York: Springer.
- Wang, Y., Lin, L., Kuhl, P. & Hirsch, J. (2007). Mathematical and Linguistic Processing Differs between Native and Second Languages: an fMRI Study, *Brain Imaging and Behavior* 1, pp. 68-82.