

PADRONEGGIARE LA MATEMATICA, LA LINGUA PRINCIPALE E LE LINGUE MINORITARIE

di Franco Favilli*

INTRODUZIONE

Poco è stato fatto in Europa riguardo all'insegnamento della matematica in contesti di multiculturalità. Le differenti lingue e culture che possono essere presenti nell'aula rendono il processo di insegnamento/apprendimento ancora più arduo di quanto già sia, specialmente per alunni di cultura minoritaria e/o con un retroterra di migrazione o per gli alunni rom.

Viene qui descritta una unità didattica. Il suo obiettivo è di fornire gli insegnanti con uno strumento per aiutare i loro alunni a superare la barriera all'apprendimento rappresentato dal contrasto fra la semplicità della lingua dell'aula e la complessità del linguaggio della matematica. In effetti, gli insegnanti devono tener conto del fatto che la lingua usata nella classe è un elemento di ulteriore difficoltà per gli alunni di culture minoritarie con una lingua nativa differente.

Il gruppo destinatario primario sono gli insegnanti di matematica di scuola primaria e secondaria di primo grado in aree socio-culturalmente diverse, mentre il gruppo destinatario secondario consiste conseguentemente negli studenti appartenenti a minoranze culturali e/o a gruppi culturalmente deprivati.

Obiettivi educativi

Gli obiettivi educativi dell'unità didattica possono essere sommariamente divisi in obiettivi generali e obiettivi matematici.

Fra gli **obiettivi generali** possono essere considerati i seguenti:

* CAFRE – Università di Pisa, Italia

- Consapevolezza dei valori positivi delle culture diverse dalle nostre;
- Creazione di condizioni favorevoli per un dialogo interculturale nell'aula e un contesto educativo inclusivo tramite l'uso di lingue e strumenti pedagogici differenti;
- Sviluppo di consapevolezza e atteggiamenti critici nei confronti dell'uso della lingua e della sua interpretazione;
- Consapevolezza del ruolo giocato dall'utilizzo di un linguaggio specifico e non ambiguo nell'insegnamento della materia;
- Capacità di esprimere la ragione delle scelte fatte e poste in essere durante lo svolgimento dell'attività;
- Riconoscimento della necessità di riflettere sui testi e sul ruolo giocato dalle parole;
- Aumento dell'abilità degli alunni di comprendere e lavorare sui testi;
- Più profonda comprensione di un testo scritto da parte degli alunni stranieri;
- Rispetto da parte degli alunni dei differenti tempi di lavoro dei compagni;
- Favorire le relazioni sociali nei lavori di gruppo;
- Sviluppo dell'autonomia degli alunni.

Fra gli *obiettivi matematici* possono essere considerati:

- Crescita della capacità degli alunni di comprendere ed elaborare il discorso matematico;
- Miglioramento dell'abilità di leggere e comprendere libri di testo e problemi di matematica;
- Migliore uso del linguaggio matematico;
- Rafforzamento della conoscenza del glossario matematico;
- Sviluppo dell'abilità di trovare un equilibrio appropriato fra la lingua naturale e il linguaggio matematico;
- Identificazione delle pre-conoscenze e atteggiamenti nei confronti della matematica da parte degli alunni stranieri.

L'unità didattica dovrebbe portare gli insegnanti a identificare e riflettere sui *potenziali bisogni degli alunni*, quali:

- La difficoltà a usare in modo corretto il linguaggio matematico: incertezze, dubbi ed errori mostrati nella comprensione di testi scritti sono espressione della necessità di favorire, nell'insegnare, il processo comunicativo, per aiutare gli alunni a esprimersi in modo chiaro e accurato;
- La necessità di utilizzare la competenza linguistica in maniera appropriata in quanto il suo uso rappresenta un passo fondamentale verso la costruzione di conoscenza, nonostante l'effetto "spendere tempo";
- La necessità di svolgere attività come questa, perché forniscono informazioni sulle conoscenze degli alunni, i loro livelli di capacità di elaborare concetti, i

loro potenziali lacune e misconcetti. Questa informazione è fondamentale per poter intervenire nell'aula interventi con approcci didattici appropriati e ben progettati.

Attività

L'unità didattica consiste di cinque attività principali. Tutte le attività dovrebbero essere svolte in piccoli gruppi, ciascuno dei quali con almeno un alunno di cultura minoritaria. dovrebbe

Analisi di un libro di testo (*Lettura e Scrittura*)

Agli alunni viene chiesto di leggere un capitolo del loro libro di testo e poi cercare e fare una lista di parole e verbi "difficili" nella lingua veicolare, di discuterne riguardo al loro significato e tradurle nelle lingue straniere parlate nell'aula, facendo in tal modo un *micro-dizionario*.

Agli alunni viene poi chiesto di cercare e fare un elenco di parole e verbi che sono rilevanti per il linguaggio matematico, confrontarle con le stesse parole e verbi nella lingua naturale, discuterne e scrivere i loro possibili significati diversi e tradurre verbi e parole nelle lingue straniere parlate nella classe, creando così un *glossario matematico* e un *dizionario matematico*.

A tutti i gruppi viene chiesto di riscrivere le pagine del libro di testo analizzate nella lingua veicolare e agli alunni di minoranze di tradurre le frasi più significativi nella propria lingua madre.

- **Analisi di un "problema verbale" da un test di valutazione nazionale standard** (*Lettura e Scrittura*)

L'insegnante sceglie un "problema verbale" da un test di valutazione nazionale standard che sia significativo rispetto al linguaggio usato. Agli alunni vengono poi dati gli stessi compiti della prima attività.

- **Lingua naturale e linguaggio matematico**

Agli alunni viene chiesto di individuare conflitti potenziali scaturiti dal diverso significato di parole e verbi che sono comuni alla lingua naturale e al linguaggio matematico, e di scrivere i due diversi significati nella propria lingua madre.

- **Scrittura di un "problema verbale"**

Agli alunni viene chiesto, ancora lavorando in gruppi, di scrivere nella lingua veicolare un problema verbale. Le "pagine" vengono presentate all'intera classe per una discussione sulla loro chiarezza linguistica e le nozioni matematiche richieste. Maggiore attenzione viene data agli alunni di minoranze.

- **"Scrittura di un libro di testo"**

Agli alunni viene chiesto, ancora lavorando in gruppi, di scrivere nella lingua veicolare "una pagina di un libro di testo" su un argomento di matematica scelto dall'insegnante. Le "pagine" vengono presentate all'intera classe per una discussione sulla loro chiarezza linguistica e le nozioni matematiche implicate. Maggiore attenzione viene data agli alunni di minoranze.

Sperimentazione principale

di Francesca Colzi, Stefania Massai e Franco Favilli

Informazioni generali

Scuola: Istituto Comprensivo “Don Lorenzo Milani” – Viareggio (Provincia di Lucca)

Livello scolastico: Scuola secondaria di I grado

Numero di insegnanti: 2

Numero di classi: 6 (anno scolastico 2013/2014: due classi seconde e due classi terze – anno scolastico 2014/2015: due classi seconde)

Età degli alunni: 11 to 16.

Numero degli alunni: 63

Paese di origine degli alunni stranieri: Albania, Georgia, India, Marocco, Romania, Russia.

Numero di insegnanti nell’aula durante la sperimentazione: 1 o 2 (l’insegnante della materia e l’insegnante di sostegno per gli alunni con bisogni educativi specifici).

Compiti per gli alunni

Per favorire una lettura critica del testo, l’insegnante ha posto agli alunni domande come le seguenti:

- *Hai trovato difficoltà nel comprendere alcune parole?*
- *Hai trovato più difficili le parole del linguaggio comune o quelle del linguaggio matematico?*
- *Le frasi che hai letto ti sono risultate comprensibili nel loro insieme?*
- *All’interno del testo hai trovato dei collegamenti con la tua esperienza?*
- *Il testo ti fa pensare a qualcosa di mentalmente significativo?*
- *Il vocabolario ti è stato d’aiuto?*
- *Il traduttore ti è stato d’aiuto?*
- *Quali sono i vantaggi/svantaggi dell’uso di un vocabolario?*
- *Quali sono i vantaggi/svantaggi dell’uso di un traduttore?*
- *Dei termini che hai cercato sul traduttore conoscevi il significato nella tua lingua d’origine?*
- *Il testo scritto dai compagni ha semplificato la comprensione?*
- *Nel riscrivere il testo, come hai scelto le parole da usare?*
- *E’ stato difficile riscrivere il testo?*
- *Alcune parole o frasi ti sono risultate ambigue o con un significato poco chiaro?*

- *L'uso di immagini ti ha facilitato?*
- *E' stato più difficile riscrivere il brano tratto dal libro di testo o il problema?*
- *Come potrebbe essere reso più accattivante (familiare) il testo?*
- *E' stato difficile scrivere la prova di verifica per i tuoi compagni?*
- *Sei riuscito a svolgere la verifica preparata dai tuoi compagni?*

La sperimentazione

Attività 1 (anno scolastico 2013/2014 – classi terze – 2 ore)

L'argomento matematico scelto – probabilità – non è ancora stato introdotto.

Il compito degli alunni è di leggere sul libro di testo le pagine riguardo a quell'argomento e ad elencare le parole di cui:

- non conoscevano il significato nella lingua italiana
- non conoscevano il significato nel contesto disciplinare della matematica
- conoscevano il significato nella lingua italiana, ma non con chiarezza
- conoscevano il significato matematico, ma non con chiarezza

Effettuata la prima lettura, i termini non chiari sono stati ricercati sul vocabolario della lingua italiana, al fine di chiarirne il significato.

PAROLE ITALIANE DI CUI NON CONOSCO IL SIGNIFICATO		
PAROLA	SIGNIFICATO (SECONDO ME)	SIGNIFICATO
PAROLE ITALIANE DI CUI CONOSCO IL SIGNIFICATO MA NON SO SPIEGARE		
PAROLA	SIGNIFICATO (SECONDO ME)	SIGNIFICATO
QUOTIENO		
PAROLE MATEMATICHE DI CUI NON CONOSCO IL SIGNIFICATO		
PAROLE	SIGNIFICATO	
PAROLE MATEMATICHE DI CUI CONOSCO IL SIGNIFICATO MA NON SO SPIEGARE		
PAROLE	SIGNIFICATO (SECONDO ME)	SIGNIFICATO
QUESTO		

Attività 2 (anno scolastico 2013/2014 – classi seconde – 2 ore per la scrittura del testo da parte di un gruppo di “esperti”, 1 ora di lettura da parte del resto della classe).

A un gruppo ristretto di 5/6 alunni è stata proposta la lettura di un argomento riguardante il cerchio tratto dal loro libro di testo.

Questo primo gruppo, che volutamente non conteneva alunni di origine straniera, è stato invitato a riscrivere il testo in modo che, secondo loro, l’argomento risultasse chiaro a tutti compagni. Oltre a questo compito, il gruppo doveva anche preparare una prova di verifica in modo da rendersi conto se i compagni avevano capito o meno l’argomento.

Attività 3 (anno scolastico 2014/2015 – classi seconde 7 – 2 ore)

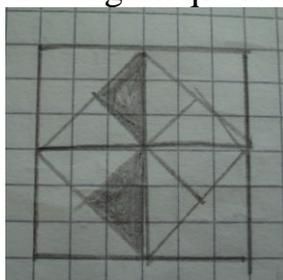
L’attività si ispira all’unità didattica “Geometrical puzzles” del progetto LOSSTT-IN-MATH¹ (in cui agli alunni viene chiesto di lavorare a coppie, uno dei quali dà le istruzioni al compagno che, seguendo le istruzioni ricevute, deve disegnare la figura geometrica che l’“istruttore” ha scelto senza rivelarne il nome.

Al contrario di quanto si prevede in “Geometrical puzzles”,

- gli alunni non lavorano a coppie, ma un alunno dà al resto della classe le istruzioni per disegnare - passo passo, istruzione per istruzione – la figura che solo lei/lui conosce;
- agli alunni viene chiesto di disegnare figure geometriche composte ed è consentito di includere il nome delle figure geometriche “parziali” nelle istruzioni che l’“istruttore” dà.

Al termine del processo di consegna delle istruzioni, le figure disegnate vengono confrontate e le istruzioni date vengono analizzate e discusse per capire le possibili ragioni dei disegni errati: istruzioni ambigue o cattiva comprensione dei loro significati?

La figura da disegnare era quella nella figura qui sotto:



Di seguito le istruzioni fornite:

- *Disegna un quadrato*
- *Dividi a metà il quadrato con una linea verticale*

¹ <http://losstt-in-math.dm.unipi.it/>

- *Disegna un segmento orizzontale che parte e arriva alla metà dei lati verticali passando dal centro*
- *Unisci tutti i punti trovati fino a formare un rombo*
- *Dividi ogni triangolino che forma il rombo in due parti uguali*
- *Devi colorare la parte alta a sinistra del rombo e la parte bassa a sinistra del rombo.*

Esperienza analoga alla precedente è stata condotta in un'altra classe seconda della medesima scuola.

In questo caso gli alunni affrontavano per la prima volta un'attività di questo tipo ed è stato scelto di descrivere una figura elementare: il rombo. La consegna prevedeva che l'istruttore potesse assegnare solo "istruzioni minime" (disegna un segmento, segna un punto...) senza ulteriori spiegazioni, per i compagni.

Di seguito le indicazioni fornite dall'istruttore:

- *c'è una linea, sì, ... un segmento;*
- *on questo segmento disegnate un angolo acuto, ..., in alto;*
- *poi dovete disegnare un altro segmento che formi un angolo ottuso;*
- *poi attaccato a questo un altro segmento che formi un angolo acuto;*
- *poi ancora attaccato, un altro segmento che formi un angolo ottuso uguale al primo.*

Durante i successivi passi, i compagni sono spesso intervenuti per correggere il compagno e per aggiustare e rettificare le sue indicazioni.

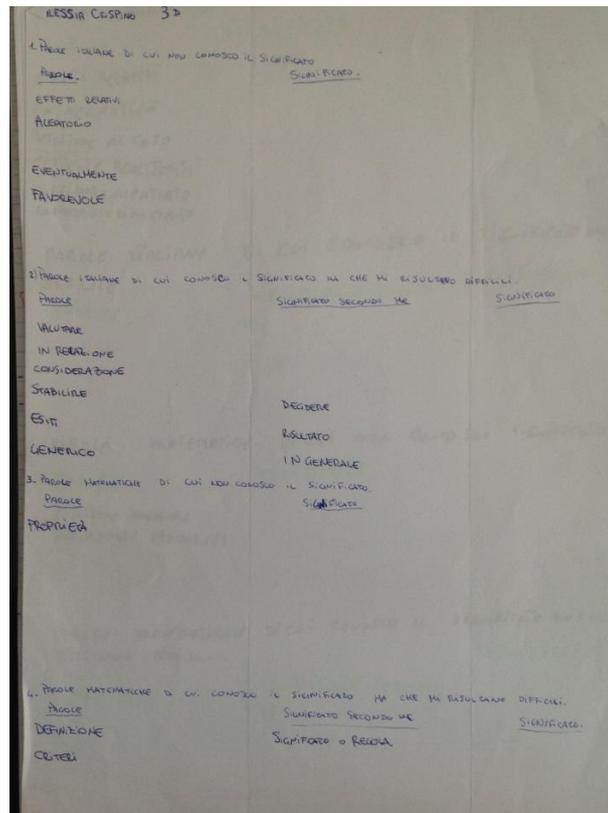


Analisi a posteriori

Attività 1

La consegna è risultata chiara a tutti, ma in alcuni casi hanno faticato a distinguere tra parole italiane e termini matematici. Praticamente nessuno di loro ha applicato una lettura selettiva del testo, così che hanno messo come parole di cui non conoscevano il significato anche termini che, in realtà, non inficiavano la comprensione globale del testo. Può darsi che questo errore sia

stato dettato dalla consegna che richiedeva di leggere il testo e sottolineare le parole non conosciute.



L'aver a disposizione il dizionario si è rivelato utile quando l'uso è stato fatto per poche parole; aumentando il numero di vocaboli da ricercare, la lettura del testo è diventata molto più faticosa. Inoltre, è da sottolineare che i dizionari (sia cartacei che in rete) sono, nella maggior parte dei casi, rivolti ad un'utenza adulta e spesso la spiegazione del vocabolo risultava comunque difficile ai ragazzi, rendendo così necessaria la mediazione del docente.

Analogo discorso può essere fatto per l'uso del dizionario o del traduttore, utili solo se si ricerca il singolo vocabolo, ma non altrettanto efficace per frasi intere. La traduzione nella lingua natia dell'alunno aiuta nel caso di termini tratti dal linguaggio naturale, ma non sempre per termini tratti dal linguaggio matematico il cui significato non è noto nella lingua d'origine.

Il testo proposto sulla probabilità, nel complesso, non è risultato comprensibile e non ha permesso ai ragazzi di costruire concetti stabili.

Attività 2

Nella riscrittura del testo, i ragazzi si sono discostati poco da quello originario, facendo principalmente un riassunto. Il gruppo di esperti, al termine dell'attività, ha dichiarato di essersi trovato in difficoltà per il poco tempo a disposizione, in quanto hanno dovuto dedicare diverso tempo a mettere in ordine il testo che secondo loro era confuso.

Da sottolineare che nella riscrittura, inizialmente, non erano state giudicate importanti le figure matematiche che, quindi, non erano state riportate, pur trattandosi di un testo di geometria. Gli alunni le hanno riportate in fondo al testo scritto facendo dei richiami, come se l'immagine inframezzata al testo rendesse la lettura più difficoltosa.

Il testo riscritto è risultato comprensibile, anche se in alcuni casi si è resa necessaria una decodifica orale da parte del gruppo di "alunni esperti".

Il gruppo si è trovato in difficoltà nel preparare la verifica per propria difficoltà a valutare i pari e difficoltà nello strutturarla. Uno dei due gruppi ha preferito non scriverla e l'altro ha incontrato, inizialmente, una certa resistenza da parte dei compagni che non accettavano di essere verificati dai pari nel gruppo di "esperti".

Attività 3

L'attività svolta esercita all'ascolto e all'attenzione sia chi disegna che chi fornisce le istruzioni e mette, inoltre, in evidenza la difficoltà da parte degli alunni ad utilizzare il linguaggio disciplinare. Comunque, non si sono osservate particolari difficoltà negli alunni stranieri (tutti di seconda generazione).

Questa prima esperienza ha fatto emergere molto chiaramente, sia nell'istruttore che nel resto della classe, le ambiguità in cui si può incorrere dando indicazioni generiche.

In effetti, è stato molto difficile per l' "istruttore" trovare un ordine logico alle consegne da assegnare per produrre la figura voluta.

La difficoltà a ricorrere a un repertorio linguistico, più rigoroso e univoco del linguaggio naturale, con cui descrivere le azioni ha prodotto rallentamenti e aggiustamenti continui.

Al termine del lavoro le figure prodotte dagli allievi sono state molto diverse fra loro e lontane dal risultato atteso. Questo fatto ha dato luogo ad una riflessione profonda e proficua con la classe, cui sono state poste le domande-guida: "Come vi spiegate il fatto di non aver disegnato tutti una stessa figura?" e "Perché la figura che l'istruttore vi voleva far disegnare è stata correttamente disegnata in un numero molto limitato di casi?".

I ragazzi hanno individuato piuttosto consapevolmente la causa dell'insuccesso nella loro capacità di gestione della lingua e nella sequenza dei comandi, scelta dall'istruttore, che si è rivelata essere non adeguata al disegno corretto della figura.

Gli alunni stranieri non hanno manifestato particolari difficoltà nel corso dell'attività, neanche quelli che parlano in famiglia una lingua diversa dall'italiano, perché tutti hanno frequentato la scuola Primaria in Italia e hanno

pertanto affrontato lo studio della Matematica in questo Paese fin dall'inizio del loro percorso scolastico.

Nel corso dell'attività il ruolo del docente è stato quello di un facilitatore che limita al massimo il suo intervento nella discussione e fa emergere i concetti quanto più possibile autonomamente nella classe.

Seconda sperimentazione

di Marie-Hélène Le Yaouanq** e Brigitte Marin**

CONTESTO FORMATIVO

Per la scrittura, uno degli obiettivi fissati dal curriculum francese di scuola secondaria inferiore per la matematica è “esercitare gli alunni a leggere e comprendere meglio un testo di matematica, ma anche di produrre testi che siano poi soggetti a un progressive miglioramento.” La geometria può essere vista come un campo favorevole per i differenti livelli di lavoro sia nell'enunciazione e comprensione di testi strutturati che nella loro argomentazione e validazione. I documenti ufficiali enfatizzano la differenza fra il tempo necessario per la ricerca e il ragionamento, e il tempo per organizzare e scrivere questo ragionamento. Insistono sulla non imposizione troppo presto una cornice stretta o un modello per la scrittura: “La libertà dello scrivere è una delle principali spinte per imparare a scrivere. Questo è valido anche per il dimostrare”. (vedere “Raisonnement et démonstration pour le collègue”²). Per la valutazione degli alunni basata sulle competenze, viene chiaramente chiesto di separare questi due elementi e, ai futuri insegnanti, vengono forniti esempi su cui discutere.

Ogni anno, nella formazione degli insegnanti molte lezioni vengono dedicate alla geometria nella scuola secondaria inferiore in quanto è un aspetto importante del curriculum e le difficoltà degli alunni, così come degli insegnanti, sono numerose quando si introduce la geometria deduttiva e l'organizzazione del pensiero. La formazione è basata su varie cornici teoriche come i differenti paradigmi geometrici (Houdement e Kuzniak), i cambi di registro di rappresentazione (Duval) e la dialettica attrezzo-oggetto (Douady).

COSTRUZIONE DEL PERCORSO DIDATTICO

Il curriculum stesso della scuola secondaria presenta linee-guida molto precise:

-“Attenzione dovrebbe essere posta al linguaggio e ai vari significati di una singola parola”.

** ESPE - Université UPEC, Créteil, France.

²Titre du document officiel

media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf

- Un “modo efficace di convincere gli alunni della necessità di un linguaggio accurato, evitando che questa esigenza sia avvertita come arbitraria da parte loro, è il passaggio dal “fare” al “far fare”. E’ quando l’alunno scrive le istruzioni per farle eseguire da qualcuno (per esempio, descrivere, per farla riprodurre, una figura un poco complessa) o quando utilizza un calcolatore per una specifica funzione che l’obbligo di precisione gli appare come una necessità.

Una prima lezione sarà dedicata a rendere consapevoli gli alunni della polisemia di alcuni termini matematici.

Il resto dell’attività si occuperà delle cosiddette “figure telefonate” (un trasmettitore detta le istruzioni a un ricevente per fargli disegnare una determinata figura geometrica) e dell’uso di un software di geometria dinamica. Varie sperimentazioni hanno mostrato come gli alunni possano comunicare in modo efficace nella *loro* lingua, scrivendo dei testi che non sono soddisfacenti né sul piano matematico né dal punto di vista linguistico, ma che consentono al ricevente di disegnare la figura attesa. La realizzazione della figura attesa valida implicitamente il testo del trasmettitore di istruzioni. Questo può mettere in discussione l’interesse per questo lavoro come un lavoro isolato avente per unico obiettivo quello di lavorare sulla precisione del linguaggio. Invece, molte altre competenze sono in gioco in questo tipo di attività: analizzare una figura, distinguere la descrizione di una figura dalla sua definizione e dalle sue proprietà caratteristiche, essere capace di cambiare registri di rappresentazione, scomporre il discorso in istruzioni elementari in modo coerente e ordinato.

Viene quindi scelto di implementare tale percorso solo le “figure telefonate”, ma facendo attenzione a permettere agli alunni di migliorare progressivamente i loro testi. Sono state così individuate tre sessioni:

- una sessione dedicata alla realizzazione e alla raccolta di figure telefonate. Il confronto fra la figura ottenuta e quella iniziale dovrebbe condurre a una analisi dei problemi che potrebbero essere stati incontrati, come informazioni mancanti o date con un ordine non appropriato. L’assenza di accuratezza di linguaggio potrà probabilmente non essere un impedimento alla realizzazione del disegno della figura.
- una sessione destinata alla realizzazione di figure tramite un software geometrico. Il processo algoritmico richiede una lista di istruzioni primarie preparate dal lavoro della sessione precedente e può consentire di rivelare eventuali difetti, o elementi impliciti nella lista prodotta, che potrebbero non essere stati notati durante la costruzione manuale della figura. Il carattere dinamico del software permette anche di evidenziare il lavoro sulle proprietà della figura e non solo sul disegno perché la figura deve “resistere” agli spostamenti.
- una ultima sessione che mira al miglioramento del primo testo prodotto. Un lavoro di analisi comparativa fra i “testi qualificati” tratti dai libri di testo e i

testi degli alunni dovrebbero permettere agli alunni di individuare alcune differenze e, quindi, riscrivere i propri testi.

Questo percorso didattico si svolge alla fine dell'anno scolastico in una classe quinta. Numerosi alunni allofoni, da poco arrivati in Francia, partecipano all'attività con la classe, beneficiando di un'ora di lezione specifica in più con l'insegnante di matematica.

SVOLGIMENTO DEL PERCORSO

Prima sessione: polisemia delle parole

Il primo lavoro riguarda il “vertice”. A priori questa parola non sembra difficile, si tratta piuttosto di far comprendere l'oggetto del lavoro della sessione.

Poi ci si interroga sul termine “altezza”. La nozione di misura, di dimensione vengono a mente immediatamente nella vita quotidiana. La definizione matematica non è padroneggiata e l'altezza è confusa con l'asse o la mediana. Tutti gli alunni sono tutti d'accordo quando l'insegnante gli domanda se, in matematica, un'altezza si misura: no, perché è una retta. La formula per il calcolo dell'area di un triangolo li obbliga a riconsiderare le loro opinioni e a rendersi conto della polisemia della parola anche in matematica.

La sessione finisce con un “gioco” disponibile online³ che chiede di associare una parola della vita reale con una definizione nell'ambito della matematica che si riferisce alla stessa parola.

Gli alunni provano in maniera autonoma su un foglio prima di fare una sintesi collettiva. La partecipazione è importante: molte proposte vengono fatte e sostenute a voce prima di fare un controllo sul computer, con una proiezione.

Gli alunni allofoni sono stati coinvolti nella prima parte della sessione, ma la seconda parte è stata troppo impegnativa per loro. L'insegnante ritornerà su alcune parole durante l'ora di tutoraggio specifico per iniziare a fare un glossario.

Seconda sessione: «Figure telefonate»

Le istruzioni per realizzare il lavoro sulle figure telefonate è stato prima fatto con gli alunni allofoni, durante la loro sessione di tutoraggio. Le figure suggerite sono semplici e collegate al curriculum della classe 7, dove vengono insegnati il parallelogramma, le proprietà caratteristiche dei quadrati, il rettangolo e il rombo.

Gli alunni lavorano a coppie e l'insegnante differenzia il lavoro soprattutto proponendo il quadrato come prima figura, dando il rombo solo a quattro coppie. Due alunni arrivati in Francia da pochissimo devono corredare di didascalie un video per la costruzione, scegliendo i termini da una lista che è stata loro data.

³<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/tous/vocabulaire/mots2.htm>

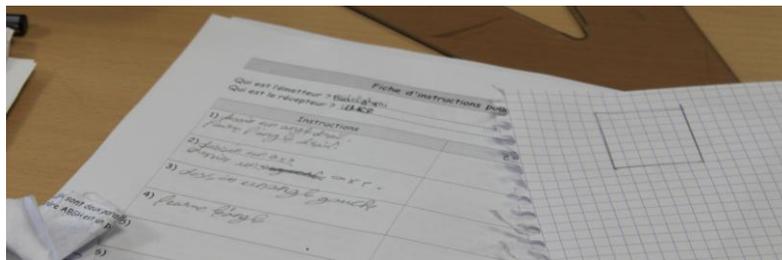
Ogni alunno che dà le istruzioni riceve il nome di una figura e dà le istruzioni al compagno che le riceve, il quale le scrive, disegna la figura e indica i suoi dubbi o le informazioni che sembrano mancare. Poi gli alunni confrontano la figura che dovevano descrivere e la figura che hanno disegnato. Se il quadrato porta sempre a un quadrato o a un rettangolo per dimenticanza di indicazione delle lunghezze, il rombo, da parte sua, porta alla produzione di un ampio spettro di figure. Solo un gruppo finisce con un programma di costruzione corretto per il rombo, partendo con le sue diagonali. Tutti i tentativi degli altri gruppi che si sono affidati ai lati hanno portato al disegno di figure errate, e perfino ad alcune inaspettate come un esagono o un triangolo attaccato a un rettangolo.

Nella maggior parte delle scritture, il lessico utilizzato non è il lessico matematico: ad esempio, “fai una linea” viene usato al posto di “disegna un segmento”. Solo tre gruppi usano spontaneamente le lettere per dare un nome a punti o segmenti.

Molti alunni si affidano a riferimenti dello spazio, e i termini “orizzontale” e “verticale” sono usati spesso per ottenere rette/segmenti perpendicolari.

In questo modo, le istruzioni “fai una linea orizzontale / fai una linea verticale / fai una linea orizzontale / chiudila” porta chi le riceve a disegnare un quadrato! Il fatto che la figura sia stata data tramite il suo nome e non tramite un disegno a chi dà le istruzioni ha senza dubbio dato preziose indicazioni a chi le ha ricevute e ha realizzato una delle figure conosciute.

Lo stesso si può dire per l’elenco di istruzioni date da un alunno allofono: “disegna un angolo retto / disegna un asse / disegna un angolo *sinistro* / chiudi l’angolo”, con la quale il suo compagno disegna un quadrato.



Uno può domandarsi quale sia il significato di “angolo sinistro”: la polisemia del termine “right” ha rappresentato un problema per l’alunno allofono? L’angolo sinistro è un “right” angolo da mettere a sinistra del disegno? Sì, questo studente è consapevole che non tutti gli angoli sono “right”.

Una volta ultimato il lavoro, chi dà e chi riceve le istruzioni si scambiano i ruoli e viene proposta un’altra figura, ma molte coppie non avranno abbastanza tempo per farlo fino in fondo.

Una sintesi collettiva viene fatta a proposito del rombo, basata su una errata costruzione dettata da un gruppo e disegnata dall’insegnante alla lavagna; la parola “altezza” non viene utilizzata per descrivere la costruzione di un’altezza e, quando

l'insegnante lo suggerisce, il gruppo non l'adotta. Gli alunni che hanno disegnato un rombo a partire dalle diagonali presentano allora la loro costruzione.

Terza sessione: costruzione con un software di geometria dinamica

Gli alunni lavorano a coppie con il software GeoGebra e devono costruire, nell'ordine, un quadrato, un rombo e un parallelogramma. E' prevista una figura in più per i gruppi più veloci e due gruppi riusciranno a trattarla. Gli alunni devono prendere nota delle funzioni del software utilizzato. Tutti costruiscono il quadrato. Alcuni usano gli strumenti "bisezione" o "simmetria assiale" per costruire il rombo più velocemente, facendo uso della sintesi della sessione precedente e costruendo le diagonali per prima cosa. Gli altri impiegano molto tempo per ottenere un rombo, dovendo tener conto di diversi vincoli per uno stesso oggetto.

La maggior parte degli alunni dichiara che la sessione precedente li ha aiutati molto in questa attività. Al contrario, alcuni studenti allofoni che hanno mantenuto il francese come lingua di lavoro per il software suggeriscono che sarebbe stato più facile per loro iniziare a lavorare con il software per individuare le parole usate e scrivere le istruzioni dopo. L'aspetto molto visivo delle icone così come il feedback dal software consente agli alunni di costruire una figura in modo autonomo e di imparare il lessico matematico corrispondente.

Quarta sessione: Miglioramento dei testi

Questa lezione è in co-docenza con l'insegnante di francese.

Dopo avere confrontato i loro testi con un "testo qualificato", gli alunni prendono prioritariamente in considerazione le forme verbali, nella forma imperativa, singolare o plurale, o infinita. Altri alunni si concentrano sul lessico utilizzato e sull'uso di "segna" o "disegna" nei "testi buoni" interrogandosi sulla differenza. Segue una discussione nella classe per spiegare questa differenza e mostrare l'accuratezza del lessico.

Gli alunni riscrivono il loro programma di costruzione.

A la façon d'un livre de mathématiques	
<p>Te voilà professeur et rédacteur dans un livre de mathématiques. Tu dois essayer de faire dessiner les figures ci-dessous à l'aide d'une consigne. Bien évidemment, les mots « carré », « rectangle » et « losange » ne peuvent être utilisés.</p>	
Figure	Instructions
CARRÉ	<p>a) Trace un segment $[AB]$ de ^{quatre} centimètres. b) Trace une perpendiculaire à $[AB]$ qui passe par A. c) Place le point D sur la perpendiculaire à ^{quatre} centimètres de A. d) Trace une perpendiculaire qui passe par B. e) Place le point C sur la perpendiculaire à ^{quatre} centimètres de B. f) Trace un segment entre C et D.</p>

Cercando di implementare il programma prodotto, l'insegnante di francese viene usato come cavia da alcuni gruppi sia dal punto di vista della matematica che da quello della lingua. Le ricche interazioni consentono ulteriori miglioramenti.

ANALISI A POSTERIORI

“Rimangono ancora alcune inesattezze, ma penso che vi sia un un vero progresso rispetto alla prima sessione quando gli scritti sulle figure telefonate sono stati poveri”, dichiara l'insegnante di matematica alla fine di questo percorso didattico.

I testi non sono ancora perfetti ma le informazioni date sono più spesso esaurienti e non fanno riferimento ad alcuna localizzazione spaziale. Iniziano con ordini chiari (“Segna”, “Disegna”,...) e il lessico matematico è usato molto più spesso. Ai punti e ai segmenti viene spesso dato un nome per semplificare e rendere più chiare le istruzioni.

Confrontando i loro testi con i testi “qualificati”, gli alunni hanno trovato da soli la forma che un programma di costruzione potrebbe avere, senza che l'insegnante imponga loro una forma arbitraria e stretta. Senza alcun vincolo, possono disegnare il tipo di testo atteso da loro.

Il lavoro fatto su alcuni termini può anche aiutare gli alunni a migliorare in futuro la loro comprensione delle istruzioni.

Alla fine, il dover trasmettere un testo a un altro alunno o un software, e l'osservazione del risultato ottenuto danno significato a questo sforzo di scrivere e riscrivere. Comunque, questo lavoro richiede davvero molto tempo, le figure devono essere semplici e i testi prodotti devono rimanere brevi. Nonostante questo, appare essenziale, perché la maggiore parte degli alunni non scoprono senza dubbi da soli le caratteristiche di tali testi matematici per farli propri in seguito. Questo è mostrato dalla povertà della maggior parte dei testi prodotti, alla fine della classe quinta. Sarebbero ovviamente necessarie più sessioni per mantenere lo sviluppo e il rafforzamento delle loro abilità di scrivere un testo matematico, così da poterle trasferire ad altre produzioni, differenti da quelle di un programma di costruzione. Questa padronanza di comunicazione in matematica ha a che fare anche con le conoscenze matematiche e questo lavoro di scrittura e riscrittura permette di lavorare anche su queste conoscenze matematiche.

Bibliografia

Duval, R. (2000). Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 20, n° 2.

IREM de Strasbourg (2002). *Ressources pour le programme de sixième*. (brochure avec un CD contenant des activités directement utilisables pour les élèves).

Pluvinage, F. (2000). Mathématiques et maîtrise de la langue, *Repères IREM*, n° 39.

Pudelko, B. et Legros, D. (2000). J'écris donc j'apprends, *Cahiers pédagogiques*, n° 388 – 389.

Terza sperimentazione

di Charoula Stathopoulou^{***}, Eleni Gana^{***} e Ioannis Fovos

Introduzione

L'intervento didattico è stato attuato in due contesti educativi differenti con gruppi di alunni ad essi corrispondenti. Il primo gruppo è consistito di 20 alunni della classe prima della 6^a Scuola Secondaria Inferiore di Volos (12-13 anni di età), sette dei quali erano Rom. Il secondo gruppo è consistito di detenuti (17-21 anni di età) che frequentano la 2^a e 3^a classe di una Scuola Secondaria Inferiore che opera all'interno del centro di detenzione. La maggioranza degli studenti di questo gruppo provengono da Paesi di Asia, Africa ed Europa, hanno vissuto in Grecia da pochi a molti anni e la loro capacità di comunicare in greco varia da molto poco ad abbastanza bene. L'attività didattica è stata svolta dall'insegnante di matematica delle classi, Ioannis Fovos, che insegnava in entrambe le scuole. L'insegnante ha 25 anni di esperienza di insegnamento a livello di scuola secondaria e, in particolare, 12 anni di esperienza di insegnamento della matematica in un contesto scolastico all'interno di carceri. Nel secondo contesto, la sperimentazione delle attività è stata realizzata in collaborazione con l'insegnante di greco della scuola, Anna Georgiou, che era stata preventivamente informata e si era preparata per quello specifico intervento didattico.

Sperimentazione nell'aula

1° gruppo di sperimentazioni: classe 1^a della 6^a Scuola Secondaria Inferiore

Nella 1^a ora di insegnamento l'insegnante ha informato tutta la classe che, in quello specifico contesto didattico, avrebbero analizzato e riflettuto sul linguaggio (discorso) matematico e la sua relazione con la lingua da loro usata nelle loro interazioni quotidiane. Dopo, gli alunni sono stati divisi in gruppi di 3 o 4. È stato dato loro un compito con tre attività da svolgere e un foglio che conteneva parti di un testo tratto dal libro di testo di matematica, tratte dall'unità didattica "forme quadrilatera" (parallelogramma, rettangolo, rombo, quadrato, trapezio, trapezio isoscele).

Durante la prima attività, gli alunni hanno fatto riferimento alle loro esperienze e hanno ripensato a parole che incontriamo in matematica e nella nostra vita quotidiana, che hanno significati simili o differenti in ciascuno dei due contesti. Tutti i gruppi hanno fornito parole / significati di parole e l'insegnante ha scritto le parole alla lavagna. Dopo, sono state trovate nel libro termini matematici che sono usati nella vita quotidiana con significato uguale o simili (2^a attività).

Nella 2^a ora di insegnamento gli alunni hanno lavorato su un problema verbale che gli era stato dato e, alla fine, ne hanno creato uno da soli e lo hanno risolto. La creazione di un problema ha catturato l'interesse degli alunni, perché era la prima volta che si

^{***} Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

erano posti nella condizione di creare un problema invece di risolverlo. Nel differente contesto di coinvolgimento nella matematica che era stato loro suggerito, gli alunni hanno reagito con qualche insicurezza e si sono rivolti più spesso all'insegnante per avere il suo aiuto o verificare le loro decisioni. Nello stesso tempo, comunque, vi è stata una maggiore volontà di collaborare nel gruppo e di scambiare opinioni sul modo in cui avrebbero dovuto formulare a parole concetti matematici e procedure matematiche.

2° gruppo di sperimentazione: Scuola all'interno di un centro di detenzione

Nella scuola che opera all'interno del centro di detenzione sono stati usati, nell'attuazione dell'attività sui problemi verbali, gli stessi passi e strumenti didattici. Vi è stato specialmente un grande interesse, comunque, da parte degli studenti detenuti in quanto è stato molto alto l'approccio comunicativo all'attività e la partecipazione alle discussioni sia nel contesto dell'intera classe che nei gruppi.

1ª ora di insegnamento: Richiamare alla mente parole del linguaggio matematico che sono usate anche nella vita quotidiana (1ª attività del compito assegnato) è stato, come previsto, difficile per studenti con risorse limitate nella lingua greca. Associare i due campi linguistici ha richiesto processi mentali astratti rispetto alla loro esperienza assolutamente schematizzata di uso del Greco. L'insegnante di matematica ha aiutato la procedura con domande guidate e suggerimenti verbali, l'insegnante di lingua ha offerto da parte sua un aiuto ritornando su testi che erano stati studiati in classe. La seconda e terza parte dell'attività (riconoscere le parole in un testo scritto, associare significati al linguaggio quotidiano e l'equivalente nella lingua madre dello studente) ha favorito una interazione dinamica fra i membri del gruppo. Gli studenti hanno interagito per trovare le parole ed attribuire loro i significati nei differenti contesti in cui sono utilizzate. Gli studenti che avevamo maggiori risorse in greco hanno agito da mediatori, traducendo parole del testo nella loro lingua madre, favorendo in tal modo l'accesso degli studenti più deboli al linguaggio matematico.

2ª ora di insegnamento: L'intera classe ha studiato un problema verbale. Sono stati riconosciuti e modellizzati i tratti discorsivi del genere del problema verbale. Dopo questo, gli studenti hanno formato i gruppi da soli, basandosi sull'origine e la lingua comuni. Ciascun gruppo si è impegnato a creare il proprio problema verbale. Gli studenti hanno negoziato fra loro non solo il contenuto matematico del problema che avrebbero creato, ma anche il modo in cui lo avrebbero scritto, cioè la scelta del lessico matematico e l'organizzazione del problema verbale. La discussione nei gruppi è andata spesso avanti muovendosi "fra" due lingue (il greco e la lingua madre degli studenti) ed ha riguardato soprattutto il loro sforzo di chiarire concetti matematici, ma anche di scegliere le espressioni appropriate nel contesto del linguaggio matematico. L'insegnante, quando richiesto di aiuto da parte degli studenti, è stato informato dei suggerimenti alternativi e ha guidato gli studenti in modo efficace così che potessero decidere da soli sulla scelta finale della parola.

Conclusioni

L'attività dei problemi verbali è stata di supporto ai processi di riflessione consapevole sulla relazione fra linguaggio matematico e linguaggio quotidiano per tutti gli studenti, sia che il Greco fosse la loro lingua naturale che non. Nello specifico, gli studenti cui la matematica veniva insegnata in lingua seconda hanno considerato l'attività molto interessante e produttiva, perché permetteva loro di mettere in relazione e chiarire il significato che le parole prendevano a seconda del contesto in cui apparivano, in particolare in un contesto di comunicazione matematico o della vita quotidiana. Inoltre, quegli studenti hanno messo in evidenza che loro hanno anche provato da soli a comprendere concetti matematici basandosi sulla loro prima lingua, ma che non è stato sempre facile. La validità del *translanguaging* nell'aula ha dato loro la capacità di comprendere un maggior numero di termini e concetti matematici, anche se hanno dovuto affidarsi solo alla traduzione fornita dai loro compagni di classe che parlavano la stessa lingua, tenuto conto delle limitazioni del centro di detenzione.⁴ L'insegnante ha affermato che in futuro, progettando attività simili, fornirebbe agli studenti delle fotocopie con traduzioni dei termini nelle loro lingue-madre.

In conclusione, sia l'insegnante che gli studenti hanno trovato particolarmente interessante e utile la costruzione di un problema verbale da parte degli studenti stessi. Gli studenti hanno evidenziato sia stato per loro vantaggioso e stimolante provare a "trasferire" una situazione e un problema di matematica in un linguaggio (matematico) appropriato. Secondo l'insegnante, la sperimentazione dell'attività è stata una buona iniziativa per progettare analoghe attività con i problemi verbali.

⁴ Con l'attività come punto di partenza, la classe ha parlato delle limitazioni che il sistema detentivo imponeva all'accesso online, da parte degli studenti, ai testi nella loro lingua madre e ha scritto una domanda di rilascio di autorizzazione all'uso di Internet per fini educativi.

Conclusioni dalle tre sperimentazioni

di Roberto Peroni****

La lingua è lo strumento tecnologico più pervasivo per la comunicazione culturale e lo sviluppo cognitivo nella evoluzione della natura umana, e quasi ogni contenuto ed interazione deve essere organizzata linguisticamente.

La relazione fra Matematica e Lingua è particolarmente cruciale perché ogni lingua umana è “un système où tout (ou presque tout) se tient” (de Saussure and Meillet), e la matematica è un linguaggio strettamente strutturato non solo con un dizionario di parole specifiche ma anche con una sintassi gerarchica.

Il tema del Progetto M³EaL è la relazione nelle aule di matematica fra Lingua e tre fattori-M: Matematica, Migrazione e Multiculturalismo. Un contesto di situazione in cui la relazione (la distanza) è fra il linguaggio ordinario ed il discorso matematico in una classe multiculturale, con varie differenti lingue native (lingue minoritarie) vs. una lingua seconda che è la prima lingua della maggioranza degli alunni.

Nel dettaglio, le relazioni delle tre sperimentazioni presentano contesti educative complessi, con studenti con vari background di migrazione, che sono parlanti nativi di lingue minoritarie di Est Europa, Africa e Asia – e nelle attività di sperimentazione in Grecia anche alunni di popolazione Rom e studenti (di 17-21 anni) in un centro di detenzione che frequentano le classi 2^a e 3^a di Scuola Secondaria Inferiore. Ognuno di loro deve “imparare a imparare in un lingua seconda” (Gibbons, 1993); e se le ricerche sulle neuro-immagini hanno rivelato una relazione complessa fra lingua e matematica, mostrando attività linguistiche nell’area perisilviana sinistra nella esecuzione del calcolo esatto (Dehaene et al., 1999) e coinvolgimenti intraparietali nelle approssimazioni e confronti di quantità (Dehaene et al., 2004), un recente studio fMRI (Wang et al., 2007) sugli apprendenti Cinesi Mandarini della lingua inglese mostra che, confrontato con la L1, il calcolo in L2, ma non l’equivalenza, può essere processato tramite il sistema L1 (dipendente dalla lingua) coinvolgendo comunque un’attivazione neurale addizionale, specialmente nell’emisfero sinistro, compreso il giro frontale inferiore (area di Broca).

Dalla parte degli insegnanti, gli obiettivi del lavoro sono molto alti e complessi: consapevolezza del valore positivo di culture differenti, creazione di condizioni per un dialogo interculturale nell’aula e un ambiente educativo inclusivo, sviluppo di un atteggiamento critico nei confronti dell’uso della lingua e della sua interpretazione, e ovviamente insegnamento della matematica, cioè sapere aumentare la capacità degli alunni di comprendere ed elaborare il discorso matematico, e di intervenire in aula con approcci didattici appropriati e ben progettati.

**** CAFRE – Università di Pisa, Italia

Le attività proposte e sperimentate sono di natura esplicita. Importanti caratteristiche comuni in ciascuna delle relazioni sulle sperimentazioni sono l'analisi (lettura e scrittura) di parte di un libro di testo e l'analisi (lettura e scrittura) di un "problema verbale", tratto da un test nazionale di valutazione degli standard, per cercare significati di parole difficili e/o significati di frasi difficili su cui riflettere, elencarle e tradurle nelle differenti lingue ordinarie, e per cercare anche il significato di termini matematici tecnici; in particolare, nella relazione della sperimentazione in Francia, per evitare malintesi dovuti alla polisemia: per esempio, "vertice", "altezza", "angolo retto".

Attività di riflessione sulle figure geometriche ("forme quadrilatera") sono presenti in ciascuna delle tre relazioni di sperimentazione, a cui si fa riferimento in modo efficace e pragmatico nelle relazioni di sperimentazione italiana (Pisa) e francese tramite una sorta di sequenze di figure telefonate al fine di cercare di ottenere istruzioni più accurate, maggiore padronanza della lingua e costruzioni di figure più simili a quelle attese. Nella relazione di Paris-Créteil gli alunni lavorano anche a coppie con il software GeoGebra per costruire figure, con un piccolo vantaggio linguistico nella padronanza della lingua francese (lingua di lavoro del software) da parte degli alunni allofoni.

Si tratta di un lavoro a lungo termine, dopo il quale possono restare alcune imprecisioni, ma rappresenta chiaramente un progresso significativo confrontato con la prima sessione quando le scritture riguardo alle figure telefonate sono state povere; anche i testi possono non essere ancora perfetti ma essi iniziano con ordini chiari ("Segna", "Disegna", "Collega", "Dividi", ecc.), e il lessico matematico tecnico è utilizzato più spesso ed ai punti e ai segmenti sono spesso dati dei nomi per semplificare e chiarire le istruzioni.

In tutte quelle attività l'insegnante è un facilitatore, a cui ciascun gruppo di alunni si rivolge per questioni sia di matematica che di lingua: ogni ulteriore interazione permette un ulteriore miglioramento ed è chiaro che ciascun passo nel padroneggiare la comunicazione in matematica ha a che fare anche con un passo proporzionale nella conoscenza matematica.

Riassumendo, l'esperienza dalle tre sperimentazioni mostra che:

- a) le attività di *translanguaging* nei problemi sul significato delle parole e sul significato delle figure supportano processi di riflessione consapevole sulla relazione fra il linguaggio matematico e sulla lingua di tutti i giorni per tutti gli alunni, che parlino la lingua naturale e non (rispettivamente, l'italiano, il francese o il greco). Inoltre, le attività sui significati lessicali e le parole nel testo sono state considerate più produttive da parte degli studenti cui la matematica è stata insegnata nella lingua seconda, perché questo ha permesso loro di mettere in relazione i significati delle parole con i differenti contesti in cui esse si presentano: linguaggio di comunicazione matematico od ordinario quotidiano.

- b) le attività di costruzione delle figure supportano processi di base non totalmente convenzionalizzati, collegando il livello simbolico più astratto al movimento pragmatico ed al gesto sui quali le conoscenze astratte sono fondate (Bates et al., 1979), (Arzarello et al., 2009), (Alibali et al., 2014), (Novack & Goldin-Meadow, 2015).
- c) Le attività di *translanguaging*, ben progettate e condotte, consentono una migliore inclusione di alunni con bagagli linguistici e culturali differenti, creando le condizioni per un dialogo interculturale nell'aula, da svilupparsi ulteriormente fuori della scuola.

Bibliografia

- Alibali, M.W., Nathan, M.J., Wolfgram, M.S., Breckinridge Church, R., Jacobs, S.A., Johnson Martinez, Ch. & Knuth, E.J. (2014). How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: a Corpus Analysis, *Cognition and Instruction*, 32 (1), pp. 65-100
- Arzarello, F., Di Paola, B., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as Semiotic Resources in the Mathematics Classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), pp. 97-109.
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I, Camaioni, L. & Volterra, V. (1979). *The Emergence of Symbols: Cognition and Communication in Infancy*. New York: Academic Press.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P, Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence, *Science*, 284, pp. 970-974.
- Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L. & Wilson, A.J (2004). Arithmetic and the Brain, *Current Opinion in Neurobiology*, 14, pp. 218-224.
- Gibbons, P. (1993). *Learning to Learn in a Second Language*. Portsmouth, NH.: Heinemann.
- Novack, M. and Goldin-Meadow, S. (2015). Learning from Gesture: How our Hands Change our Minds, *Educational Psychology Review*. New York: Springer.
- Wang, Y., Lin, L., Kuhl, P. & Hirsch, J. (2007). Mathematical and Linguistic Processing Differs between Native and Second Languages: an fMRI Study, *Brain Imaging and Behavior* 1, pp. 68-82.