

MATEMATIKKMESTRING, HOVEDSPRÅK OG MINORITETSSPRÅK

ved Franco Favilli*

INTRODUKSJON

I Europa er det fram til nå gjort lite når det gjelder matematikkundervisning i multikulturelle klasserom. De ulike språk og kulturer som kan være representert i klasserommet gjør undervisning og læring enda mer krevende enn det allerede er, spesielt for elever fra minoritetskulturer og for elever med innvandrerbakgrunn. Nedenfor er en undervisningsenhet beskrevet. Hensikten med den er å gi lærere et redskap til hjelpe elever å vinne over læringsproblemer oppstått på grunn av kontrasten mellom det enkle språket i klasserommet og kompleksiteten i det matematiske språket. Det er viktig for lærere å være klar over at språket brukt i klassen, er et kompliserende element for minoritetselever med et annet morsmål.

Den primære målgruppa er matematikklærere som underviser i barne- og ungdomsskoler i områder med elever fra ulike sosiale lag og kulturer. Den sekundære målgruppa er elever fra kulturelle minoriteter og/eller underprivilegerte sosiale grupper.

Pedagogiske mål

De pedagogiske målene med enheten kan grovt inndeles i tre generelle og matematiske mål. Blant de generelle målene kan følgende tas med:

- skape bevissthet om at andre kulturer, ulike vår egen, har positive verdier;

* CAFRE – University of Pisa, Italy

- skape gunstige forhold for tverrkulturell dialog i klasserommet, og bidra til et inkluderende læringsmiljø ved bruk av ulike språk og pedagogiske verktøy;
- utvikle bevissthet om og kritisk holdning til bruk av språket og tolkninger av språket;
- utvikle bevissthet om hva et konkret og entydig språk betyr i undervisningen;
- gjøre til en vane at grunner for valg og avgjørelser tatt i timene, blir uttrykt eksplisitt;
- erkjenne behov for refleksjon over tekster og over ordenes mening;
- øke elevenes evne til å forstå og bearbeide tekster;
- at utenlandske elever utvikler en dypere forståelse for skriftlige tekster;
- at elever utvikler en større respekt for at elever i klassen arbeider i ulikt tempo;
- fremme sosiale relasjoner gjennom arbeid i grupper;
- bidra til at elevene utvikler seg til selvstendige individ;

Av matematiske formål kan følgende tas med:

- øke elevenes evne til å forstå og til å argumentere matematisk;
- forbedre leseferdigheten og forståelsen av matematiske tekster (lærebøker), ord og tekstoppgaver;
- forbedre og øke bruken av matematisk språk;
- øke elevenes kjennskap til matematiske ord og uttrykk (matematiske termer);
- utvikle evnen til å finne en passende balanse mellom dagligdags språk og matematisk språk;
- å finne ut hva utenlandske elever kan fra før, og hva slags holdninger de har til faget.

Undervisningsenheten har til hensikt å gjøre lærere i stand til å identifisere og reflektere over elevenes **mulige behov eller problemer**, slike som:

- Problemer med å bruke matematisk språk på riktig måte, som viser seg gjennom usikkerhet, tvil, og misforståelser når det gjelder skriftlige tekster. Da er det viktig å legge vekt på muntlig kommunikasjon i undervisningen og å hjelpe elevene til å uttrykke seg klart og presist.
- Språklig kompetanse. God språklig kompetanse er avgjørende for å kunne konstruere kunnskap. Selv om veien mot slik kompetanse tar veldig lang tid, er det viktig å gi elevene mulighet for utvikling.
- Å utvikle aktiviteter som i undervisningsenheten. De er viktige fordi de avdekker behov elevene har, og gir informasjon om elevenes kunnskaper, deres begrepsnivå, deres mulige mangler og misforståelser. Denne informasjonen er

grunnleggende for å kunne tilby passende og godt planlagt undervisning i klasserommet.

Aktiviteter:

Undervisningsenheten består av fem hovedaktiviteter. Alle bør utføres i små grupper med minst en minoritetselev i hver av dem.

Analyse av en lærebok (*lesing og skrivning*)

Elevene blir bedt om å lese et kapittel fra læreboka de bruker. Så skal de søke etter ord og uttrykk. Først gjelder søket vanlig språk i lærebokteksten:

- Søk etter, og lag en liste av ord i lærebokteksten som er vanskelige.
- Diskuter hva disse ordene betyr.
- Lag en liten ordliste der disse ordene er oversatt til de ulike fremmedspråkene som fins i klassen.

Etterpå er det fokus på matematiske ord og uttrykk i lærebokteksten:

- Søk etter ord i teksten som er spesielle for matematikken, og lag en liste over dem.
- Sammenlign disse ordene med de samme ordene i vanlig språk.
- Diskuter hva disse ordene betyr, og skriv ned de ulike betydningene.
- Lag en 'matematikk-ordliste' av disse ordene der de er oversatt til de ulike fremmedspråkene som fins i klassen.

Alle gruppene blir så bedt om å skrive om de analyserte sidene i læreboka til et, for dem, forståelig språk. De fremmedspråklige elevene blir bedt om å oversette noen av de viktigste setningene til sitt eget morsmål.

Analyse av en tekstoppgave fra en nasjonal standardisert prøve (*lesing og skrivning*)

Læreren velger ut en tekstoppgave fra Nasjonale prøver som gir mening språklig sett. Elevene får så samme oppgaver som de hadde i den første aktiviteten men nå med tekstoppgaven som basis.

Naturlig språk og matematisk språk

Elevene blir så bedt om å finne ord som kan skape forvirring fordi de brukes i både dagligdags språk og i matematisk språk, men har ulik betydning i de to kontekstene. Disse ordene skal så skrives på eget morsmål, sammen med de to ulike betydningene av ordene.

Å skrive en tekstoppgave

Gruppene blir så bedt om å skrive en tekstoppgave, et ordproblem, på majoritets-språket. Oppgavene blir så presentert for de andre elevene i klassen. Disse skal så diskuteres med spesielt fokus på om språket er gjort forståelig, og om de nødvendige

matematiske uttrykkene er på plass og om det er klart hva som skal gjøres for å løse oppgaven. I denne prosessen må en være spesielt oppmerksom på de minoritetsspråklige elevene

“Å skrive lærebok”

Denne gangen blir gruppene bedt om å skrive ‘en side i en lærebok’ om et matematisk emne valgt av lærer. Sidene blir så presentert for hele klassen. Disse skal deretter diskuteres med spesielt fokus på om språket og de matematiske begrepene og uttrykkene som er brukt, er forståelige og entydige. Også denne gang må en være spesielt oppmerksom på de minoritetsspråklige elevene.

Hoved utprøving

ved Francesca Colzi, Stefania Massai og Franco Favilli

Generell informasjon

Skole: Istituto Comprensivo “Don Lorenzo Milani” – Viareggio (Lucca)

Nivå: Barne og ungdomsskolenivå

Antall lærere: 2

Antall klasser: 6 (i skoleåret 2013/2014 fire klasser og i 2014/2015: to klasser.)

Elevenes alder: 11 til 16 år.

Antall elever: 63

Opprinnelsesland: Albania, Georgia, India, Marokko, Romania og Russland.

Antall lærere i klasserommet under utprøvingen av opplegget: 1 eller 2 (faglærer og assistentlærer for de med spesielle behov).

Oppgaver for elevene

For å øve kritisk lesning av en tekst, kan lærer stille spørsmål av følgende type:

- Syntes du enkelte ord var vanskelige å forstå?
- Hva syntes du var vanskeligst, vanlige ord eller matematiske ord?
- Forstod du hovedinnholdet i teksten?
- Var det noe i teksten du kunne knytte opp mot egne erfaringer?
- Får teksten deg til å tenke på noe meningsfylt?
- Fikk du hjelp av den italienske ordboken?
- Fikk du hjelp av oversetteren (på PC)?
- Hva er fordeler/ulempene ved å bruke ordbok?

- Hva er fordeler/ulempes ved å bruke en oversetter?
- Visste du allerede betydningen av ordene før du søkte de opp i ditt eget språk?
- Gjorde teksten som medelevene dine hadde skrevet, det lettere for deg å forstå teksten?
- Hvordan valgte du ordene du brukte da du skrev om teksten?
- Var det vanskelig å skrive om teksten?
- Fant du noen ord eller uttrykk med tvetydig eller uklar mening?
- Hjalp bildene deg til å forstå oppgaven?
- Hva var vanskeligst, å skrive om teksten eller å løse oppgaven?
- Hvordan kan teksten gjøres mer interessant og kjent?
- Var det vanskelig å lage oppgave for medelevene dine?
- Var du i stand til å løse oppgaven de andre elevene hadde laget?

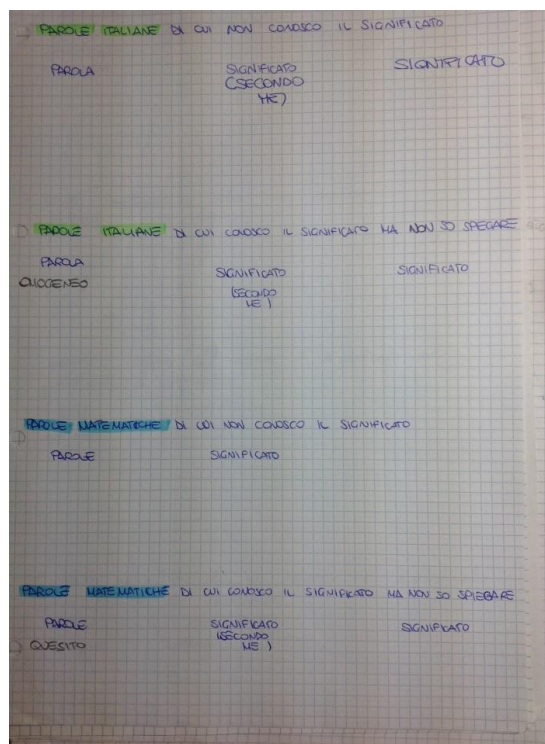
I klasserommet

Aktivitet 1 (skoleåret 2013/2014 – 8. klasse – 2 timer)

Det valgte matematiske emnet – sannsynlighet - var ennå ikke introdusert for elevene. Elevenes oppgave var å lese sidene i læreboka om emnet og å lage en liste med ord, som:

- de ikke forstår betydningen av på italiensk;
- de ikke forstår i den matematiske konteksten;
- de kjenner - men ikke helt sikkert – forstår meningen av på italiensk.
- de kjenner - men ikke helt sikkert – forstår den matematiske betydningen av.

Etter at de hadde lest, lette elevene etter betydningen av, for dem uklare ord, på italiensk.



Aktivitet 2 (skoleåret 2013/2014 – 7. klasse – 3 timer (2 i grupper og 1 i hel klasse)).

To ‘ekspertgrupper’ (5/6 elever til sammen) leste et emne om sirkelen i læreboka.

Gruppa som med hensikt var uten utenlandske elever, ble bedt om å skrive en ny tekst om det samme emnet slik at alle i klassen skulle forstå det. Gruppa skulle også lage en test for å sjekke om alle hadde forstått emnet.

Aktivitet 3 (skoleåret 2014/2015 – 7. klasse – 2 timer)

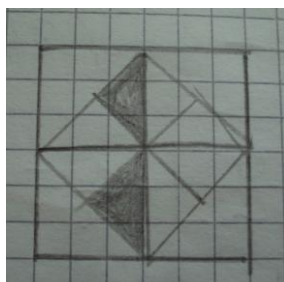
Aktiviteten referer til undervisningsenheten “Geometrical puzzel” i “LOSTT-IN-MATH” prosjektet. I dette prosjektet arbeidet elevene i par. Den ene ‘instruktøren’ gav instruksjoner til den andre, som skulle tegne det ‘instruktøren’ gav beskjed om. Bare ‘instruktør’ visste hvilken geometrisk figur som var målet.

Forskjell fra puslespillet over er at:

- elevene arbeider ikke i par, men en elev gir resten av klassen – trinn for trinn instruksjoner om hva de andre skal tegne. Målet er å tegne en geometrisk figur som bare ‘instruktøren’ kjenner til.
- elevene skal tegne sammensatte figurer, og ‘instruktør’ har lov å bruke navn på delfigurene som til sammen skal utgjøre hele resultatet.

Til slutt blir de ulike tegningene sammenlignet, og de gitte instruksjonene blir analysert og diskutert for å forstå mulige årsaker til at noen av tegningene ikke ble korrekte. Var grunnen tvetydige beskjeder eller misforståelser av beskjedene som ble gitt?

Under er de geometriske figurene som skal tegnes:



Instruksjonene gitt av 'instruktøren' var som følger:

- *Tegn et kvadrat!*
- *Halver kvadratet ved hjelp av en vertikal linje!*
- *Trekk et horisontalt linjestykke som starter og ender halvveis på de vertikale sidene gjennom sentrum!*
- *Bind sammen alle punktene du har funnet slik at du har en rombe!!*
- *Del alle de små trekantene du nå har i romben i to halvdeler!*
- *Fargelegg venstre toppen og nederste venstre delene av romben.*

En aktivitet lignende denne ble utviklet i en annen 7. klasse ved den samme skolen. I det siste tilfellet var det første gang klassen skulle være med på en slik aktivitet og læreren bestemte seg derfor for å beskrive en elementær figur: romben. 'instruktørens' oppgave var å gi bare minimalt med beskjeder (som f.eks. å dra et linjestykke, sett av et punkt...) uten videre forklaringer til medelevene.

Under er beskjedene fra 'instruktøren' gjengitt:

- Der er en linje, ja, ...et linjestykke.
- Med dette linjestykke tegn en spiss vinkel, ... oppover.
- Så, tegn et annet linjestykke for å få en stump vinkel.
- Så, festet til denne, et annet linjestykke for å få en spiss vinkel.
- Så, festet igjen, et annet linjestykke, for å få en stump vinkel som er like stor som den første.

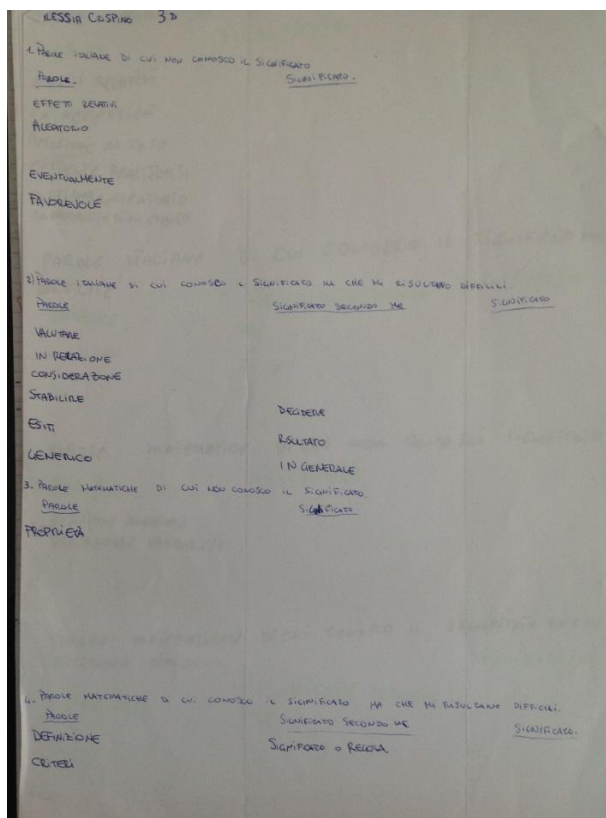
Gjennom de ulike trinnene i prosessen, prøver de andre å rette på 'instruktøren', vil få han /henne til å endre beskjeder.



Analyse av aktivitetene etter gjennomføring

Aktivitet 1

Hva oppgaven var, var klar for alle elevene. Noen ganger strevde de likevel med å skille mellom italienske (vanlige) ord og matematiske termer. Ingen elever skumleste teksten, noe som førte til at de skrev ned ord som ikke hadde noen betydning for den overordnede meningen i teksten. Det er mulig at de var villedet av oppgaveteksten som ba dem lese teksten og identifisere ukjente ord.



Det å ha en ordbok tilgjengelig, var nyttig når det bare var noen få ord som var ukjente. Når antall søkte ord økte, ble lesingen av teksten mye vanskeligere. I tillegg må det nevnes at ordbøker (både på papir og i nettverk) for det meste er adressert til voksne, og at forklaringene ofte er vanskelige å forstå for unge elever, som da blir avhengige av at lærer forklarer for dem. Ordbøker eller online oversettere er nyttige så lenge bare ett ord er søkt, men ineffektive når hele setninger skal oversettes. Oversettelsene til elevenes morsmål var til nytte når det gjaldt dagligspråk, men ikke alltid når det var ord fra det matematiske språket og spesielt ikke når betydningen av disse ordene var ukjent også på italiensk. Alt i alt så viste det seg at teksten om sannsynlighet ikke var så enkel å forstå, og den bidro derfor ikke til at elevene utviklet stabile begreper.

Aktivitet 2

I omskrivningen av teksten holdt elevene seg svært nær den originale teksten. Den nye teksten ble mer som et sammendrag. Til slutt i aktiviteten uttrykte 'ekspertgruppa' at oppgaven var vanskelig å utføre på grunn av at de hadde liten tid

til rådighet, og fordi de måtte bruke mye tid på 'rydde opp' teksten som de mente var forvirrende. Elevene overså tegningene i starten av arbeidet med å omskrive teksten, og disse ble ikke tatt med selv om teksten var en tekst fra geometrien. Elevene satte figurene inn til slutt i sin tekst og lagde koblinger til dem. Det kunne synes som om de anså at bilder inne i teksten vanskeligjorde lesingen. Den omskrevne teksten var forståelig, men i noen tilfeller var det nødvendig med supplerende muntlige forklaringer fra 'ekspertgruppa'. Gruppa hadde problemer da de skulle forberede en test for klassen, fordi de syntes det ville være vanskelig å vurdere medelevene og å lage testen. En av de to gruppene foretrakk å ikke lage noen test, mens den andre møtte noe motstand fra medelever mot å la seg teste av medelever.

Aktivitet 3

Pusleoppgaven krevde lytteferdigheter og at elevene, både de som tegnet og den som instruerte, var konsentrerte om oppgaven. Den avslørte også at elevene hadde vansker med å bruke det spesifikke fagspråket. Det ble likevel ikke observert noen spesielle vansker hos de som var innvandrere (alle var andregenerasjons innvandrere). Både den som var 'instruktør' og de som tegnet, opplevde at det ble vanskelig på grunn av uklare og unøyaktige instruksjoner. Det var tydelig at det var vanskelig for 'instruktøren' å finne en logisk rekkefølge for instruksene som skulle føre til den bestemte geometriske figuren. Vanskeligheter med å bruke mer entydige og nøyaktige instruksjoner enn de som finnes i vanlig tale, førte til at det gikk seint og til at beskjedene hele tiden ble justert.

Dette førte til en klassediskusjon etterpå, basert på følgende spørsmål: "Hvordan kan dere forklare at ikke alle tegnet samme figur?"; "Hvorfor var det så få som kom fram til riktig figur?"

Elevene svarte samvittighetsfullt at årsaken var både at de selv var dårlige til å forstå språket, og at rekkefølgen av kommandoene gjorde det vanskelig å komme fram til riktig figur.

De utenlandske elevene opplevde ikke noen spesifikke vansker under aktiviteten, selv ikke de som snakket et annet språk enn italiensk hjemme. Årsak kan være at alle hadde startet i første klasse på skolen i Italia, og at de derfor hadde lært matematikk bare i Italia og på italiensk.

Under aktiviteten var lærerens rolle å være tilrettelegger og begrense innspillene sine til å forklare begreper og til å få elevene til å opptre så selvstendig som mulig i klasserommet.

Andre utprøving

ved Marie-Hélène Le Yaouanq* og Brigitte Marin *

KONTEKST

Når det gjelder skriving, er et av målene i læreplanen for matematikk i den franske ungdomsskolen "å trene elevene til å lese og forstå en matematisk tekst bedre, og også til å produsere tekster som igjen er gjenstand for gradvise forbedringer".

Geometri blir ofte sett på som et gunstig område i matematikken når det gjelder å trene nøyaktig formulering, å forstå en strukturert tekst, å argumentere matematisk og å kunne avgjøre om noe er gyldig eller ikke. De offisielle dokumentene legger vekt på å gjøre en forskjell mellom det å utforske og resonnere og det å organisere og rapportere hvordan det er tenkt. Det er poengtert at en ikke for tidlig skal presse fram en streng ramme for hvordan skriftlig arbeid skal utføres: "Friheten til å skrive fritt er en av de viktigste drivkreftene for å lære å skrive. Dette gjelder også beviser." (Ressursspakke «Raisonnement et démonstration pour le collègue»¹). Når det gjelder kompetansebasert vurdering av elevene, er det klart bedt om at det blir skilt mellom disse to elementene, og det er gitt eksempler til diskusjon mellom lærerstuderenter.

Hvert år er flere økter i utdanningen av lærere lagt til rette for geometri på ungdomsskolenivå. Grunnen er at det er et viktig område i læreplanen og at mange elever, og også lærere, har vanskeligheter når deduktiv geometri introduseres. Opplegget under er basert på ulike teorier som de ulike geometriske paradigmenes (Houdement and Kuzniak), overgang mellom matematiske representasjoner (Duval), og tool-object dialectic (Douady).

OPPBYGNINGEN AV OPPLEGGET

Ungdomsskolens læreplan gir svært tydelige retningslinjer:

- "Oppmerksomhet bør være på språket og de ulike betydningene enkelte ord har".

- En "effektiv måte å overbevise elevene om at det er behov for et nøyaktig språk, er skiftet fra "å gjøre" til "å ha noe gjort". Dette kravet må likevel ikke virke vilkårlig for elevene, men når elevene for eksempel må skrive instruksjoner for at andre skal kunne utføre dem (for eksempel ved beskrive en geometrisk figur slik at andre kan representere den), eller når de må bruke datamaskin for å få en handling utført, blir det helt tydelig at det er nødvendig å være presis i språket.

Den første timen vil bli brukt til å gjøre elevene oppmerksomme på at noen matematiske ord kan ha flere beslektede betydninger.

¹Titre du document officiel

media.education.gouv.fr/file/Programmes/17/7/doc_acc_clg_raisonnement&demonstration_109177.pdf

Resten av timen vil bli brukt til å jobbe med hva vi kaller “telefonerte figurer” (‘instruktøren’ dikterer instruksjoner til en mottaker som så skal tegne en bestemt geometrisk figur). I tillegg skal vi jobbe med GeoGebra, et geometrisk dataprogram. Ulike eksperimenter har vist at elever effektivt kan kommunisere på eget språk slik at andre elever kan tegne den spesifikke figuren selv om de skriftlige beskjedene de gir, verken matematisk eller språklig sett er tilfredsstillende. Den korrekte figuren bekrefter da indirekte avsenderens tekst. Dette drar egentlig i tvil verdien av det planlagte opplegget som har som mål å hjelpe elevene til å bli mer språklig presise. Likevel, det er mange andre kompetanser knyttet til aktiviteten ‘telefonerte figurer’: det å analysere en figur, å skille figurbeskrivelse fra figurens karakteristiske egenskaper, å være i stand til å forandre representasjonen og å gjøre tale om til elementære instruksjoner på en sammenhengende og metodisk måte.

Aktiviteten ble derfor bestemt gjennomført, men da med fokus på at elevene litt etter litt skulle forbedre tekstene sine. Tre økter skulle brukes på denne måten:

- en økt til å produsere tekster med instruksjoner og til å følge disse instruksjonene. Misforholdet mellom figuren som ble tegnet og figuren som skulle vært tegnet, er ment å lede til en analyse av mulige problemer som kan oppstå, slik som manglende opplysninger, eller opplysninger gitt i feil rekkefølge. Språklig unøyaktighet vil sannsynligvis ikke systematisk være til hinder for at elevene produserer korrekt figur;

- en økt til å tegne figurer med geometrisk programvare. Den algoritmiske prosessen krever en liste med instruksjoner som må være forberedt i en tidligere skoletime. Bruken av programvaren kan avsløre mulige feil i lista, som ikke ville blitt lagt merke til i en manuell tegning av figuren. Programmets dynamiske karakter gjør det også mulig å fremheve egenskapene til figuren, ikke bare selve figuren;

- en siste økt med mål om å forbedre førsteutkastet til tekst. Et utdrag fra læreboka, og elevenes tekster blir sammenlignet og analysert, hver elev har da muligheter til å finne forskjeller før det første utkastet blir skrevet på ny.

Dette opplegget skal gjennomføres i slutten av året i en 7. klasse. Flere elever som nylig kom til Frankrike, har dårlige språkkunnskaper, men deltar i klassen. Disse har en ekstra time i uka med matematikklæreren.

UTFØRELSE AV OPPLEGGET

Første økt: ord med flere betydninger

Arbeidet starter med ordet ‘toppunkt’. I teorien er ikke dette et vanskelig ord, men det blir brukt som utgangspunkt for det som skal gjøres i klassen.

Så blir ordet ‘høyde’ brakt inn. Måling og størrelse brukt i dagligspråket kom som respons med en gang. Den matematiske definisjonen er ikke kjent for elevene, og de blander ordet med halveringslinje og median. Alle elevene er enige når læreren spør om en høyde kan måles. De mener at det kan den ikke, siden den er en rett linje. Utregningen av arealet av en trekant får dem til å forandre mening, og får dem også selv til å innse at ordet kan ha ulike betydninger.

Leksjonen slutter med et spill som er tilgjengelig på internett². Dette krever at elevene matcher en dagligdags definisjon av et ord med den matematiske definisjonen av det samme ordet.

Det viser seg at elevene automatisk skriver på papir før de sammen skal komme fram til et forslag. Mange kommer med ene sine og disse blir muntlig argumentert for, før de sjekker på datamaskinen med ved hjelp av projektor. Innvandrerne var involvert i den første delen av leksjonen, men den andre ble for intens for dem. Lærer vil gå tilbake til noen ord i ekstratimen han har med dem og starte å lage en ordbok..

Andre økt: ‘Telefonerte figurer’

Innvandrerelevne hadde allerede praktisert aktiviteten i ekstratimen de hadde med lærer. De aktuelle figurene er enkle og relatert til målene for 7.klasse, der parallellogrammet og de karakteristiske egenskapene til kvadratet, rektangelet og til romben er blitt undervist

Elevene arbeider i par og lærer gir de fleste ‘instruktørelevne’ i oppdrag å beskrive kvadratet som første figur. Fire grupper, får romben. To innvandrerelever skal lage beskrivelse av en konstruksjonsvideo, ved å velge ord og begreper fra ei liste de har fått tildelt.

Hver ‘instruktør’ får navnet på figuren og gir instruksjoner til mottaker som skriver dem ned, og tegner en figur, mens han nevner sine tvil, eller lurer på ting han mener mangler. Etterpå sjekker paret de to figurene. Om et kvadrat resulterer i et kvadrat eller et rektangel kommer an på om lengden på sidene ikke ble nevnt. Romben som skulle tegnes, endte opp som mange ulike figurer. Bare en gruppe endte opp med en korrekt rombe fordi de startet med diagonalene. Alle som stolte på at det var riktig å begynne med sidene, feilet og det resulterte i uventa figurer som en sekskant og et rektangel festet til en trekant.

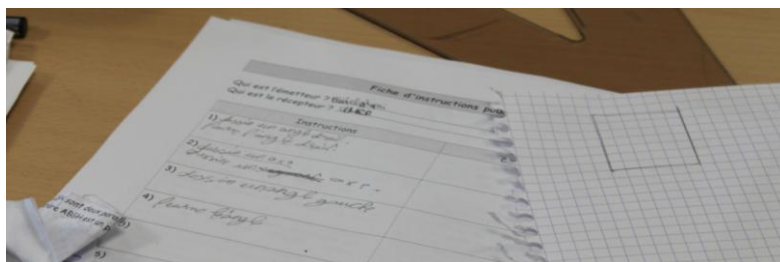
I det meste av de skrevne beskrivelsene mangler teksten vokabular fra matematikken. For eks. er ‘trekk en linje’ blitt brukt i stedet for ‘trekke et linjestykke’. Bare tre grupper kom på å bruke bokstaver for å beskrive punkter eller linjestykker.

Mange elever var avhengige av referanser til romlige begreper. De brukte begrepene ‘horisontale’ og ‘vertikale’ for å beskrive linjer som er normale på hverandre.

Derfor ble resultatet et kvadrat ved å følge instruksjonene: “tegn en horisontal linje/tegn en vertikal linje/tegn en horisontal linje/lukk den”. Det at navnet på figuren ble gitt som oppgave og ikke bare en tegning av figuren uten navn, kan ha påvirket mottaker til å forstå at det måtte være en figur de nettopp hadde lært om.

Det samme gjelder lista med instruksjoner fra en innvandrerelev: “tegn en rett vinkel / tegn en akse /tegn en venstre vinkel / lukk vinkelen”. Utfra dette tegner mottaker et kvadrat.

²<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/tous/vocabulaire/mots2.htm>, available address on 2015 may 01



Man kan sette spørsmålstegn ved meningen av uttrykket “venstre vinkel”. Representerte for eksempel de ulike betydningene for ordet ‘right’ (høyre, rett) et problem for innvandrerelven? Er den venstre vinkelen en høyrevinkel som settes på venstre side av tegningen? Nå etterpå, er denne eleven blitt klar over at ikke alle vinkler kan være rette vinkler?

Etter at de er ferdige, skifter elevene i parene roller, mottaker blir ‘instruktør’ og en annen figur blir gitt som oppgave. Denne gangen er det er ikke tid nok til at alle parene blir helt ferdige.

I en felles oppsummering blir oppgaven med romben gjennomgått. En gruppe dikterte nå for lærer som tegnet på tavla. Det ble tydelig at feil beskrivelse ledet til feil figur. Ordet høyde ble ikke brukt for å beskrive konstruksjonen av høyden, og da lærer foreslo det, ble et ikke akseptert av elevene. Elevene som tegnet romben med utgangspunkt i diagonalene, forklarte så for hele klassen hvordan det var gjort.

Tredje økt: konstruksjon med dynamisk programvare

Elevene arbeider i par med programmet GeoGebra og skal først konstruere et kvadrat, så en rombe og eventuelt et parallelogram. En ekstra figur blir gitt til de som jobber raskest, og en gruppe får gjort den ferdig. Elevene må skrive ned hvordan programmet fungerer. Alle elevene konstruerte så kvadratet. For å produsere romben raskere tok noen i bruk det de hadde lært i oppsummeringen i forrige leksjon. De brukte halveringslinja til vinkelen eller speilsymmetri og konstruerte diagonalene først.

De andre brukte lang tid på å få fram romben siden mange ting måtte tas hensyn til for å komme fram til riktig figur. Mange forklarer at den forrige leksjonen hjalp dem til å gjøre denne jobben. Noen innvandrerelver mente derimot at de ville ha begynt med dataprogrammet for å få identifisert ordene som blir brukt, og så ville de ha skrevet instruksjonene etterpå. Det visuelle aspektet av ikonene og også tilbakemeldingene fra dataprogrammet gjorde elevene i stand til å lage figuren på egenhånd og å lære å finne de riktige matematiske uttrykkene.

Fjerde leksjon: forbedring av tekstene

Fransklæreren deltok i denne leksjonen.

Etter at elevene hadde sammenlignet sin tekst med et utdrag fra læreboka, plukket de ut verbformer, imperativ eller infinitiv. Andre elever hadde fokus på ordene ‘sett av’ og ‘trekk’ som var brukt i lærebokteksten, og de sammenlignet disse med egen tekst.

Elevene skrev så instruksjonene sine på ny, og prøvde dem også ut.

I dette arbeidet ble fransklærer brukt av noen grupper både når det gjaldt matematisk og vanlig språk. Rike samspill i klasserommet førte til gode forbedringer.

“Noen unøyaktigheter finnes ennå, men jeg tror det har vært en reell framgang hvis vi sammenligner med den første leksjonen hvor tekstene til aktiviteten ‘telefonerte figurer’ var mangelfulle og unøyaktige”, sier matematikklærer etter at utprøvingen er ferdig.

Da elevene sammenlignet tekstene sine med utdrag fra læreboka, fant de selv ut hvordan instruksjoner for en konstruksjon kunne være, uten at lærer presset på dem et vilkårlig eller strengt oppsett. Arbeidet med betydningen av ord og begreper kan hjelpe elevene også i framtida til bedre å forstå instruksjoner de får.

Resultatet som ble oppnådd etter aktivitetene i opplegget, gir mening til alt arbeidet med å skrive og skrive om igjen. Men dette arbeidet tar lang tid, figurene må være enkle, og de produserte tekstene må være korte. Likevel er det et viktig arbeid, siden de fleste av elevene ikke oppdager av seg selv hva som kjennetegner slike matematiske tekster. De mangelfulle første tekstene skrevet i slutten av 7. klasse, viser dette tydelig. Det er selvsagt nødvendig med flere økter hvis en skal vedlikeholde og styrke elevenes skriveferdigheter i matematikk. Målet er at elevene skal overføre sine ferdigheter til andre aktiviteter enn i dette opplegget. Å kommunisere i matematikk krever naturligvis matematisk kunnskap, men erfaring fra

dette opplegget viser at fokuset på skriving og omskriving, gir muligheter også for utvikling av matematisk kunnskap.

Referanser

- Duval R. (2000), *Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques, Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 20, n° 2.
- IREM de Strasbourg (2002), *Ressources pour le programme de sixième*, (brochure avec un CD contenant des activités directement utilisables pour les élèves).
- Pluvinage F. (2000), *Mathématiques et maîtrise de la langue, Repères IREM*, n° 39.
- Pudelko B. et Legros D. (2000), *J'écris donc j'apprends, Cahiers pédagogiques*, n° 388 – 389.

Tredje utprøving

ved Charoula Stathopoulou*** Eleni Gana*** og Ioannis Fovos

INTRODUKSJON

Opplegget ble testet ut i to ulike elevgrupper. Den første gruppa bestod av en klasse på 20 elever 12-13 år gamle. De gikk i en første klasse ved «6. Junior High School of Volos». (Det tilsvarer 8. klasse i Norge. De begynner på skolen 5 år gamle.) Seks av disse tilhørte romfolket. Den andre gruppa bestod av innsatte i et ungdomsfengsel og elevene var fra 17 til 21 år gamle. De gikk i klasser tilsvarende 9, og 10. klasse i Norge. De gikk på skole inne i ungdomsfengselet. Majoriteten av disse elevene som var fra land i Asia, Afrika and Europa hadde bodd fra noen få til mange år i Hellas. Språkferdighetene varierte fra at de kommuniserte veldig godt til nesten ingenting på gresk. Opplegget ble gjennomført av matematikklærer I klassen, Ioannis Fovos. Han underviste begge gruppene nevnt ovenfor. Han hadde 25 års erfaring som lærer, 12 av disse som lærer på en fengselsskole. I fengselet samarbeidet han med Anna Georgiou om gjennomføringen av opplegget i matematikk. Hun var gresklærer for de innsatte. Hun hadde på forhånd satt seg inn i hva opplegget gikk ut på.

UTPRØVNING I KLASSEROMMET

Utprøving i 8. klassen

Første time: Lærer informerte hele klassen om at opplegget gikk ut på å undersøke og reflektere over matematisk språk og forholdet mellom det språket og dagligdags språk. Elevene ble så delt inn i grupper på 3 eller 4 elever. De fikk et oppgaveark med

*** Department of Special Education - University of Thessaly, Greece

tre aktiviteter og en side med deler av en tekst fra læreboka om firkanter (parallellogram, rektangel, rombe, kvadrat, og trapes).

I den første aktiviteten refererte elevene til erfaringer de hadde, og alle gruppene bidro med ord som vi møter både i matematikk og i dagliglivet. Noen ord hadde samme betydning i begge kontekster mens andre hadde ulik mening. Lærer noterte ordene på tavla. Etterpå fant elevene ordene igjen i teksten de hadde fått. (Andre aktivitet).

Andre time: Elevene jobbet med en tekstoppgave de hadde fått, og til slutt laget de en selv som de også løste. Det å lage en oppgave tente interessen hos elevene, siden det var første gang de selv laget oppgaver i stedet for å løse dem. Elevene var noe usikre, og de spurte lærer mer enn vanlig om hjelp eller ba han sjekke valgene deres. Gruppene viste stor samarbeidsvilje og de diskuterte hvordan de skulle formulere matematiske begreper og prosedyrer med ord.

Utprøving i fengselet

På skolen inne i fengselet, ble samme opplegg presentert og gjennomført. Elevene likte den muntlige delen av aktiviteten, og der var stort engasjement i diskusjonene både i klassen som helhet og i gruppene.

Første time: Å komme på ord som brukes både i matematisk og dagligdags språk, viste seg å være vanskelig for elevene siden så mange hadde dårlige greskkunnskaper. Dette var forventet siden det å sammenligne språk fra de to kontekstene krever abstrakte mentale prosesser som for disse elevene blir begrenset av liten erfaring med å bruke gresk språk. Læreren hjalp til i prosessen ved å komme med ledende spørsmål og verbale hint. Språklæreren gav også hjelp i gresktimene ved å gå tilbake til lærebokteksten elevene hadde fått utdelt. Andre og tredje del av aktiviteten (å kjenne igjen ord i teksten, sammenligne det med dagligspråket og å finne like ord i morsmålet) førte til dynamisk samhandling i gruppene. De jobbet for å finne ord og å knytte betydningen av disse til de ulike sammenhenger de blir brukt. Elevene med mest greskkunnskaper hjalp de andre ved å oversette til morsmålet. Dette hjalp de svakere elevene til å forstå de matematiske ordene.

Andre time: Hele klassen studerte tekstoppgaven de hadde fått utdelt. Hva som er kjennetegn på en tekstoppgave ble så forklart for elevene. Etterpå dannet elevene grupper basert på opprinnelsesland og språk. Hver gruppe gikk så i gang med å lage sin egen tekstoppgave. Elevene diskuterte ikke bare det matematiske innholdet i oppgavene, de snakket også om hvordan tekstoppgavene skulle formuleres, hvilke matematiske ord som skulle brukes og hvordan teksten skulle organiseres. Diskusjonen i gruppene skiftet ofte mellom to språk, gresk og elevenes morsmål, og dreiet seg hovedsakelig om å klargjøre matematiske begreper, men også om å velge beste måte å uttrykke det matematiske innholdet. Når lærer ble bedt om å hjelpe, fikk han først elevenes forslag, og så veiledet han dem slik at de selv måtte velge hva de til slutt skulle skrive.

Konklusjon

Aktiviteten å lage tekstoppgaver viste seg å gi muligheter for bevisst refleksjon om forholdet mellom matematisk språk og hverdagsspråk for alle elevene, både de innfødte og de uten gresk som morsmål. Spesielt for elevene som ble undervist i matematikk på et annet språk enn morsmålet, var opplegget interessant og nyttig. De fikk klargjøre betydningen av ordene i de ulike kontekster de forekommer; den matematiske og den i dagliglivet. I tillegg fortalte disse elevene at de hadde prøvd å forstå matematiske begreper på egenhånd basert på gresk språk, men det var ikke alltid lett. Det at det var greit å bruke flere språk i klasserommet gav elevene mulighet til å bedre forstå matematiske termer og begreper, selv om de måtte stole på oversettelsene som medelevene med samme morsmål, hadde laget. (I fengselet var det ikke lov å ha internettilgang.)³ Lærerne lovte at hvis elevene skulle ha lignende aktiviteter, ville de kopiere oversettelser av termer og begreper til de ulike morsmål i klassen.

Man kan konkludere med at både lærer og elever vurderte oppgaven å lage tekstoppgaver selv, som spesielt nyttig og interessant. Elevene påpekte hvor fordelaktig og stimulerende det var for dem å prøve å overføre et matematisk problem til et passende matematisk språk. I følge lærer var opplegget et godt initiativ til å utforme aktiviteter med tekstoppgaver.

Konklusjon etter tre piloteringer

ved Roberto Peroni****

Språket er det mest gjennomgripende teknologiske verktøyet for kulturell kommunikasjon og for den kognitive utviklingen hos mennesket, og nesten alt innhold og all interaksjon må organiseres språklig.

Forholdet mellom matematikk og språk er spesielt avgjørende både fordi ethvert menneskelig språk er: “un système où tout (ou presque tout) se tient” (de Saussure and Meillet), og fordi matematikken er et strengt strukturert språk som ikke bare har et spesielt vokabular, men også en hierarkisk syntaks.

Temaet i prosjektet M3EaL er forholdet mellom språket og de tre M-ene: Matematikk, Migrasjon og det som gjelder det Multikulturelle. I dette undervisningsopplegget settes det fokus på forholdet mellom ordinært språk og matematisk språk i klasserom der elevene har ulike morsmål. De fremmedspråklige

³ Med aktiviteten som utgangspunkt, diskuterte klassen begrensningene som fengselssystemet påla dem når det gjaldt tilgang til tekster på morsmålet, og de skrev et brev hvor de ba om tillatelse til å bruke internett i undervisnings øyemed.

elevene må lære matematikken på et andrespråk som for majoriteten i klassen er det ordinære morsmålet.

De tre pilotprosjektene rapporterer i detalj om aktuelle, komplekse undervisningssituasjoner med elever med ulike innvandrerbakgrunn som snakker minoritetsspråk fra Øst-Europa, Afrika eller Asia. I Hellas var det også elever fra romfolket og eldre elever (17-21 år) fra et ungdomsfengsel/forvaringssenter som deltok i piloteringen mens de ble undervist på ungdomsskolenivå. Hver og en av dem må lære seg å lære på et annet språk enn på morsmålet sitt. Fra før er det kjent gjennom forskning, via bilder av aktivitet i hjernen, at ved utføring av eksakte beregninger pågår det et komplekst samspill mellom språk og matematikk (Dehaene et al, 1999), og at det skjer andre koblinger mellom hjernehalvdelen når det gjøres overslag og sammenligninger av størrelser (Dehaene et al, 2004). En nyere studie (Wang et al, 2007) som brukte fMRI på mandarin-kinesiske elever som lærte seg engelsk, viser at sammenlignet med L1 kan beregninger i L2 prosesseres gjennom L1 systemet (som har med språket å gjøre) mens det involverer ytterligere hjerneaktivitet, spesielt i den venstre hjernehalvdelen, inkludert den mindre frontallappen (Brocas område).

Fra lærers side er målene ambisiøse:

Å skape bevissthet om andre kulturers positive verdier; å legge til rette for interkulturell dialog og en inkluderende holdning i klasserommet; å utvikle en kritisk holdning til bruk og tolkning av språket; og selvfølgelig å undervise matematikk. Det vil si at målet er å legge til rette for utvikling av elevenes kompetanse i å forstå og utdype den matematiske diskursen og å utvikle passende og godt planlagte undervisningsopplegg med dette som formål.

De foreslåtte og piloterte aktivitetene har en eksplisitt multikulturell natur. Viktige kjennetegn i hver rapport er analysene (lesing og skriving) av deler av læreboka. I tillegg skulle en tekstoppgave fra en nasjonal standardisert test studeres. Fokus skulle være å søke etter og reflektere over meningen av vanskelige ord og /eller vanskelige setninger i tekstoppgaven. Disse skulle så listes opp og oversettes til eget morsmål, og til teknisk matematiske ord og vendinger. Dette er spesielt synlig i den franske rapporten der det ble fokusert på ord som har ulike betydning i ulike settinger (den matematiske og den ordinære) for å unngå misforståelser fra polysemi. Eksempler på slike ord er: 'hjørne', 'høyde' og 'rett vinkel'.

I alle rapportene finnes det aktiviteter der elevene skulle reflektere over geometriske figurer ("firkanter"), selv om dette er mest framtrædende i den italienske (Pisa) og den franske rapporten. I disse rapportene er det snakk om en slags 'telefonert' beskrivelse av figurene. Hensikten var å oppnå en språklig presis instruksjon slik at språket ble forbedret og at figurene som skulle tegnes, skulle bli mest mulig lik den originale figuren. I Paris-Créteil rapporten arbeidet elevene i grupper og brukte dataprogrammet GeoGebra til å konstruere figurer. De innvandrerelevne som mestra

det franske språket, hadde en liten språklig fordel her siden fransk var språket i programmet.

Dette undervisningsopplegget er et opplegg som har tatt lang tid, og det er fremdeles ting som kan forbedres. Uansett så har undervisningsopplegget ført til en betydelig framgang sammenlignet med første økt i opplegget. Da var de skrevne instruksjonene elevene produserte for tegning av de “telefonerte” figurene, utilstrekkelige og upresise. Tekstene elevene skriver er nok fremdeles ikke perfekte, men nå starter de med klare ordrer (‘marker’, ‘trekk’, ‘sett sammen’, ‘del opp’ osv.), og det tekniske matematiske leksikonet blir brukt mye oftere. Punkter og linjestykker blir ofte navngitt for å forenkle og klargjøre instruksjoner.

I alle de ovennevnte aktivitetene er lærer en tilrettelegger som elevene tar kontakt med når de behøver hjelp med både matematiske og språklige problemer. Hver løsning av problemer fører til forbedring, og det er klart at hvert trinn i det å mestre kommunikasjon i matematikk, også fører til en tilsvarende økning i matematisk kunnskap.

Som en oppsummering viser erfaringene fra de tre piloteringene at:

- a. Aktiviteter der elevene må skifte mellom ulike språk når det gjelder mening av ord og når det gjelder å skape forståelse for figurer støtter opp om prosesser av bevisst refleksjon over forholdet mellom matematisk språk og dagligdags språk. Dette gjelder både elever med majoritetsspråket som morsmål og elever med minoritetsspråklig bakgrunn. I tillegg ble aktivitetene som gikk på å finne ut meningen av enkeltord og ord i tekstsammenhenger, sett på som mer nyttige av elevene som ble undervist på andrespråket, siden det hjalp dem å relatere meningen av ordene til de ulike kontekstene de dukket opp: i matematikken eller i dagligdags samtale.
- b. Oppgaven med å bygge/tegne figurer støtter ikke helt de vanlige grunnleggende prosessene, som forbinder mer abstrakt symbolsk nivå med pragmatiske bevegelser og gester som abstrakt kunnskap er basert på (Bates et al., 1979), (Arzarello et al., 2009), (Alibali et al., 2014), (Novack & Goldin-Meadow, 2015).
- c. Godt planlagte og ledete transspråklige aktiviteter fører til et mer inkluderende miljø overfor elever med annen språklig og kulturell bakgrunn. Dette legger til rette for interkulturell dialog i klasserommet som også kan videreutvikles utenfor skolen.

Referanser

Alibali, M.W., Nathan, M.J., Wolfram, M.S., Breckinridge Church, R., Jacobs, S.A., Johnson Martinez, Ch. & Knuth, E.J. (2014). How Teachers Link Ideas in Mathematics Instruction Using Speech and Gesture: a Corpus Analysis, *Cognition and Instruction*, 32 (1), pp. 65-100

- Arzarello, F., Di Paola, B., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as Semiotic Resources in the Mathematics Classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 70 (2), pp. 97-109.
- Bates, E., Benigni, L., Bretherton, I , Camaioni, L. & Volterra,V. (1979). The Emergence of Symbols: Cognition and Communication in Infancy. New York: Academic Press.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P, Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence, *Science*, 284, pp. 970-974.
- Dehaene,S., Molko, N., Cohen, L. & Wilson, A.J (2004). Arithmetic and the Brain, *Current Opinion in Neurobiology*, 14, pp. 218-224.
- Gibbons,P. (1993). Learning to Learn in a Second Language. Portsmouth, NH.: Heinemann.
- Novack, M. and Goldin-Meadow, S. (2015). Learning from Gesture: How our Hands Change our Minds, *Educational Psychology Review*. New York: Springer.
- Wang, Y., Lin, L., Kuhl, P. & Hirsch, J. (2007). Mathematical and Linguistic Processing Differs between Native and Second Languages: an fMRI Study, *Brain Imaging and Behavior* 1, pp. 68-82.