Multiculturalism, Migration, Mathematics Education and Language
Project Number: 526333-LLP-1-2012-1-IT-COMENIUS-CMP

LA MOLTIPLICATION AVEC LES DOIGTS

par Barbro Grevholm*

INTRODUCTION

Le domaine d'étude de la séquence est celui de la multiplication sous différentes approches(histoire, culture, traditions, utilisation d'outils et de livres), l'utilisation d'outils réels dans les calculs, l'utilisation tôt de l'algèbre pour la formulation des règles de multiplication et pour prouver des résultats mathématiques, différentes façons de faire la preuve en mathématiques et le raisonnement mathématique.

Pilotage avec les professeurs

Le projet a d'abord été piloté dans deux écoles de Norvège avec deux professeures de mathématiques différentes. Le second pilotage a eu lieu en Autriche et le troisième en République Tchèque. Les thèmes mathématiques prévus pour le développement du projet sont l'arithmétique de la multiplication, opérations et règles,facteurs, produits et factorisation, preuve et démontrer, histoire des mathématiques, réflexions métacognitives sur l'apprentissage des mathématiques, et la compréhension des mathématiques en relation avec l'apprentissage mot pour mot.

Objectifs de la séquence

Les objectifs de la séquence sont d'amener les élèves à réfléchir sur le processus de la multiplication, à se rendre compte des propriétés de la multiplication et à voir les liens entre la multiplication et d'autres domaines des mathématiques. Les élèves peuvent aussi réfléchir sur ce qu'ils ont besoin de connaître par cœur en mathématiques et sur ce qui peut être reproduit avec différents outils ou aides.

Les élèves peuvent aussi remarquer que les mathématiques sont construites et utilisées par des gens ordinaires dans beaucoup de régions du monde. En interviewant les membres de leurs familles ils peuvent apprendre comment on a traité la multiplication dans leurs propres pays.

*Faculty of Engineering and Science, Department of Mathematical Sciences, University of Agder, Norway.

Pilotage principal

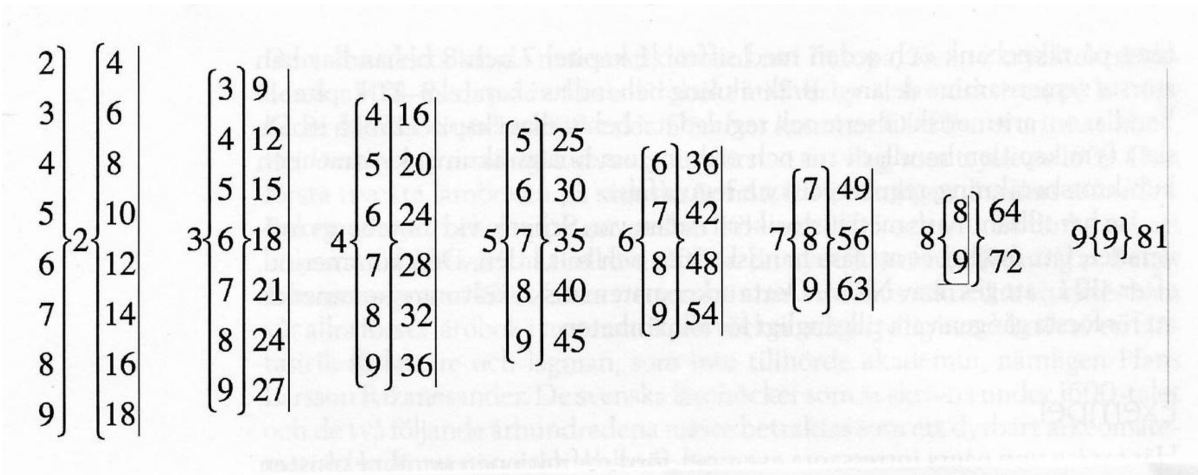
par Barbro Grevholm

Le sujet proposé: texte original de la séquence d’enseignement: la multiplication avec les doigts

<u>*Début de la séquence*</u>

Première séance

On a distribué aux élèves une photo d’une série de nombres disposés sous forme triangulaire issue d’un manuscrit datant de 1601 (13 ans avant que les premiers livres de mathématiques aient été imprimés en Suède). Voir la photo ci-dessous. L’histoire du manuscrit est racontée en Annexe 2. Une discussion de groupe au sujet de la photo est engagée par le professeur avec les questions suivantes (après que les élèves aient eu le temps d’étudier la disposition des nombres):



1. Que voyez-vous dans cet arrangement de nombres? Avez-vous déjà vu quelque chose de semblable?
2. Quelle pourrait être la raison pour présenter de telle manière cet arrangement de nombres? Comment avez-vous rencontré un tel arrangement dans votre apprentissage des mathématiques?
3. Quelle propriété pour les nombres permet de dégager la table de ce livre ancien? Pour quelle raison n’utilise- t-on pas des arrangements aussi courts aujourd’hui?

Commentaires pour le professeur: on peut s’attendre à ce que les élèves reconnaissent la rangée des résultats dans la table du 2 et dans celle du 3. Peut-être font-ils le lien avec la table de multiplication habituelle? Le professeur peut maintenant demander à la classe d’écrire la table de multiplication habituelle avec les 10 fois 10 égalités et de colorier dans cette table les produits qui apparaissent dans la disposition triangulaire. Après une recherche plus approfondie et une discussion la classe peut découvrir que les produits qui manquent dans la disposition triangulaire sont déjà présents dans quelques-unes des tables. Ainsi toutes les recopies des calculs sont éliminées dans la disposition triangulaire.

Maintenant le professeur peut expliquer aux élèves que ces tables peuvent servir de deux façons: pour calculer le produit de deux nombres entiers et de voir quels sont les diviseurs d'un nombre. Ainsi on peut calculer 3.4 ou on peut demander quels sont les diviseurs du nombre 12? A ce moment-là le professeur peut vouloir refaire la définition des termes diviseur et produit utilisés dans la multiplication et faire prendre conscience aux élèves de la différence avec l'addition où on parle de termes et de somme.

Exercices

1. Utilisez l'une ou l'autre table pour calculer: a) $2 \cdot 9$ and $9 \cdot 2$ b) $8 \cdot 7$ and $7 \cdot 8$ c) $5 \cdot 8$ and $8 \cdot 5$. Que remarquez-vous? Quel est le nom de cette règle suivie par la multiplication des nombres? Pouvez-vous trouver une manière simple d'illustrer cette règle? Et avec un rectangle composé de deux lignes et neuf colonnes? Que se passe-t-il si vous regardez cela sous différents angles?
2. Trouvez les diviseurs des nombres 18, 27, 42 en utilisant l'une ou l'autre des tables. Il y-a-t-il plus d'une option?
3. De combien de façons pouvez-vous décomposer 48 en facteurs entiers? Il y-a-t-il une manière très simple d'écrire un entier comme un produit de facteurs simples? Considérez-vous que 2.24 et 24.2 sont deux façons différentes? Ou considérez-vous 2.3.8 et 8.3.2 comme deux façons différentes? Pourquoi les deux derniers produits sont-ils égaux? Comment nommez-vous les règles qui nous le confirment?
4. Pensez à une situation où il est important de pouvoir trouver les diviseurs d'un nombre entier.
5. Par quel nombre faut-il multiplier a) 12 pour obtenir 36? B) 9 pour atteindre 72? c) 15 pour obtenir 90?
6. Le nombre 4 peut être factorisé en $2 \cdot 2$ et 2+2 font 4, donc la somme des facteurs est égale au nombre. Pouvez-vous trouver un autre nombre ayant cette propriété?
7. Maintenant, créez des problèmes semblables et demandez à vos camarades de classe de les résoudre.

Deuxième séance

Le professeur introduit le travail avec une discussion tout au long de ces lignes: les mathématiciens disent souvent qu'ils sont paresseux, préfèrent faire les choses le plus simplement possible et travaillent le moins possible. Une chose avec laquelle les élèves se battent à l'école durant de nombreuses années est la table de multiplication. Comment peut-on minimiser ce travail? Qu'avez-vous trouvé le plus difficile dans la table de multiplication? Une de mes amies a trouvé 7x7 très facilement et elle avait appris la table de multiplication par 7 en 1949. Avez-vous un produit favori dont vous êtes toujours sûr?

Aujourd'hui nous avons des outils digitaux comme le téléphone portable et la calculatrice ou l'ordinateur pour faire la multiplication à notre place. Mais qu'arrive-t-il si vous devez faire une multiplication et qu'il n'y a aucun outil numérique aux alentours?Bon, les gens ont aussi réfléchi à cela autrefois et ont trouvé des solutions. Une façon consiste à utiliser vos doigts pour faire lamultiplication. Voici une façon de multiplier tous les nombres entiers entre 5 et 10 avec vos doigts:

Source: Grevholm (1988), p. 19:2

Pour une traduction de la tâche en anglais et français voir l'annexe 1.

Essayez et voyez si vous y arrivez !

Cette méthode a été montrée à un formateur par un professeur de mathématiques qui a appris cela de roms qui suivaient des cours pour adultes à Malmö en Suède. Les élèves ont demandé au professeur de leur expliquer pourquoi cette méthode fonctionnait à chaque fois. Il n'a pas su leur en faire la preuve, il s'est donc retourné vers le formateur. Pouvez-vous aider le professeur à expliquer pourquoi cette méthode fonctionne toujours?

Dans les pays Nordiques la méthode est aussi connue comme la multiplication du paysan ou du fermier, car elle est pratique pour quelqu'un qui n'a pas un accès immédiat à un crayon et du papier.

Commentaires pour le professeur: la preuve peut être faite tôt par l'algèbre (voir l'annexe 3), ou on peuts'en convaincre envérifiant que tous les cas possibles sont vrais, car on est ici en présence d'un nombre limité de cas.

<u>*Exercices*</u>

1. Persuadez, vous et votre pire ennemi que la multiplication avec les doigts donne toujours un résultat juste si elle est faite correctement. Expliquez à votre professeur comment vous faites.
2. Essayez d'inventer une histoire mathématique où vous pouvez résoudre le problème avec cette multiplication. Demandez à un ami de le résoudre. Comparez chacune de vos méthodes de raisonnement. En préférez-vous spécialement une? Pourquoi?

Troisième séance

Il y a beaucoup de manières de faire une multiplication avec les doigts et la plupart d'entre elles sont connues depuis des temps historiques et sont issues de différents pays. Explorez d'autres manières de faire une multiplication avec les doigts. Quelles sont les différences et les similitudes avec celle exposée ici? Dispose-t-on d'une preuve? Les auteurs expliquent-ils pourquoi la méthode fonctionne? Expliquez pourquoi. Ecrivez la table réduite.

Maintenant quand vous multipliez des nombres entiers entre 5 et 10 avec vos doigts comment pouvez-vous réduire la table de multiplication triangulaire aux cas que vous devez connaître par cœur? Combien de multiplications différentes a-t-on?

Avec une calculatrice vous pouvez facilement trouver $12 \cdot 14$. Serait-il possible de de l'obtenir aussi par la multiplication avec les doigts? Essayez de trouver une façon de le faire. Il y-a-t-il quelque chose sur internet pour multiplier les nombres entre 11 et 15? Trouvez-vous quelque chose pour des nombres encore plus grands?

Que vous racontent les livres d'histoire des mathématiques sur la multiplication avec les doigts? Regardez par exemple D.E. Smith, Histoire des mathématiques.

Dans quels pays trouvez-vous des méthodes différentes de multiplication? Pensez à la manière dont cette compétence a été transmise d'une personne à l'autre. Autrefois on communiquait oralement et vous, vous avez probablement montré comment faire cette multiplication avec les doigts de façon très pratique. Vous pouvez même le décrire à une personne qui ne parle pas votre langue? Vous pouvez l'expliquer en utilisant uniquement des gestes et des signes. Aujourd'hui si vous voulez décrire la méthode sous forme écrite, comme sur internet par exemple, cela demande beaucoup plus d'efforts que de le montrer simplement avec les doigts. La compétence qui consiste à multiplier avec les doigts semble aujourd'hui avoir été oubliée dans beaucoup de pays. Pourquoi? Et pourquoi demande-t-on aux enfants à l'école d'apprendre une table avec 10-10 multiplications quand on peut faire ces multiplications avec beaucoup moins d'opérations?

Dernière séance

Le professeur et sa classe peuvent faire un débat de synthèse sur ce qui a été appris.

Voici juste quelques exemples que l'on peut traiter:

- Quelles propriétés de la multiplication a-t-on trouvées?
- Peut-on expliquer pourquoi la table de 1601 est ainsi faite?
- Peut-on trouver les mêmes propriétés pour la division des nombres? Pourquoi? Donnez des exemples.
- Qu'en est-il de l'addition et de la soustraction? Qu'en pensez-vous? Donnez des exemples.
- Pour quelle raison la multiplication avec les doigts resterait-elle mal connue encore plus longtemps?

Une façon très fructueuse de faire la synthèse est de commencer en laissant les élèves mettre par écrit leur propre vision de l'apprentissage qui a eu lieu et ensuite d'en discuter avec toute la classe.

Commentaires pour le professeur

Les élèves connaîtront probablement la règle de commutativité, mais peut-être ne sauront-ils pas la nommer. Les exercices donnent une occasion d'introduire cette terminologie et aussi peut-être pour les élèves de découvrir d'autres règles sur la multiplication. Nous avons donné du matériel supplémentaire au professeur, comme par exemple l'histoire du manuscrit de 1601 (annexe 2) la preuve algébrique (annexe 3), la preuve en prenant tous les cas, des liens vers de bons sites sur la multiplication avec les doigts, des façons de multiplier des nombres plus grand que 10 (annexe 4), des textes issus de livres d'histoire sur la multiplication avec les doigts (annexe 2) etc.

Cette façon de multiplier est utile par son aspect multiculturel, comme on le sait elle a été utilisée par divers groupes de gens dans des pays différents et sur de longues périodes, et c'est une manière de faire qui a été transmise autrefois oralement ou par des gestes, on peut donc le traiter indépendamment de la langue et c'est très concret. Les élèves peuvent interviewerleurs parents et leurs grands-parents au sujet de la table et voir s'ils connaissent les différentes tables. La table triangulaire combinée avec la multiplication avec les doigts réduit un peu l'apprentissage par cœur des opérations de multiplication de la table. On sait par la recherche que la multiplication est un domaine où les élèves luttent beaucoup.

Le pilotage principal de cette séquence d'enseignement a eu lieu en Norvège, dans une école à Kristiansand et dans une autre à Trondheim. Ci-dessous figurent les rapports et synthèses des résultats de ce pilotage.

Informations générales:

Le pilotage principal a été réalisé par Kari Sofie Holvik et Camilla Normann Justnes et ce compte rendu s'appuie sur leurs comptes rendus et leurs évaluations. Dans une réunion avec une des professeures avant le pilotage nous avons discuté de quelles manières la séquence pourrait être utile aux élèves. La professeure a considéré cela comme une grande aide pour revoir la multiplication et elle a aussi suggéré qu'elle pourrait l'utiliser pour préparer la factorisation des nombres que les élèves de sa classe devraient apprendre plus tard ce semestre. Par conséquent nous avons inclus des exercices traitant de la factorisation. Cela rend aussi explicite le fait que multiplication et division sont des opérations inverses.

A l'école Karuss

La première moitié de la classe a appris la multiplication avec les doigts. Les élèves étaient fascinés et ont trouvé cela amusant. On leur a confié la tâche de l'apprendre à quelqu'un d'autre. Par conséquent, moi comme professeure, j'ai dû l'enseigner plus tard au reste de la classe. Aucun élève ne l'a utilisée durant l'examen car ils avaient les tables de multiplication en tête et c'était donc plus rapide. Si nous refaisons constamment la méthode, il se pourrait que des élèves l'utilisent dans un test sans aides. On n'a pas eu le temps ou de raison de montrer les preuves à tout le monde. Mais j'aimerai le faire plus tard en classe de 3ème lorsqu'on étudie l'algèbre.

Dans le dernier cours de ce projet nous avons exploré d'autres méthodes pour la multiplication. Les élèves utilisent internet et y ont cherché d'autres méthodes, pour apprendre au moins l'une d'entre elles et la présenter ensuite à la classe. Ils ont travaillé par paires et se sont montrés très passionnés. La méthode japonaise, exposée récemment sur Facebook, où vous pouvez compter et faire des croix (voir le lien), a été celle qui les a le plus fascinés. Voici quelques méthodes qu'ils ont trouvées:

- http://vivas.us/i-promise-that-this-japanese-multiplication-technique-will-make-math-way-easier/
- Des maths magiques pour la classe de 5ème
- Multiplication, apprendre les tables de multiplication (Mister numbers)
- No.swewe.com
- Guro.sol.no/questions/naturvitenskap/matematikk/hvordan-multiplisere-firesifrede-tall-i-hodet

Réflexions sur d'éventuels changements si je refais cette séquence encore une fois.

Les élèves ont eu trop peu de temps pour faire toutes les tâches et une synthèse ensuite. La prochaine fois j'utiliserais deux ou trois questions, pour le premier exemple, les questions 2 et 3 si je pensais à leur utilité pour un examen, et les questions 5, 6 et 7 si je voulais focaliser sur les recherches. Une autre option consiste à différencier les tâches. Ou distribuer les tâches au hasard et demander aux élèves de se les expliquer mutuellement, ensuite, dans des groupes plus grands. C'est dans tous les cas important qu'ils aient du temps pour parler de mathématiques ensemble.

J'aurais pu prendre plus de temps (deux cours consécutifs) pour que plus d'élèves puissent communiquer encore plus entre eux. Le niveau et le type des tâches étaient bien adaptés au groupe d'âge des élèves. La séquence est bien reliée à la révision de la factorisation, de la factorisation en nombres premiers et d'autres concepts mathématiques (diviseur, multiplication, somme etc.)

Nous avons dû utiliser la partie du cours après la fin de la séquence pour apprendre le dernier sujet avant l'examen (volume) et le deuxième cours cette semaine servira à faire des exercices sur ce thème. Mais plus tard dans la semaine nous commençons les révisions et alors je ferai référence à ce sur quoi nous avons travaillé durant cette séquence, dans quoi cela s'intègre et peut-être demander si desélèves utiliseront quelques-unes des autres tables de multiplication qu'ils se sont procurées.

J'utiliserai la multiplication avec les doigts quand on fera des révisions pour l'examen dans les semaines 18 et 19, en incluant la première tâche. La preuve mathématique sera distribuée à quelques élèves. C’est trop tôt pour la plupart des élèves en classe de $4^{\text{ème}}$.

L’exploration d’autres méthodes doit être faite après l’examen (semaine 21). Elles sont vraiment plus pertinentes et appropriées dans l’année scolaire 4-6.

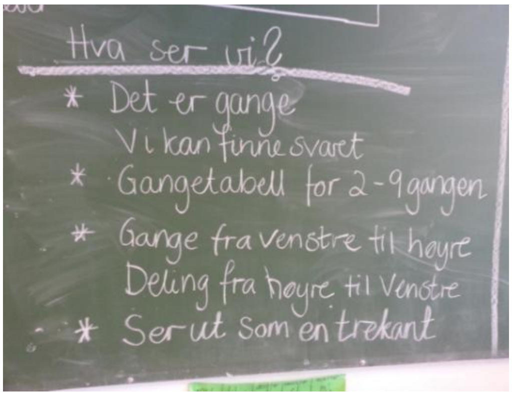
A l’école Saupstad

Ici la professeure a réalisé la séquence dans une classe de CM2 et nous a fourni beaucoup de notes détaillées.La première séance a consisté en un cours de 45 minutes. Elle a fait la première séance en commençant par raconter l’histoire du manuscrit. Elle a ensuite distribué une copie de la série de nombres à chaque élève, et leur a laissé 5 minutes pour l’étudier. Ensuite les élèves en ont discuté ensemble et ont posé des questions. La professeure a pris des notes sur le tableau vert.

Voici la traduction des notes sur la Photo 1:

Que voit-on?

- *Ce sont des multiplications. On peut trouver la réponse.*
- *Les tables de multiplication de 2 à 9.*
- *Des multiplications de gauche à droite. En partant de la droite vers la gauche.*
- *Cela ressemble à un triangle.*



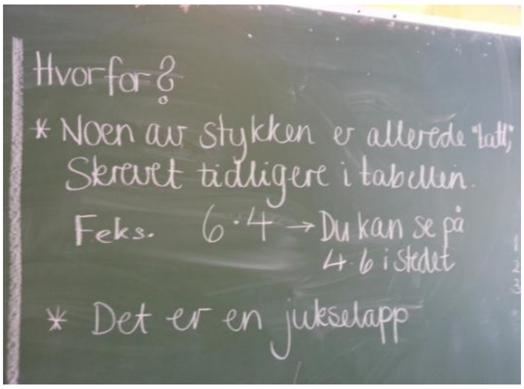
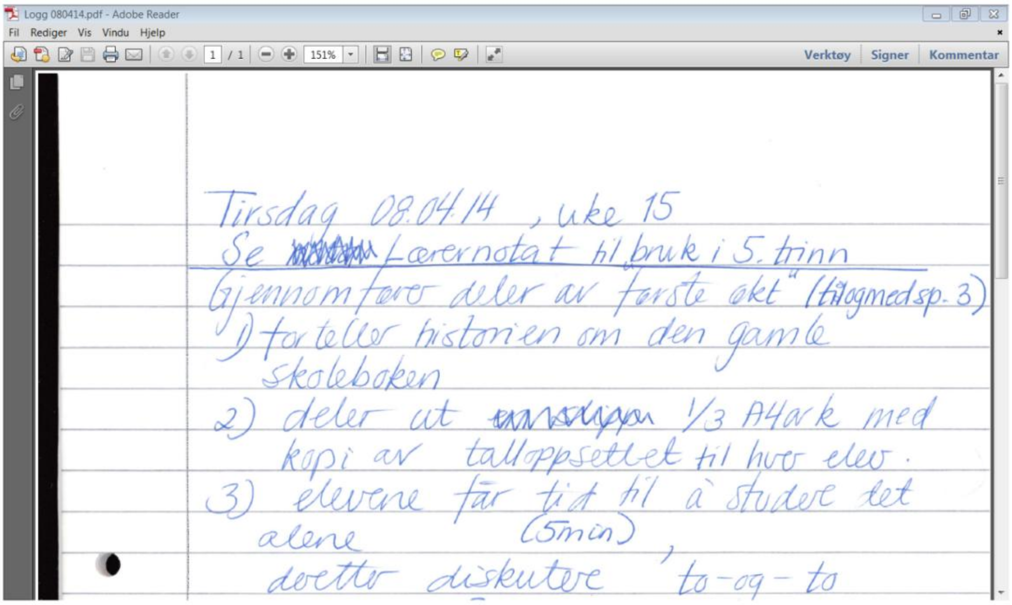


Photo 1-2: Réponses des élèves à la question “Que voit-on?”.et à la question “Pourquoi?”.

Traduction du texte sur la photo 2:

Pourquoi?

- *Quelques- unes des tâches sont déjà faites. Ecrites avant dans la table. Par exemple 6·4 →on peut regarder à la place 4·6.*
- *C’est une antisèche.*



Tirsdag 08.04.14 , uke 15
Se Lærernotat til bruk i 5. trinn
Gjennomfører deler av første økt" (til og med sp. 3)
1) forteller historien om den gamle skoleboken
2) deler ut 1/3 A4ark med kopi av talloppsettet til hver elev.
3) elevene får tid til å studere det alene (5min), deretter diskutere to-og-to

Photo 3. Une partie des notes de la professeure pour son planning de la séquence.

Les élèves étaient passionnés durant le débat et quelques-uns voulaient garder la table de nombres sur leurs bureaux et s'en servir comme outil. Quelques-uns l'ont collée dans leurs cahiers de mathématiques. Les élèves ont ensuite fait l'exercice 1 et ont utilisé la table de nombres pour les calculs.

Conclusions

En Norvège les professeurs sont très attentifs à la nécessité de suivre le programme et d'en traiter toutes les parties.Les examens sont très importants et on passe beaucoup de temps à les préparer.Une conséquence de cela est que les professeurs ressentent souvent qu'il y a peu de liberté et n'osent pas faire autre chose que ce qui se trouve directement et explicitement dans le programme. Aussi ce n'est pas surprenant que les professeurs qui pilotent l'expérience ne puissent pas passer beaucoup de temps sur une séquence où ils ne voient pas immédiatement comment elle peut soutenir l'apprentissage des élèves. Cela explique pourquoi la professeure à l'école Karuss n'a pas pu faire toutes les parties du projet dans une séquence et doit y revenir plus tard.

Les deux professeures rapportent que les élèves étaient passionnés et enthousiastes à apprendre la table de multiplication triangulaire. Les élèves voulaient la garder comme outil de calcul. Il est intéressant de noter que lorsque les élèves voient quelque chose qui les aide et facilite leur apprentissage, ils considèrent cela comme une antisèche. C'est comme si les mathématiques ne peuvent être que difficiles.

Lorsque les élèves ont cherché des méthodes complémentaires ils ont semblé découvrir des mathématiques issues d'autres parties du monde et de cultures différentes.

Quant aux réponses des élèves aux questions il est évident que même en classe de 4ème ilsont plutôt une terminologie encore immature comme "fois" au lieu de "multiplication" et "séparation" au lieu de "division". Dans des séquences d'enseignement comme celle-ci il y a naturellement plus d'opportunités d'améliorer sa terminologie, et cela aussi dans différentes langues.

Les professeures enseignent dans des groupes d'âge différents mais elles ont toujours trouvé toutes les deux des façons d'utiliser la séquence dans des projets fructueux. Ainsi le niveau de difficulté et celui du choix du sujet peuvent être considérés comme adaptés.

Deuxième pilotage

par Andreas Ulovec[**] et Therese Tomiska

Informations générales

La séquence a été pilotée par une professeure de mathématiques ayant 5 ans d'expérience d'enseignement dans un lycée près de Vienne. L'équipe autrichienne du projet a envoyé le matériel pédagogique à l'enseignante environ 3 semaines avant l'activité planifiée du pilotage. L'enseignante avait une classe de seconde (14-15 ans), de 1ère (15-16 ans), et une classe de terminale (17-18 ans) disponibles pour le pilotage. Après une réunion avec l'équipe du projet, elle a choisi de conduire le pilotage pendant un cours normal (50 minutes) en classe de première. 8 élèves (17-18 ans), 3 élèves migrants,assistaient au cours, qui a été filmé et observé par un membre de l'équipe autrichienne du projet. Après le pilotage, une interview de la professeure a été menée.

Pilotage de la classe

La professeure a mené la *séance 1* telle qu'elle est décrite dans le projet norvégien, en distribuant des feuilles contenant une table de multiplication de l'an 1601 et a lancé une discussion de groupe dessus. Cette discussion a duré environ 12 minutes.

Discussion de groupe sur la table de multiplication

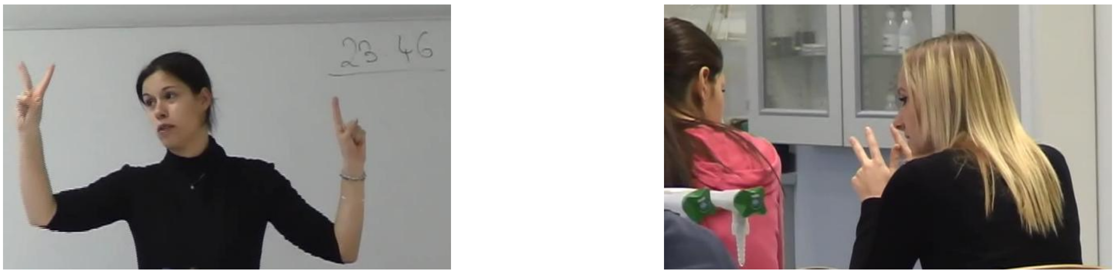
La professeure écoutant les arguments des élèves

Les élèves étaient particulièrement intéressés par les aspects suivants: pourquoi fallait-il de telles tables, savoir si de telles tables existaient dans l'histoire de leurs

[**] Faculty of Mathematics - University of Vienna, Austria.

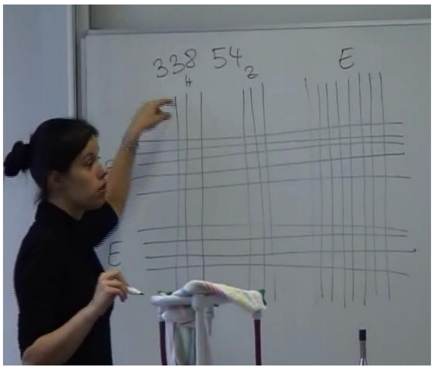
propres cultures, et (mathématiquement) pourquoi ces tables (raccourcies) suffisaient et contenaient les mêmes données de base que les traditionnelles tables, sous forme d'une matrice carrée pleine, qu'ils connaissent. L'information sur les divers aspects a été donnée en partie par le professeur, et en partie par l'utilisation d'internet par les élèves pour récupérer des informations supplémentaires.

La *séance 2* a commencé par l'introduction par la professeure de la méthode de multiplication avec les doigts.



La professeure expliquant et les élèves testant la multiplication avec les doigts

Il a été ensuite demandé aux élèves de tester la méthode et – ensemble avec le professeur- de trouver une explication à pourquoi ça fonctionne (15 minutes). Les élèves ont imaginé plusieurs explications et ont voulu voir si la méthode pouvait s'étendre à des nombres plus grands.



La professeure soutenant les efforts de généralisation des élèves

Ils ont aussi voulu savoir si historiquement cette multiplication ou d'autres multiplications “inhabituelles” étaient utilisées. Deux des élèves migrants (de Turquie) ont signalé une méthode géométrique de multiplication dans leur culture, que la professeure a expliqué plus loin.

Comme on peut le voir, la professeure a fait tenir sur un cours les quatre séances prévuesdans le matériel fourni par la Norvège sur la multiplication avec les doigts. Puisqu'il n'y avait pas de durée recommandée, et puisque les élèves connaissaient déjà la multiplication, les systèmes numériques, et diverses méthodes algébriques, une durée plus longue pour traiter le sujet n'a pas été jugée nécessaire.

Entretien avec la professeure

Un entretien a eu lieu avec la professeure dans l'après-midi,une fois le pilotage terminé. La professeure a rapporté que durant la pause qui a suivi immédiatement le cours, elle a interrogé les élèves sur l'expérience qu'ils retiraient de ce cours. A la fois les élèves migrants et non migrants ont répondu très positivement. Les élèves migrants ont mentionné particulièrement la chance de d'avoir pu donner des informations générales sur leur culture, non connues des autres élèves. Les élèves non migrants ont commenté positivement les références historiques et culturelles variées qu'ils n'ont pas durant les cours habituels de mathématiques. La professeure a particulièrement bien accueilli la possibilité d'avoir des points d'ancrage variés pour les références culturelles, et l'opportunité d'avoir des élèves migrants qui non seulement participent mais sont aussi source d'information pour les autres élèves.

Conclusions

Le pilotage a clairement montré que les élèves sont intéressés par le contenu de mathématiques venant de cultures différentes, et que la participation active des élèves migrants ainsi que l'introduction de leurs arrières plans culturels enrichissent la situation d'apprentissage.

Troisième pilotage

by Hana Moraová[***] and Jarmila Novotná[***]

Lieu: ZŠ Fr. Plamínkové s RVJ, Prague

Date: 9th September 2014

Classe: CE2 (2 classes différentes)

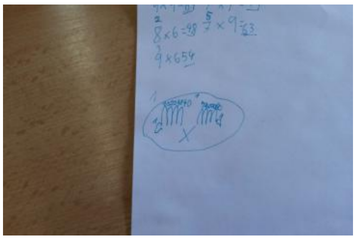
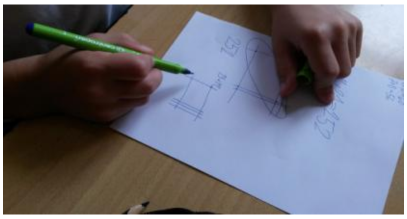
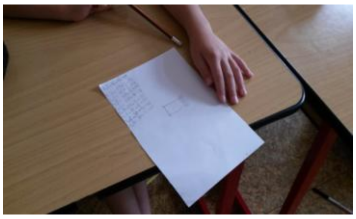
Connaissances: tables de multiplication jusqu'à 5, une classe a déjà commencé la multiplication par 6-9avant les vacances, des enfants s'en souvenaient.Les cours se sont déroulés en anglais, des vidéos étaient prêtes pour la présentation de la multiplication avec les doigts, mais le vidéoprojecteur est tombé en panne.

Le déroulement de deux cours

- Révision des nombres de 1 à 100
- Révision des multiplications 1-5
- Une démonstration de la multiplication avec les doigts (le professeur) est faite sur deux exemples. En utilisant les doigts et le tableau blanc.
- Les enfants ont demandé à le faire, très peu avaient compris, alors deux autres multiplications ont été résolues devant le tableau blanc, un élève a demandé à venir, la résolution a été faite en coopération avec le professeur, l'élève et le reste de la classe qui donnait les nombres.

[***] Faculty of Education - Charles University in Prague, Czech Republic.

- Ensuite on leur a demandé de faire la multiplication par eux-mêmes, sous la surveillance du professeur, qui aidait individuellement ceux qui en avaient besoin.
- Puis le professeur montre un autre tour de magie, la multiplication de deux chiffres en utilisant des lignes, les enfants ont beaucoup aimé cela et ont compris plus facilement, en comptant moins, sans faire de multiplication, donc plus facile.

Cours 2: Novembre 2014

Une des deux classes de CE2, cours CLIL

Echauffement – nombre de lignes, disant “bang” à la place de nombres divisibles par 3, puis par 4

Introduction – révision de la multiplication avec les doigts(les élèves ont maintenant appris la multiplication avec les doigts, juste de la motivation et de l’amusement)

Activité principale: *je vais vous montrer un tour*– la multiplication de nombres à deux chiffres avec des lignes,les élèves avaient eu une présentation de cela dans le cours CLIL précédent.

Matériel – un quadrillage fait de carrés (pour tracer plus facilement les lignes et aussi pour faciliter le travail avec les unités, les dizaines et les centaines qui sont plus grandes que les dizaines)

La première multiplication avec des lignes a étéguidée par le professeur, le professeur dessine le modèle, les enfants comptent ensemble le nombre de points d’intersection, un nombre qui ne dépassent pas dix (en unités, en dizaines, en centaines).

Puis ils ont fait une multiplication semblable individuellement (ils avaient tous les mêmes nombres à multiplier)

Ensuite les nombres à deux chiffres avec lesquels les enfants devront surmonter l’addition des unités, des dizaines, des centaines dont l’addition dépasse 10, le premier exemple est fait au tableau avec l’ensemble de la classe.

Ensuite les élèves travaillent seuls sur une autre paire de nombres, le professeur supervise et vérifie la compréhension, gère les erreurs éventuelles (les enfants dessinent les lignes trop prêt les unes des autres et ne voient pas la frontière entre le premier et le second chiffre, ils oublient d’additionner les unités etc. addition supérieure à 10).

Le résultat est vérifié et les éventuelles erreurs sont corrigées.

Cours 3: 13 février 2015

Un court enregistrement vidéo

Echauffement – une chanson avec des nombres (uniquement comme motivation et pour briser la glace), la multiplication des nombres avec des lignes comme dans le cours précédent;

Introduction: révisionde la multiplication avec des nombres à un chiffre; apprendre le mot “divisible”; les enfants tirent une carte avec un nombre et disent: ”je suis un nombre divisible par…et par…, quel nombre suis-je?”, celui qui donne la bonne réponse est le prochain à “être” un nombre.

Révision de la multiplication avec les doigts

Activité principale:

1. une multiplication de deux nombres à deux chiffres sur une feuille de papier, le professeur supervise et aide si c’est nécessaire
2. les résultats sont pris et décomposés en unités, dizaines, centaines
3. un nombre plus grand est écrit au tableau et décomposé en dizaines de milliers, milliers, centaines, dizaines, unités (en partant des unités à droite)
4. le professeur donne des instructions aux enfants: *Prenez 5 crayons de couleurs différentes dans votre boîte de crayons*. Le professeur prend 5 craies différentes. *Soulignez les dizaines d’une couleur, par exemple bleue.* Le professeur le fait au tableau. *Prenez une autre couleur*. *Soulignez les centaines*. Le professeur souligne les centaines au tableau ….Jusqu’à ce qu’ils arrivent aux dizaines de milliers.
5. Le professeur donne pour instructions: *Maintenant, multiplions des nombresde trois chiffres*.Et il le montre au tableau, doucement, pas à pas, utilisant les différentes couleurs pour faire apparaître les unités, les dizaines, les centaines et attirant aussi leur attention sur la difficulté d’avoir plus de dix unités, dizaines, centaines etc. et comment s’en sortir.
6. le professeur choisit deux autres nombres à trois chiffres et demandent aux élèves de travailler seul, en surveillant soigneusement l’évolution et en les aidant individuellement; les élèves comprennent vite, quelques-uns font très rapidement la multiplication, aussi le professeur donne deux autres nombres à trois chiffres à multiplier aux élèves, surveille attentivement et aide la majorité des élèves à assimiler la méthode.
7. en vérifiant ensemble les nombres, apparaît un obstacle dû à la langue- quelques enfants peuvent seulement dire les nombres jusqu’à cent en anglais, alors à titre d’exemple le professeur écrit au tableau en toutes lettres un nombre, la classe s’exerce.

Échauffement (révision de la multiplication avec les doigts)

Un autre pilotage: 24 février 2014

Classe de CM1, photos, utilisation d'un tableau interactif, la même école

Le professeur a décidé de tester la même séquence avec des élèves ayant un an de plus(un niveau d'anglais légèrement supérieur et plus de pratique dans l'addition de nombres plus grands). La classe connaît déjà les tables de multiplication, par conséquent le cours n'est pas basé sur la multiplication avec les doigts mais sur la multiplication avec les lignes, à la fois avec des nombres à deux chiffres et des nombres à trois chiffres, mise en pratique.

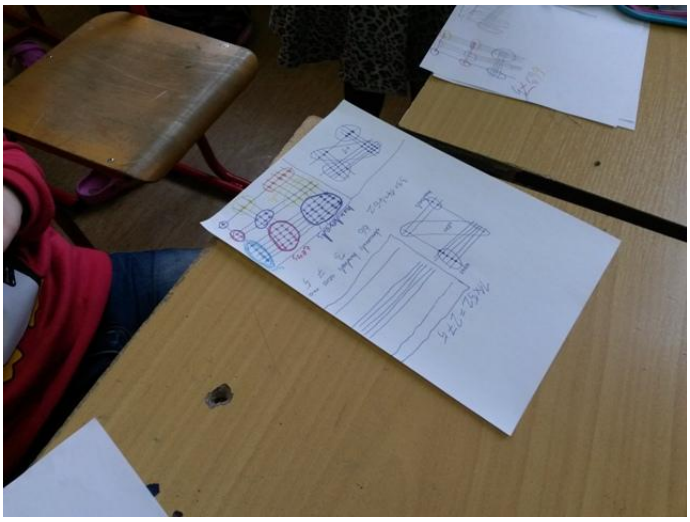
But de la leçon: pratiquer la mémorisation de la décomposition des nombres en unités, dizaines, centaines, la multiplication et l'addition, la motivation, faire des mathématiques en anglais.

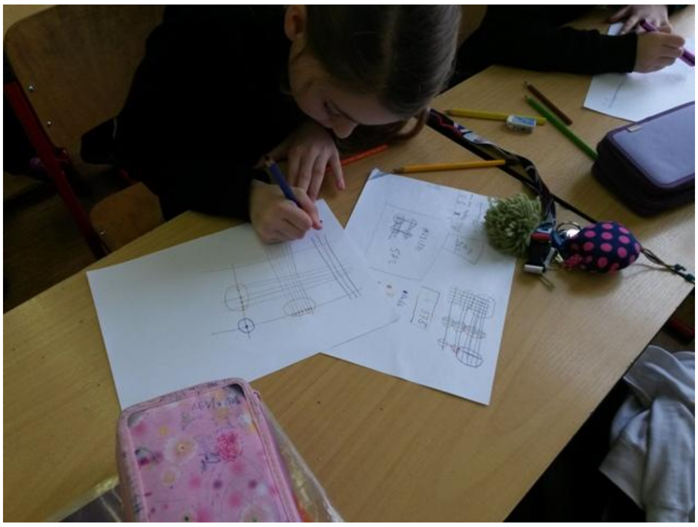
Echauffement – motiver et briser la glace, montrer la multiplication avec les doigts, l'essayer avec quelques nombres

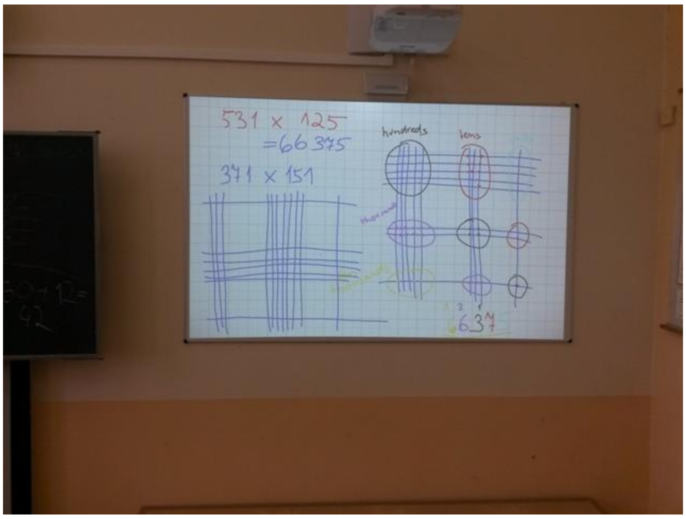
Activité principale – apprendre de nouvelles façons de multiplier des nombres plus grands.

1. introduction du vocabulaire de base – unités, dizaines, centaines, …, additionner, multiplier etc.
2. prendre deux nombres à deux chiffres, montrer le principe de la multiplication avec des lignes sur le tableau interactif
3. prendre deux autres nombres à deux chiffres, travail individuel, le professeur suit attentivement; environ la moitié des élèves a découvert comment faire avec plus de 10 unités, dizaines, centaines et a obtenu le bon résultat, le reste des élèves recevait une aide individuelle du professeur et tout était expliqué au tableau- un élève qui avait fini plus tôt dessinait les lignes et le reste était fait collectivement avec une attention portée à ce qui devait être fait avec les unités, les dizaines….s'il y en avait plus de 10.
4. passage aux nombres à trois chiffres; utilisation encore de 5 couleurs différentes, pour les unités, les dizaines…; le premier exemple est montré au tableau interactif en utilisant les différentes couleurs

5. on prend deux autres nombres à trois chiffres, les élèves travaillent seuls, le professeur suit attentivement et apporte une aide individuelle, vérifie que les élèves ne mélangent pas unités, dizaines, centaines; environ la moitié des élèves a trouvé cela très facile, les autres ont eu besoin d'aide et d'encouragements.







Les professeurs tchèques n'ont pas rapporté des conclusions particulières.

Conclusions issues des trois pilotages

by Barbro Grevholm

Les rapports des pilotages montrent tous les trois que la séquence d'enseignement a bien fonctionné et qu'elle pouvait être mise en œuvre avec des groupes d'âge différents allant du CE2 à la 4ème. IL est rapporté que les élèves ont travaillé avec enthousiasme, intérêt et fascination. Les professeurs ont semble-t-il été inspirés pour réaliser à la fois les activités suggérées et des activités semblables sur la multiplication qu'ils ont trouvées. Les professeurs ont aussi utilisé la séquence pour faire un travail sur le langage, la terminologie, et ils ont trouvé des liens et des connexions entre la multiplication et d'autres domaines des mathématiques. Les aspects historiques ont été bien utilisés et dans quelques cas les élèves ont apporté leur contribution avec des expériences issues de leurs propres cultures. La séquence a semblé offrir quelque chose de nouveau et inexploré issu d'un enseignement antérieur. Beaucoup d'élèves voulaient inclure la table triangulaire de nombres parmi leurs outils mathématiques.

Un aspect critique pourrait venir du temps qu'il faut pour réaliserune telle séquence. La réponse dépend beaucoup du groupe d'âge des élèves auxquels enseigne le professeur et dans quelle perspective s'inscrit cette séquence, consolidation ou exploration.

Un autre point qui peut être débattu est pour quel groupe d'âge une séquence comme " la multiplication avec les doigts" est le mieux adaptée. Cela dépend probablement du niveau de difficulté que le professeur met dans les questions. Il est évidemment possible de faire cette séquence avec des élèves allant de la classe de CE2 à la classe de 4ème. Un professeur a même fait cette séquence en utilisant l'algèbre dans un lycée.

La séquence peut être faite en permettant aux élèves d'y apporter leur contribution avec des expériences ou la création de tâches. Quand on arrive à la multiplication il est généralement plus difficile de construire ses propres problèmes, problèmes qu'on a prévus de faire, que lorsqu'il s'agit des opérations d'addition, de soustraction. La construction de problèmes peut éclairer les différentes sortes de tâches sur la multiplication que l'on fait normalement à l'école (Verschaffel & De Corte, 1996).

Références

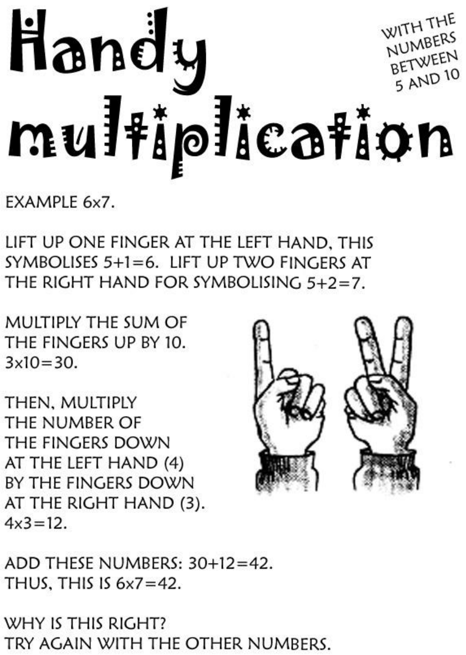
Grevholm, B. (1988). *Utmaningen. Problem och tankenötter i matematik*. [The challenge. Problems and mindnuts in Mathematics]. Malmö: Liber.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. In *International handbook of mathematics education,* (pp. 99-137). Dordrecht: Kluwer academic Publishers.

Annexes pour la séquence d'enseignement: la multiplication avec les doigts

Annexe 1

Traduction (en anglais) de la tâche Fingerfärdig multiplikation (Grevholm, 1988)



Handy multiplication

WITH THE NUMBERS BETWEEN 5 AND 10

EXAMPLE 6x7.

LIFT UP ONE FINGER AT THE LEFT HAND, THIS SYMBOLISES 5+1=6. LIFT UP TWO FINGERS AT THE RIGHT HAND FOR SYMBOLISING 5+2=7.

MULTIPLY THE SUM OF THE FINGERS UP BY 10.
3x10=30.

THEN, MULTIPLY THE NUMBER OF THE FINGERS DOWN AT THE LEFT HAND (4) BY THE FINGERS DOWN AT THE RIGHT HAND (3).
4x3=12.

ADD THESE NUMBERS: 30+12=42.
THUS, THIS IS 6x7=42.

WHY IS THIS RIGHT?
TRY AGAIN WITH THE OTHER NUMBERS.

<u>En français</u>

Une multiplication pratique des nombres compris entre 5 et 10.
Exemple 6x7.
Levez un doigt de la main gauche. Cela signifie 5+1=6. Levez deux doigts de la main droite pour signifier 5+2= 7.
Multipliez la somme des doigts levés par 10.
3x10=30
Ensuite, multipliez le nombre de doigts non levés de la main gauche (4) par le nombre de doigts non levés de de la main droite (3).
4x3=12
Additionnez ces nombres: 30+12=42.
Ainsi, 6x7=42
Pourquoi est-ce juste?
Recommencez avec d'autres nombres.

Annexe 2

Au sujet du livrede Rizanesanders de 1601 (source Shareza Hatami, 2014)

Le livre de Rizanesanders a été appelé Recknekonsten, L'art du calcul

Il y a environ 412 ans (en 1601) Hans LarssonRizanesander a écrit le premier manuel suédois d'arithmétique. Une seule copie de ce manuscrit,*Recknekonsten,* est conservée à Uppsala universitetsbibliotek (Bibliothèque universitaire d'Uppsala).

Quelle place la table de multiplication devrait-elle tenir dans l'enseignement?Est une question intéressante.

La table de multiplication de Rizanesanders repose sur la loi de commutativité de la multiplication, la table dans toute sa simplicité montre le fonctionnement à la fois de connaissances mathématiques et didactiques.

La table de multiplication de Rizanesanders dans une version simplifiée

Ci-dessous on montre la table de Rizanesanders d'une manière qui,peut-être, est mieux adaptée à l'enseignement d'aujourd'hui. C'est bien connu que la pire table c'est la plus simple!

Tvåans tabell Table 2	**Treans tabell Table 3**	**Fyrans tabell Table 4**	**Femmans tabell Table 5**	**Sexans tabell Table 6**	**Sjuans tabell Table 7**	**Åttans Tabell Table 8**	**Nians tabell Table 9**
$2 \cdot 2 = 4$							
$2 \cdot 3 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$						
$2 \cdot 4 = 8$	$3 \cdot 4 = 12$	$4 \cdot 4 = 16$					
$2 \cdot 5 = 10$	$3 \cdot 5 = 15$	$4 \cdot 5 = 20$	$5 \cdot 5 = 25$				
$2 \cdot 6 = 12$	$3 \cdot 6 = 18$	$4 \cdot 6 = 24$	$5 \cdot 6 = 30$	$6 \cdot 6 = 36$			
$2 \cdot 7 = 14$	$3 \cdot 7 = 21$	$4 \cdot 7 = 28$	$5 \cdot 7 = 35$	$6 \cdot 7 = 42$	$7 \cdot 7 = 49$		
$2 \cdot 8 = 16$	$3 \cdot 8 = 24$	$4 \cdot 8 = 32$	$5 \cdot 8 = 40$	$6 \cdot 8 = 48$	$7 \cdot 8 = 56$	$8 \cdot 8 = 64$	
$2 \cdot 9 = 18$	$3 \cdot 9 = 27$	$4 \cdot 9 = 36$	$5 \cdot 9 = 45$	$6 \cdot 9 = 54$	$7 \cdot 9 = 63$	$8 \cdot 9 = 72$	$9 \cdot 9 = 81$

Dans la table de Rizanesanders, les tables de 1 et de 10 ne sont pas utilisées. On peut supposer qu'il voulait que le professeur et les élèves y réfléchissent ensemble. Il utilise simplement la loi de commutativité de la multiplication pour enlever les multiplications qui apparaissent plus d'une fois dans les 10-10 multiplications. Une table de multiplication, semblable à celle de Rizanesanders, figure dans le premier manuel d'arithmétique imprimé en Suède, celui d'Aurélius de 1614. Une autre table de multiplication similaire figure dans le manuel de Nils Buddaeus (1595-1653). Sa table de multiplication rappelle celle de Rizanesander.

1

2 4

3 6 9

4 8 12 16

5 10 15 20 25

6 12 18 24 30 36

7 14 21 28 35 42 49

8 16 24 32 40 48 56 64

9 18 27 36 45 54 63 72 81

Ci-dessous apparaît en rouge, la table de multiplication par 2, et les couleurs suivantes montrent les tables de multiplication par 3, 4, 5, 6, 7, 8 et finalement celle par 9

1

1 4

369

4 81216

51015 2025

612 18 243036

714 21 28354249

81624 3240 48 5664

9 1827 364554 637281

Il est intéressant de se demander pourquoi les auteurs suédois du manuel ont eu l'idée de présenter la table sous une forme triangulaire. On pourrait faire l'hypothèse que c'était arrivé d'Allemagne car à cette époque beaucoup d'érudits étudiaient dans les universités allemandes. Et dans ce cas de quel endroit d'Allemagne? On ne le sait pas, mais ce serait intéressant de chercher pour avoir plus d'information.

Annexe 3

Supposons qu'on veuille multiplier deux nombres entiers a et b compris chacun entre 5 et 10.

En suivant l'instruction le nombre de doigts levés est (a-5) + (b-5)=a+b-10

On multiplie ce nombre par 10, ce qui donne 10(a+b-10)=10(a+b)-100

Le nombre de doigts non levés dans chaque main est (10-a) et (10-b) et on multiplie ces nombres, ce qui donne (10-a) · (10-b)=100-10(a+b)+a·b

La somme de ces deux résultats est 10(a+b)-100+100-10(a+b)+a·b=a·b, le produit que l'on voulait calculer.

On a ainsi prouvé que pour tous les nombres entiers a et b compris entre 5 et 10 les instructions mènent au produit a.b.

Annexe 4

Quelques liens utiles au sujet de la multiplication avec les doigts:

http://ncm.gu.se/media/namnaren/npn/arkiv_xtra/09_2/mattfolk.pdf

http://gwydir.demon.co.uk/jo/numbers/finger/multiply.htm

http://scimath.unl.edu/MIM/files/MATExamFiles/WestLynn_Final_070411_LA.pdf

http://threesixty360.wordpress.com/2007/12/31/three-finger-tricks-for-multiplying/

http://www.dccc.edu/sites/default/files/faculty/sid_kolpas/mathteacherfingers.pdf